date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
lun. 28 août				
mar. 29 août				
mer. 30 août				
ven. 1 sept.				
lun. 4 sept.	Accueil des élèves (1h)			
mar. 5 sept.	*Présentation de l'organisation en mathématiques et séance d'exercices 2h (sans préparation)* *Remarque sur les exemples du cours :* ** les « exemples fondamentaux » du cours sont tous à connaître (font explicitement partie du programme) ;* ** les « exemples classiques » du cours ne sont pas écrits dans le programme, mais reviennent souvent ; si possible, il vaut mieux les connaître ;* ** les « exemples pathologiques » du cours illustrent le fait qu'une propriété ne marche pas (réciproque ou absence d'une hypothèse d'un théorème par exemple) — ils ne font pas partie du programme, mais les avoir en tête évite de se tromper sur l'énoncé de la propriété correspondante ;* ** les « exemples » [tout court] sont juste des illustrations directes (et sans intérêt particulier à être mémorisés) de ce qui est écrit juste avant, pour en aider la compréhension.*	1.2(3), 1.6(1 ,2,10), 1.7, 1.9(12), 1.10(4,8,16), 1.11(13)		[1.25 ou 1.26] + [1.43 ou 1.48] + [1.89 ou 1.93 ou 1.100] + [1.102 ou 1.108]
mer. 6 sept.	-- **Méthodologie (révisions de PCSI en cours inversé)** -- Savoir utiliser proprement un théorème. Utiliser à bon escient les mots de la logique. Quantificateurs et variables muettes. Raisonnements logiques classiques. Savoir rédiger une récurrence (simple, double ou forte) -- **Chapitre 1 : Suites et fonctions (révisions de PCSI en cours inversé et compléments de PC)** -- Terme général des suites arithmétiques, géométriques, arithmético-géométriques, récurrences linéaires d'ordre 2. Sommes, produits, factorielles, coefficients du binôme. Sommes doubles sur un rectangle ou sur un triangle. Formules de sommation : somme des n, des n², sommes des termes d'une suite géométrique, formule du binôme. Maniement des inégalités dans R : calcul sur les inégalités, suites et fonctions monotones, inéquations, études de signe, fonctions majorées ou bornées. Inégalité des accroissements finis (et l'égalité des AF et le théorème de Rolle) et inégalité de Taylor-Lagrange. Fonctions convexes : caractérisation par la dérivée seconde ; inégalités associées (courbe sous les pentes et au dessus des tangentes). NB : l'inégalité de Jensen n'est pas au programme. Tracé de fonctions, équation de la tangente en un point, méthode d'étude des branches infinies. Injections, surjections, bijections, théorème des valeurs intermédiaires et théorème de la bijection.	1.18(3,4,8), 1.19(6), 1.29		
ven. 8 sept.	Fonctions usuelles : exp, ln, puissances, sin, cos, tan, sinh, cosh, arcsin, arccos, arctan. NB : th, argsh, argch et argth ne sont pas au programme Objectif : connaître l'allure précise des courbes des fonctions et savoir faire le lien (dans les deux sens) avec leurs propriétés analytiques : définition, ensembles de définitions, valeurs particulières, dérivées, variations, limites, branches infinies. + révision des formules usuelles de calcul algébrique À CONNAÎTRE PARFAITEMENT ET SANS HÉSITATION Y COMPRIS (ET SURTOUT) LES DESSINS Nombres complexes, formules de trigonométrie, linéarisation, (in)équations trigonométriques. Exponentielle complexe, forme trigonométrique, résolution de z^n=a.	1.33(3,6), 1.45, 1.66(1), 1.67(1)		
