Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

Du 12/01 au 18/01 (semaine 13)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

Nous avons vu rapidement les notions de dénombrabilité et de familles sommables. En probabilités, les sommes de nombres positifs peuvent toujours être calculées et sont à valeurs dans $\mathbb{R}_+ \cup \{+\infty\}$. La sommation par paquets et le théorème de Fubini peuvent être utilisés pour des familles sommables ou à termes positifs. Nous avons également vu la définition de variable aléatoire discrète.

- Probabilité d'une union dénombrable ou d'une intersection dénombrable d'événements exprimée à l'aide d'une limite.
- Majoration de la probabilité d'une réunion dénombrable d'événements. Evénements négligeables et presque sûrs. Union dénombrable d'événements négligeables et intersection dénombrable d'événements presque sûrs.
- Formule des probabilités composées.
- Formule des probabilités totales dans le cas d'un système complet ou quasi-complet d'événements.
- Evénements indépendants et deux à deux indépendants.
- Loi d'une variable aléatoire discrète. Description des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique et loi de Poisson.
- Espérance d'une variable aléatoire. Cas d'une variable positive. Variable aléatoire d'espérance finie.
- Si X est à valeurs dans $\mathbb{N} \cup \{+\infty\}$, expression de $E(X)$ à l'aide des $P(X \geq n)$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.
- Théorème de transfert.
- Linéarité de l'espérance. Positivité et croissance.
- Si $|X| \leq Y$ et Y est d'espérance finie, alors X l'est aussi.
- Variance et écart-type de X lorsque X^2 est d'espérance finie.
- Variance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, binomiale, de Poisson ou de Bernoulli.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.
- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique.

Les thèmes d'exercices :

Tout exercice de probabilité en lien avec le programme de colles. Attention : outre divers calculs de probabilités, **ce chapitre traite essentiellement de tout ce qui concerne une seule variable aléatoire**. Ce qui est relatif aux couples, à l'indépendance et aux suites de variables aléatoires sera vu dans un chapitre ultérieur.

Du 19/01 au 25/01 (semaine 14)

Les questions de cours :

1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Loi d'une variable aléatoire discrète. Description des lois usuelles : uniforme, Bernoulli, binomiale, géométrique et loi de Poisson.
- Espérance d'une variable aléatoire. Cas d'une variable positive. Variable aléatoire d'espérance finie.
- Si X est à valeurs dans $\mathbb{N}\cup\{+\infty\}$, expression de $E(X)$ à l'aide des $P(X\geq n)$ pour $n\in\mathbb{N}^*$.
- Théorème de transfert.
- Linéarité de l'espérance. Positivité et croissance.
- Si $|X|\leq Y$ et Y est d'espérance finie, alors X l'est aussi.
- Variance et écart-type de X lorsque X^2 est d'espérance finie.
- Variance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique, binomiale, de Poisson ou de Bernoulli.
- Fonction génératrice d'une variable aléatoire. Continuité sur $[-1,1]$.
- Lien entre fonction génératrice et espérance finie.

- Définition de produit scalaire.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz avec cas d'égalité.
- Familles orthogonales et orthonormées. Propriétés. Existence de bases orthonormées en dimension finie.
- Expression des coordonnées et du produit scalaire de deux vecteurs dans une base orthonormée. Traduction matricielle.
- Orthogonal d'un sous espace vectoriel A. Supplémentaire orthogonal si A est de dimension finie.
- Projection orthogonale sur un sous-espace vectoriel de dimension finie. Définition, expression dans une base orthonormée. Gram-Schmidt.
- Distance à un sous-espace vectoriel de dimension finie. Expression à l'aide du projeté orthogonal.

2) Un des résultats suivants, avec la démonstration :

- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson.
- Espérance d'une variable aléatoire suivant une loi géométrique.
- Fonction génératrice d'une variable aléatoire suivant une loi de Poisson, une loi géométrique ou une loi binomiale.
- Inégalité de Markov.
- Inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

Les thèmes d'exercices :

En priorité, tout exercice sur les probabilités. Attention : outre divers calculs de probabilités, **ce chapitre traite essentiellement de tout ce qui concerne une seule variable aléatoire**. Ce qui est relatif aux couples, à l'indépendance et aux suites de variables aléatoires sera vu dans un chapitre ultérieur.
Dans un second temps, un exercice de révision de PCSI sur le produit scalaire est possible.