

## Programme de colles PCC :

La colle commence obligatoirement par une question de cours. Cela peut être au choix :

- Deux énoncés parmi ceux qui sont proposés sans démonstration (pour au moins un élève du groupe)
- Un énoncé avec sa démonstration (uniquement parmi ceux qui sont exigibles).

Ensuite, le colleur propose un ou plusieurs exercices de son choix.

## Du 09/03 au 15/03 (semaine 19)

### Les questions de cours :

#### 1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :

- Boule ouverte, boule fermée d'un espace vectoriel.
- Définition d'ensemble convexe. Cas des boules, des sous-espaces vectoriels.
- Ensemble ouvert dans un espace vectoriel. Intersection finie et réunion quelconque d'ouverts.
- Point adhérent à un ensemble. Adhérence.
- Sous-ensemble fermé. Définition par les suites. Caractérisation par le complémentaire.
- Union finie et intersection quelconque de fermés.
- Ensemble dense dans un autre.
- Limite et continuité en un point. Caractérisation séquentielle.
- Image réciproque d'un ouvert et d'un fermé par une fonction continue. Cas de  $\{x \in E, f(x) > 0\}$ ,  $\{x \in E, f(x) \geq 0\}$  ou  $\{x \in E, f(x) = 0\}$ .
- Fonctions lipschitziennes, continuité des fonctions lipschitziennes.
- Théorème des bornes atteintes.
- Continuité des applications linéaires en dimension finie.
- Les applications  $p$  – linéaires sont continues en dimension finie. Cas du déterminant.
- Couples de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales.
- Indépendance des variables aléatoires.
- Si des variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$  sont indépendantes, alors  $f_1(X_1), \dots, f_n(X_n)$  le sont aussi.
- Exemples de loi d'un minimum ou d'un maximum de variables aléatoires indépendantes.
- Lemme des coalitions.
- Espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz.

### Les thèmes d'exercices :

Tout exercice raisonnable sur les espaces vectoriels normés ou sur les probabilités (couples, indépendance des variables aléatoires, mais sans covariance ni loi faible des grands nombres) : on n'aura pas commencé en TD mais on aura fait quelques exemples en cours.

## Du 16/03 au 21/03 (semaine 20)

### Les questions de cours :

- 1) Un ou plusieurs énoncés sans démonstration à choisir parmi les suivants :
- Couples de variables aléatoires. Loi conjointe, lois marginales.
  - Indépendance des variables aléatoires.
  - Si des variables aléatoires  $X_1, \dots, X_n$  sont indépendantes, alors  $f_1(X_1), \dots, f_n(X_n)$  le sont aussi.
  - Exemples de loi d'un minimum ou d'un maximum de variables aléatoires indépendantes.
  - Lemme des coalitions.
  - Espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes.
  - Inégalité de Cauchy-Schwarz.
  - Covariance.
  - Variance d'une somme de variables aléatoires. Cas de variables deux à deux indépendantes.
  - Loi faible des grands nombres.
  - Fonction génératrice d'une somme de deux ou plusieurs variables indépendantes.
  - Dérivée coordonnées par coordonnées des fonctions à valeurs dans  $\mathbb{R}^p$ . Caractérisation à l'aide d'un développement limité d'ordre 1.
  - Dérivée de  $L \circ f$ , de  $t \rightarrow B(f(t), g(t))$ , avec  $L$  linéaire,  $B$  bilinéaire et  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,
  - Extension aux applications  $p$  – linéaires. Cas du produit scalaire et du déterminant.

### Les thèmes d'exercices :

Tout exercice sur les espaces vectoriels normés ou de probabilités avec des couples ou des suites de variables aléatoires.