

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné	DS (mercredi)
lun. 28 août					
mar. 29 août					
mer. 30 août					
ven. 1 sept.					
lun. 4 sept.	Accueil des élèves (1h)				
mar. 5 sept.	<p><i>Présentation de l'organisation en mathématiques et séance d'exercices 2h (sans préparation)</i></p> <p><i>Remarque sur les exemples du cours :</i> * les « exemples fondamentaux » du cours sont tous à connaître (font explicitement partie du programme) ; * les « exemples classiques » du cours ne sont pas écrits dans le programme, mais reviennent souvent ; si possible, il vaut mieux les connaître ; * les « exemples pathologiques » du cours illustrent le fait qu'une propriété ne marche pas (réciproque ou absence d'une hypothèse d'un théorème par exemple) — ils ne font pas partie du programme, mais les avoir en tête évite de se tromper sur l'énoncé de la propriété correspondante ; * les « exemples » [tout court] sont juste des illustrations directes (et sans intérêt particulier à être mémorisés) de ce qui est écrit juste avant, pour en aider la compréhension.</p>	1.2(3), 1.6(1, 2,10), 1.7, 1.9(12), 1.10(4,8,16), 1.11(13)		[1.25 ou 1.26] + [1.43 ou 1.48] + [1.89 ou 1.93 ou 1.100] + [1.102 ou 1.108]	
mer. 6 sept.	<p>Méthodologie (révisions de PCSI en cours inversé)</p> <p>Savoir utiliser proprement un théorème. Utiliser à bon escient les mots de la logique. Quantificateurs et variables muettes. Raisonnements logiques classiques. Savoir rédiger une récurrence (simple, double ou forte)</p> <p>Chapitre 1 : Suites et fonctions (révisions de PCSI en cours inversé et compléments de PC)</p> <p>Terme général des suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrences linéaires d'ordre 2. Sommes, produits, factorielles, coefficients du binôme. Sommes doubles sur un rectangle ou sur un triangle. Formules de sommation : somme des n, des n², sommes des termes d'une suite géométrique, formule du binôme.</p> <p>Maniement des inégalités dans R : calcul sur les inégalités, suites et fonctions monotones, inéquations, études de signe, fonctions majorées ou bornées. Inégalité des accroissements finis (et l'égalité des AF et le théorème de Rolle) et inégalité de Taylor-Lagrange.</p> <p>Fonctions convexes : caractérisation par la dérivée seconde ; inégalités associées (courbe sous les pentes et au dessus des tangentes). NB : l'inégalité de Jensen n'est pas au programme.</p> <p>Tracé de fonctions, équation de la tangente en un point, méthode d'étude des branches infinies.</p> <p>Injections, surjections, bijections, théorème des valeurs intermédiaires et théorème de la bijection.</p>	1.18(3,4,8), 1.19(6), 1.29			
ven. 8 sept.	<p>Fonctions usuelles : exp, ln, puissances, sin, cos, tan, sinh, cosh, arcsin, arccos, arctan. NB : th, argsh, argch et argth ne sont pas au programme Objectif : connaître l'allure précise des courbes des fonctions et savoir faire le lien (dans les deux sens) avec leurs propriétés analytiques : définition, ensembles de définitions, valeurs particulières, dérivées, variations, limites, branches infinies. + révision des formules usuelles de calcul algébrique À CONNAÎTRE PARFAITEMENT ET SANS HÉSITATION Y COMPRIS (ET SURTOUT) LES DESSINS</p> <p>Nombres complexes, formules de trigonométrie, linéarisation, (in)équations trigonométriques. Exponentielle complexe, forme trigonométrique, résolution de $z^n=a$.</p>	1.33(3,6), 1.45, 1.66(1), 1.67(1)			
lun. 11 sept.	<p>Polynômes : trinôme du second degré, coefficients, degré, racines, racines multiples, factorisation dans $C[X]$ ou $R[X]$, division euclidienne. Fonctions homographiques. !!! NE PAS CONFONDRE X et x !!!</p> <p>Polynômes de Lagrange : expression explicite à partir des conditions de valeurs au points d'interpolation. Existence et forme des solutions du problème d'interpolation. NB : le fait que les polynômes de Lagrange forment une base ne sera vu qu'au chapitre d'algèbre linéaire</p> <p>Fractions rationnelles : forme de la décomposition en éléments simples — uniquement dans le cas cas où le dénominateur est scindé et à racines simples. NB : le cas des pôles multiples est hors-programme (à moins de fournir la forme de la décomposition recherchée). La décomposition dans IR qui fait intervenir des irréductibles de degré 2 est, si nécessaire, à guider en partant de celle sur C.</p>	1.120(1,2,3)			
