Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 17/11 au 23/11 (semaine 7)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Eléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice : Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, spectre.
- Valeurs propres d'une matrice triangulaire.
- Polynôme caractéristique d'un endomorphisme, d'une matrice : degré, terme en X^{n-1} et terme constant si $A \in M_n(K)$.
- Lien entre racines du polynôme caractéristique et valeurs propres. Majoration du nombre de valeurs propres distinctes d'une matrice.
- Multiplicité d'une valeur propre.
- Polynôme caractéristique, spectre et multiplicité des valeurs propres de deux matrices semblables.
- Encadrement de la dimension du sous-espace propre associé à une valeur propre λ à l'aide de sa multiplicité.
- Définition d'endomorphisme et de matrice diagonalisable. Lien entre les deux.
- $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de E. Enoncé analogue pour une matrice.
- Diagonalisabilité d'une matrice $A \in M_n(K)$ ayant une seule valeur propre ou ayant n valeurs propres distinctes.
- Théorème de Cayley-Hamilton.
- Critère de diagonalisabilité utilisant un polynôme scindé à racines simples.
- Diagonalisabilité de l'endomorphisme induit par un endomorphisme diagonalisable sur un sous-espace stable.
- Définition d'endomorphisme et de matrice trigonalisable. Caractérisation à l'aide du polynôme caractéristique.
- Toute matrice $A \in M_n(\mathbb{C})$ admet au moins une valeur propre complexe et est trigonalisable.
- Expression de la somme et du produit des valeurs propres (comptées chacune avec leur multiplicité) d'une matrice trigonalisable à l'aide de la trace et du déterminant.
- Définition de la convergence simple et de la convergence uniforme d'une suite de fonctions. Lien entre les deux.
- Limite uniforme d'une suite de fonctions continues.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si E est somme directe des sous-espaces propres de f.
- $A \in M_n(K)$ est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et que pour chaque valeur propre, la multiplicité est égale à la dimension du sous-espace propre associé.
- Lien entre valeurs propres et racines d'un polynôme annulateur.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur la réduction. Eventuellement, dans un second temps, tout exercice sur les séries numériques.

Du 24/11 au 30/11 (semaine 8)

Les questions de cours :

Reprise de la totalité du programme de la semaine précédente sur les séries.

<u>En plus :</u>

1) **Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :**
   - Eléments propres d'un endomorphisme ou d'une matrice : Valeurs propres, vecteurs propres, sous-espaces propres, spectre.
   - Valeurs propres d'une matrice triangulaire.
   - Polynôme caractéristique d'un endomorphisme, d'une matrice : degré, terme en X^{n-1} et terme constant si $A \in M_n(K)$.
   - Lien entre racines du polynôme caractéristique et valeurs propres. Majoration du nombre de valeurs propres distinctes d'une matrice.
   - Multiplicité d'une valeur propre.
   - Polynôme caractéristique, spectre et multiplicité des valeurs propres de deux matrices semblables.
   - Encadrement de la dimension du sous-espace propre associé à une valeur propre λ à l'aide de sa multiplicité.
   - Définition d'endomorphisme et de matrice diagonalisable. Lien entre les deux.
   - $f \in L(E)$ est diagonalisable si et seulement si la somme des dimensions de ses sous-espaces propres est égale à la dimension de E. Enoncé analogue pour une matrice.
   - Définition de la convergence simple et de la convergence uniforme d'une suite de fonctions. Lien entre les deux.
   - Limite uniforme d'une suite de fonctions continues.
   - Permutation limite-intégrale sur un segment lorsqu'il y convergence uniforme.
   - Théorème de convergence dominée. Exemples.
   - Régularité de la limite d'une suite de fonctions C^1 et d'une suite de fonctions C^k.
   - Définitions de la convergence simple, convergence uniforme, convergence normale d'une série de fonctions. Implications entre les trois.

2) **Un des résultats suivants, avec la démonstration :**
   - $A \in M_n(K)$ est diagonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé et que pour chaque valeur propre, la multiplicité est égale à la dimension du sous-espace propre associé.
   - Lien entre valeurs propres et racines d'un polynôme annulateur.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur la réduction.