Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Un ou deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 29/09 au 04/10 (semaine 3)

Les questions de cours :

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Matrice et déterminant de Vandermonde.
   - Définitions : sous-espace stable par un endomorphisme. Endomorphisme induit.
   - Matrice par blocs. Produit par blocs.
   - Matrice d'un endomorphisme f dans une base adaptée à un sous-espace stable par f.
   - Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs.
   - Polynômes d'endomorphismes et de matrices. Polynômes annulateurs.

   - Sommes de Riemann.
   - Théorème fondamental reliant les notions d'intégrale et de primitive.
   - Définition de la convergence de $\int_a^b f(t)\,dt$ lorsque f est continue par morceaux sur $I = [a,b[$, $I =]a,b]$ ou $I =]a,b[$.
   - Critère de convergence par majoration : cas où $\forall x \in I, 0 \le f(x) \le g(x)$.
   - Théorème d'intégration par parties dans les intégrales généralisées.

2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**
   - Si $f \in L(E)$, et que $\lambda_1,...,\lambda_n$ sont deux à deux distincts, alors les $\ker(f - \lambda_k Id_E)$ sont en somme directe.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les matrices semblables, les blocs, les polynômes de Lagrange, la trace (pas de réduction bien sûr)…..
Tout exercice de PCSI sur les intégrales.

Du 06/10 au 11/10 (semaine 4)

Les questions de cours :

Reprise de la totalité du programme de la semaine précédente sur les intégrales.

<u>En plus :</u>

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Définition de l'absolue convergence. Intégrabilité.
   - Lien entre absolue convergence et convergence. Majoration de $\left|\int_a^b f(t)\,dt\right|$.
   - Cas d'une fonction continue, positive, d'intégrale nulle sur I.

- Exemples de référence : intégrabilité de $t \to \dfrac{1}{t^\alpha}$ en 0^+ et en $+\infty$, de $t \to \ln(t)$ en 0^+ et de $t \to e^{-at}$ en $+\infty$.
- Critères de convergence par comparaison : cas où $f(x) \underset{x\to b}{\sim} g(x)$, où $f(x) \underset{x\to b}{=} O(g(x))$ et $f(x) \underset{x\to b}{=} o(g(x))$
- Lorsque f est continue par morceaux sur $I = [a,b[$ et de signe fixe (au voisinage de b), alors f est intégrable en b si et seulement si $\int_a^b f(t)\,dt$ est convergente.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- Etude de la convergence de $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t}\,dt$.
- Etude de l'absolue convergence de $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\sin(t)}{t}\,dt$.

Les thèmes d'exercices :

En priorité, tout exercice sur l'intégrabilité ou la convergence des intégrales généralisées et leur calcul éventuel.
Tout exercice de PCSI sur les intégrales est aussi possible.
L'utilisation de changements de variables ou d'intégration par parties est bienvenue.
Pour mémoire, le programme indique que pour les applications concrètes, il n'est plus nécessaire de vérifier les hypothèses de régularité dans les intégrations par parties, et que les changements de variables peuvent être réalisés sans justification.