mar. 12 sept.	<p>Chapitre 2 : Calcul des limites (révisions de PCSI et compléments de PC)</p> <p>Méthodes algébriques de calcul d'une limite pour les suites et fonctions à valeurs dans R : - théorèmes de calcul sur les limites ; caractérisation séquentielle de la limite d'une fonction (sens réciproque admis ; sera démontré en topologie) ; - limites des fonctions usuelles ; continuité ; limite de la suite (a^n) pour a réel ; - équivalence, prépondérance, domination ; règles de calcul usuelles ; - résultats usuels : comparaison des puissances en 0 / en l'infini ; croissances comparées de puissances/ exp/ ln ; formule de Stirling (programme de PC ; non démontrée) ; - développements limités : définition, comment en déduire un équivalent ; - obtention d'un dl : par la formule de Taylor-Young, par primitivation, par dérivation, par somme, par produit, par composée ; - Dls usuels à connaître parfaitement (en 0) : exp(x), sin x, cos x, $(1+x)^r$, $1/(1+x)$, ln(1+x), arctan, tan (ordre 3), cosh, sinh</p>	1.181(1), 1.85(6), 1.86(4), 1.106	1.72(1,5), 1.73(5, ,7), 1.76, 1.77, 1.78	2.20(3 questions parmi 18,22,23,26,27,31) + [2.42 ou 2.69] + [2.29 ou 2.74]	
mer. 13 sept.	<p>Méthodes analytiques de calcul d'une limite pour les suites et fonctions à valeurs dans R : - passage à la limite dans une inégalité large. Obtention d'une inégalité, localement, d'après une inégalité stricte avec la limite. - théorèmes de limite par encadrement, minoration ou majoration Théorème d'obtention d'un équivalent par encadrement - théorème de la limite monotone pour les suites et les fonctions</p> <p>Méthodes d'étude de la limite spécifiques aux suites : - théorème sur les suites adjacentes - exemple d'étude des suites définies implicitement par $f_n(u_n)=0$ - exemple d'étude des suites récurrentes $u_{n+1}=F(u_n)$: définition, étude graphique, limites finies possibles...</p> <p>Extension de la notion de convergence aux suites et aux fonctions à valeurs dans C. Exemple fondamental de la suite (a^n) : convergence pour a complexe ; limite pour a réel.</p>	1.120(4,5), 2.8(5,11,12), 2.14(4,9)			

.5 exercices : étude d'une suite en lien avec des polynômes, polynômes de Tchébychev (CCP PCSI 2023 : épreuve 2, o. étude d'un fonction définie implicitement, étude de deux suites de polynômes (extraits de X-PC 2006))

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné	DS (mercredi)
ven. 15 sept.	<p><u>Chapitre 3 : Calcul différentiel à une variable (révisions de PCSI et compléments de PC)</u></p> <p>Dérivée d'une fonction d'une variable réelle, dérivée à gauche ou à droite, dérivée sur une partie Dérivées des fonctions usuelles À CONNAÎTRE PARFAITEMENT !!! NE PAS CONFONDRE F et f(x) !!!</p> <p>Théorème de dérivabilité et dérivée d'une réciproque.</p> <p>Extension de la dérivabilité aux fonctions à valeurs complexes.</p> <p>Calculs de dérivées n-ièmes. Formule de Leibniz.</p> <p>Régularité d'une fonction : fonction n fois dérivable et dérivée n-ième, fonction de classe C-n, fonction de classe C-infini, régularité des fonctions usuelles (elles sont C-infini là où elle sont définies, sauf exceptions À CONNAÎTRE PARFAITEMENT) Théorèmes de calcul sur les fonctions à valeurs réelles ou complexes n fois dérivables, de classe C-n, de classe C-infini : somme, produit, composée. Théorème sur la limite de la dérivée. Application à l'étude de la régularité d'un raccordement ou d'un prolongement de fonctions, NB : le théorème de prolongement de classe C-n n'est pas au programme (seulement pour n=1, c'est le théorème sur la limite de la dérivée)</p>	2.14(14), 2.18(8,14,24,28), 2.20(12,17)			DS1 (4h) sur chapitres 1 et 2 : 3 questions de cours (partiel), une application du thm de César
