Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 15/12 au 19/12 (semaine 11)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Lien entre les rayons de convergence de $\sum a_n z^n$ et $\sum b_n z^n$ lorsque $a_n \underset{n\to+\infty}{\sim} b_n$ ou $a_n = O(b_n)$.
- Règle de d'Alembert pour les séries entières.
- Convergence normale sur tout segment de l'intervalle ouvert de convergence. Continuité sur l'intervalle ouvert de convergence. Continuité dans le cas complexe.
- Comparaison des rayons de convergence des séries entières $\sum a_n z^n$ et $\sum n\, a_n z^n$.
- Dérivation et intégration terme à terme. La somme d'une série entière est C^∞ sur l'intervalle ouvert de convergence.
- Formule de Taylor avec reste intégral et inégalité de Taylor-Lagrange.
- Fonctions développables en série entière. Somme et produit.
- Développements en série entière des fonctions usuelles sur l'intervalle ou le disque ouvert de convergence : $\sin, sh, \cos, ch, \arctan, x \mapsto \ln(1+x), x \mapsto \ln(1-x), x \mapsto (1+x)^\alpha$ et $z \mapsto e^z, z \mapsto \dfrac{1}{1-z}$.
- Unicité du développement en série entière.
- Bref rappel sur les équations différentielles du premier ordre, avec variation de la constante.
  Solutions des équations homogènes du second ordre à coefficients constants.
- Existence et unicité de la solution du problème de Cauchy pour les équations linéaires du premier et du second ordre.
- Recherche de solutions développables en séries entières d'une équation différentielle ou de développements en séries entières à l'aide d'une équation différentielle.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- Produit de Cauchy de deux séries entières à partir du produit de Cauchy de deux séries numériques.
- Expression des coefficients du développement en série entière d'une fonction à l'aide des dérivées.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les séries entières.

Du 05/01 au 9/01 (semaine 12)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Inégalité de Taylor-Lagrange.
- Fonctions développables en série entière. Somme et produit.
- Développements en série entière des fonctions usuelles sur l'intervalle ou le disque ouvert de convergence : $\sin, sh, \cos, ch, \arctan, x \mapsto \ln(1+x), x \mapsto \ln(1-x), x \mapsto (1+x)^\alpha$ et $z \mapsto e^z, z \mapsto \dfrac{1}{1-z}$.
- Unicité du développement en série entière.
- Bref rappel sur les équations différentielles du premier ordre, avec variation de la constante. Solutions des équations homogènes du second ordre à coefficients constants.
- Existence et unicité de la solution du problème de Cauchy pour les équations linéaires du premier et du second ordre.
- Recherche de solutions développables en séries entières d'une équation différentielle ou de développements en séries entières à l'aide d'une équation différentielle.

Nous avons vu rapidement les notions de dénombrabilité et de familles sommables. En probabilités, les sommes de nombres positifs peuvent toujours être calculées et sont à valeurs dans $\mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$. La sommation par paquets et le théorème de Fubini peuvent être utilisés pour des familles sommables ou à termes positifs. Nous avons également vu la définition de variable aléatoire discrète.

- Probabilité d'une union dénombrable ou d'une intersection dénombrable d'événements exprimée à l'aide d'une limite.
- Majoration de la probabilité d'une réunion dénombrable d'événements. Evénements négligeables et presque sûrs. Union dénombrable d'événements négligeables et intersection dénombrable d'événements presque sûrs.
- Probabilité d'une union dénombrable ou d'une intersection dénombrable d'événements exprimée à l'aide d'une limite.
- Majoration de la probabilité d'une réunion dénombrable d'événements. Evénements négligeables et presque sûrs. Union dénombrable d'événements négligeables et intersection dénombrable d'événements presque sûrs.
- Formule des probabilités composées.
- Formule des probabilités totales dans le cas d'un système complet ou quasi-complet d'événements.
- Evénements indépendants et deux à deux indépendants.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- Expression des coefficients du développement en série entière d'une fonction à l'aide des dérivées.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les séries entières. Un exercice de probabilités est également possible dans un second temps, mais on ne commencera à en faire en TD qu'à partir de la rentrée de Janvier.