lun. 18 sept.	<p>PC : extension des notions de convergence/continuité/dérivabilité et dérivée aux fonctions à valeurs dans \mathbb{K}^n ; Formules de calcul de dérivée pour : u+v, u(phi(t)) avec phi à valeurs réelles, L(u) avec L linéaire, B(u,v) avec B bilinéaire, M(u_1,...,u_p) avec M p-linéaire (admis).</p> <p>Calcul de primitives : primitives usuelles À CONNAÎTRE PARFAITEMENT. Primitive d'une somme, d'une combinaison linéaire ; primitivation par parties, par changement de variable Primitive de certaines fractions rationnelles, notamment $1/(x-a)^n$ et $(ax+b)/(x^2+px+q)$ et fractions rationnelles à dénominateur scindé à racines simples NB : le cas général de la décomposition en élément simple (existence, unicité et méthodes dans le cas général) n'est pas au programme de PC, mais il faut savoir se débrouiller dans les situations simples, et savoir trouver les coefficients d'une forme proposée NB : les révisions sur les intégrales seront effectuées à l'occasion d'un chapitre ultérieur NB : les règles de Bioche ne sont plus au programme de CPGE (depuis fort longtemps...)</p> <p>Vocabulaire des équations différentielles de PCSI (savoir reconnaître et nommer chaque type d'équation au programme). Exemples de changement de fonction inconnue. Principe général de résolution des équations linéaires. Résolution des équations différentielles linéaires : $y'-a(x)y=b(x)$; $y''+ay'+by=0$; $y''+ay'+by=\exp(mx)$; $y''+ay'+by=B \cos(\omega x)$ ou $B \sin(\omega x)$. À SAVOIR FAIRE PARFAITEMENT. NB : pour les équations d'ordre deux, les seconds membres de la forme $P(x)\exp(mx)$, $P(x) \cos(\omega x)$ ou $P(x)\sin(\omega x)$ avec P polynôme non constant ne sont pas au programme.</p> <p>Exemples de résolution d'équation par changement de fonction inconnue.</p> <p>Unicité de la solution d'un problème de Cauchy associé aux types d'équations $y'-a(x)y=b(x)$; $y''+ay'+by=f(x)$ où a et b sont des constantes [résultat admis]. NB : le cas d'ordre deux où a et b sont des fonctions n'est plus au programme. NB : les équations vectorielles $Y'+A(x)Y=B(x)$ [Y et B à valeurs dans \mathbb{R}^n, A(x) matrice carrée] ne sont plus au programme Ni le théorème de Cauchy-Lipschitz associé (existence et unicité de la solution d'un pb de Cauchy associé). NB : les résultats sur l'étude des équations différentielles $y''+a(x)y'+b(x)y=0$ ne sont plus au programme (théorème de structure de l'ensemble des solutions, wronskien, méthode de variations DES constantes) — mais la méthode de variation de LA constante peut être envisagée si le changement de fonction inconnue est donné ! NB : les équations autonomes ne sont pas au programme.</p>	3.20(1)	2.33(5,8), 2.38(7,13), 2.44,-2.57,-2.78		
mar. 19 sept.	<p><u>Chapitre 4 : Intégration (révisions de PCSI et extensions de PC)</u></p> <p>Rappel de PCSI : théorème fondamental de l'analyse (lien primitive/intégrale) ; calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment à l'aide d'une primitive. REVOIR LE CALCUL DE PRIMITIVES. !!! NE PAS CONFONDRE PRIMITIVE ET INTÉGRALE !!!</p> <p>Fonctions continues par morceaux sur un segment NB : la classe C^n par morceaux n'est pas au programme pour $n>0$ Extension de l'intégration aux fonctions continues par morceaux sur un segment.</p> <p>Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque (i.e. continue par morceau sur tout segment contenu dans l'intervalle — c'est exactement ce qui suffit pour définir les intégrales impropres).</p> <p>Définition de l'intégrale impropre sur un intervalle semi-ouvert ; sur un intervalle ouvert. Remarque : le programme de PC/PC* n'envisage pas l'intégration de fonctions qui ne seraient pas, au minimum, continues par morceaux sur l'intervalle ouvert délimité par les bornes de l'intégrale. Exemples fondamentaux À CONNAÎTRE : $1/x^r$ sur $]0,1]$, $1/x^r$ sur $[1,+\infty[$, $\exp(-rx)$ sur $]0,+\infty[$, $\ln x$ sur $]0,1]$, fonctions constantes. REVOIR LE CALCUL DE LIMITES</p>			[3.14 ou 3.40] + [3.51 ou 3.52] + [3.23 ou 3.45 ou 3.62]	
mer. 20 sept.	<p>Linéarité de l'intégration ; relation de Chasles ; cas des intégrales impropres.</p> <p>Intégration par parties ; pour des intégrales impropres la convergence de $\int uv$ assure que les deux intégrales sont de même nature. Sinon revenir à des intégrales partielles puis étudier la convergence de chaque terme.</p> <p>Formule de Taylor avec reste intégrale sur un segment. REVOIR : inégalité de Taylor-Lagrange et formule de Taylor-Young</p> <p>Changement de variable dans une intégrale sur un segment ; extension au cas d'une intégrale impropre de fonctions continues (avec un changement de variable C^1 strictement monotone bijectif entre les deux intervalles d'intégration). Dans le cas sur un segment, c'est une formule de calcul ; dans le cas impropre c'est un théorème dont l'emploi doit être justifié proprement. Exemples fondamentaux À CONNAÎTRE : les changements de variables affines sont licites dans les intégrales impropres.</p>				
ven. 22 sept.	<p>Propriétés analytiques de l'intégration : * positivité ; * croissance ; * inégalité triangulaire (pour les fonctions à valeurs réelles ou complexes) ; * une fonction continue, positive, d'intégrale nulle est la fonction nulle. * inégalité de Cauchy-Schwarz (pour les fonctions continues à valeurs réelles) — NB : le cas d'égalité ne sera abordé que dans le cadre du cours d'analyse dans les EVN. Faire attention que les bornes soient bien dans le sens croissant. Cas des intégrales impropres (il faut d'abord que tout converge).</p> <p>Rendu DS1 (45min) !! A cette date !! ne sont pas encore au programme de colle : convergences d'intégrales impropres sans calcul de primitive (faussement impropre, par comparaison etc.)</p>				
lun. 25 sept.	Cours déplacé au mardi 26/9 (DS informatique)				

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné	DS (mercredi)
mar. 26 sept.	<p>4h de cours Cours de 10 à 12h Exemples d'encadrement d'une somme par des intégrales (ou d'une intégrale par des sommes).</p> <p>Rappels de PCSI : sommes de Riemann (définition et théorème les concernant).</p> <p>Convergence d'une intégrale impropre sans calcul de primitive : * intégrales faussement impropres ; * théorème de comparaison globale (par majoration sur tout l'intervalle) pour les intégrales impropres de fonctions POSITIVES.</p> <p>Cours de 13 à 15h * théorème de comparaison locale (par majoration locale, équivalent, petit « o », grand « O ») pour les intégrales impropres de fonctions POSITIVES. → pour une intégrale impropre : vocabulaire de la convergence ou la divergence en une de ses bornes NB : la règle « $x^\alpha f(x)$ » de Riemann n'est pas au programme ; il faut la redémontrer à chaque fois, dans le cas particulier étudié — avec un théorème de comparaison.</p>	4.11(4), 4.15(2,5)	2.57, 2.78, 3.27(1,3,8)	4.5 (2 questions parmi 13,14,15,16) + 4.10(1 ou 2) + 4.11(3 questions parmi 13,14,15,16,17,18) + [4.42 ou 4.72 ou 4.39]	
mer. 27 sept.	<p>Exemple classique de la fonction Gamma (aucune connaissance n'est exigible ; toute affirmation doit être redémontrée).</p> <p>Intégrales absolument convergentes ; toute intégrale absolument convergente est convergente ; la réciproque est fautive (contre-exemple classique de l'intégrale de Dirichlet : vu en classe mais aucune connaissance dessus n'est exigible)</p> <p>Fonctions intégrables (\mathcal{L}^1 ; notation qui est au programme), stabilité par somme, produit par un scalaire. Expression des théorèmes de comparaison avec l'intégrabilité. → pour une fonction : vocabulaire de l'intégrabilité en un point. NB : les fonctions de carré intégrable ne sont plus au programme</p> <p>Exemples de fonctions définies par une intégrale de la forme : $x \rightarrow \int_a^x u(x)^v(x) f(t) dt$ (x dans les bornes) Exemples de fonctions définies par une intégrale (éventuellement impropre) de la forme : $x \rightarrow \int_a^x f(x,t) dt$ (x dans la fonction qu'on intègre).</p>				
ven. 29 sept.	<p>Chapitre 5 : Séries (révisions de PCSI et extensions de PC)</p> <p>Rappels de PCSI : vocabulaire de base sur les séries : terme général, sommes partielles, série, convergence ou divergence (nature), somme d'une série convergente. Utilisation de formules de télescopage. Divergence grossière d'une série.</p> <p>Rappels de PCSI : exemple fondamental À CONNAÎTRE PARFAITEMENT : - série géométrique (condition nécessaire et suffisante de convergence et formule de sommation — à partir de l'entier p)</p> <p>Rappels de PCSI : relation de Chasles. Opérations sur les séries et éventuellement leurs sommes (en cas de convergence) : somme, produit par un scalaire, décalage d'indice, cas des séries lacunaires. Convergence d'une série à termes complexes.</p> <p>Rappels de PCSI : théorèmes de comparaison pour les séries À TERMES POSITIFS : - par majoration ou minoration du terme général ; ou par négligeabilité $[o(\cdot)]$ ou domination $[O(\cdot)]$ - par équivalence du terme général (à rechercher en priorité). Pour une série à terme positifs, le programme autorise les notations : [somme]$<+\infty$ ou [somme]$=+\infty$.</p> <p>NB : le théorème de comparaison d'une série à une intégrale n'est plus au programme, mais le résultat peut être obtenu par la technique d'encadrement/minoration des sommes partielles d'une série par une intégrale (que le programme demande aux élèves de maîtriser).</p> <p>Rappels de PCSI : exemple fondamental À CONNAÎTRE PARFAITEMENT : - séries de Riemann (convergence si et seulement si $\alpha > 1$).</p> <p>Règle $\ll n^\alpha u_n \gg$ de Riemann (hors-programme ; à redémontrer à chaque fois avec un théorème de comparaison).</p>				
lun. 2 oct.	<p>Règle de d'Alembert pour les séries à termes STRICTEMENT POSITIFS</p> <p>Rappels de PCSI : séries absolument convergentes (définition ; toute série absolument convergente est convergente ; réciproque fautive). Théorèmes de comparaison pour les séries absolument convergentes (par majoration locale de la valeur absolue, équivalent, prépondérance ou domination).</p> <p>Théorème spécial des séries alternées : convergence, majoration et signe du reste.</p> <p>Remarque : tout autre règle de convergence des séries est hors programme (Cauchy, Raabe-Duhamel, etc.)</p>		4.11(11.,19), 4.12(4), 4.10(3)		
mar. 3 oct.	séance d'exercices	4.21, 4.41(7,9,13,19), 4.55(1,2,6)		(4.38 ou 4.57 ou 4.82) + 5.1 (3 questions parmi 8,10,16,19,24,34)	
mer. 4 oct.	<p>Définition du produit de Cauchy de deux séries ; convergence et somme si les deux séries sont absolument convergentes.</p> <p>Propriétés analytiques de la sommation des séries convergentes (positivité, croissance, cas d'une série positive de somme nulle, inégalité triangulaire)</p> <p>Définition de la convergence simple d'une série de fonctions définies sur un ensemble X.</p>	5.42(2)			
ven. 6 oct.	<p>Séries entières : définition.</p> <p>Rayon de convergence R : définition [comme la borne supérieure des $r \geq 0$ tels que la suite $(a_n r^n)$ est bornée], théorème de caractérisation : c'est l'unique R tq : il y a [divergence grossière si $z > R$ et convergence absolue si $z < R$]. Calcul direct lorsque a_{n+1} / a_n converge (règle de d'Alembert pour les séries entières). Théorèmes de comparaison pour les séries entières : si $a_n \sim b_n$, alors $R_a = R_b$; si $a_n \ll b_n$ ou $a_n = o(b_n)$ ou $a_n = O(b_n)$, alors $R_a \geq R_b$ (attention à l'inversion du sens de l'inégalité).</p> <p>Opérations sur les séries entières : sommes, produit par un scalaire, substitutions simples sur la variable,</p> <p>!! A cette date !! ne sont pas encore au programme de colle : produit de Cauchy de SE, thm d'intégration et de dérivation terme à terme, développements en séries entière (définition, unicité, et développements usuels)</p>	5.48(1,2,3,4)			