lun. 11 sept.	Polynômes : trinôme du second degré, coefficients, degré, racines, racines multiples, factorisation dans C[X] ou R[X], division euclidienne. Fonctions homographiques. !!! NE PAS CONFONDRE X et x !!! Polynômes de Lagrange : expression explicite à partir des conditions de valeurs au points d'interpolation. Existence et forme des solutions du problème d'interpolation. NB : le fait que les polynômes de Lagrange forment une base ne sera vu qu'au chapitre d'algèbre linéaire Fractions rationnelles : forme de la décomposition en éléments simples — uniquement dans le cas cas où le dénominateur est scindé et à racines simples. NB : le cas des pôles multiples est hors-programme (à moins de fournir la forme de la décomposition recherchée). La décomposition dans IR qui fait intervenir des irréductibles de degré 2 est, si nécessaire, à guider en partant de celle sur C.	1.120(1,2,3)	1.72(1,5),1.73(5,7), 1.76, 1.77, 1.78	
mar. 12 sept.	-- **Chapitre 2 : Calcul des limites (révisions de PCSI et compléments de PC)** -- Méthodes algébriques de calcul d'une limite pour les suites et fonctions à valeurs dans R : - théorèmes de calcul sur les limites ; caractérisation séquentielle de la limite d'une fonction (sens réciproque admis ; sera démontré en topologie) ; - limites des fonctions usuelles ; continuité ; limite de la suite (a^n) pour a réel ; - équivalence , prépondérance, domination ; règles de calcul usuelles ; - résultats usuels : comparaison des puissances en 0 / en l'infini ; croissances comparées de puissances/ exp/ ln ; formule de Stirling (programme de PC ; non démontrée) ; - développements limités : définition, comment en déduire un équivalent ; - obtention d'un dl : par la formule de Taylor-Young, par primitivation, par dérivation, par somme, par produit, par composée ; - Dls usuels à connaître parfaitement (en 0): exp(x), sin x, cos x, (1+x)^r, 1/(1+x), ln(1+x), arctan, tan (ordre 3), cosh, sinh	1.181(1), 1.85(6), 1.86(4), 1.106		2.20(3 questions parmi 18,22,23,26,27,31) + [2.42 ou 2.69] + [2.29 ou 2.74]
mer. 13 sept.	Méthodes analytiques de calcul d'une limite pour les suites et fonctions à valeurs dans R : - passage à la limite dans une inégalité large. Obtention d'une inégalité, localement, d'après une inégalité stricte avec la limite. - théorèmes de limite par encadrement, minoration ou majoration Théorème d'obtention d'un équivalent par encadrement - théorème de la limite monotone pour les suites et les fonctions Méthodes d'étude de la limite spécifiques au suites : - théorème sur les suites adjacentes - exemple d'étude des suites définies implicitement par f_n(u_n)=0 - exemple d'étude des suites récurrentes u_{n+1}=f(u_n) : définition, étude graphique, limites finies possibles… Extension de la notion de convergence aux suites et aux fonctions à valeurs dans C. Exemple fondamental de la suite (a^n) : convergence pour a complexe ; limite pour a réel.	1.120(4,5), 2.8(5,11,12), 2.14(4,9)		
ven. 15 sept.	-- Chapitre 3 : Calcul différentiel à une variable (révisions de PCSI et compléments de PC) -- Dérivée d'une fonction d'une variable réelle, dérivée à gauche ou à droite, dérivée sur une partie Dérivées des fonctions usuelles À CONNAÎTRE PARFAITEMENT !!! NE PAS CONFONDRE f et f(x) !!! Théorème de dérivabilité et dérivée d'une réciproque. Extension de la dérivabilité aux fonctions à valeurs complexes. Calculs de dérivées n-ièmes. Formule de Leibniz. Régularité d'une fonction : fonction n fois dérivable et dérivée n-ième, fonction de classe C-n, fonction de classe C-infini, régularité des fonctions usuelles (elles sont C-infini là où elle sont définies, sauf exceptions A CONNAÎTRE PARFAITEMENT) Théorèmes de calcul sur les fonctions à valeurs réelles ou complexes n fois dérivables, de classe C-n, de classe C-infini : somme, produit, composée. Théorème sur la limite de la dérivée. Application à l'étude de la régularité d'un raccordement ou d'un prolongement de fonctions, NB : le théorème de prolongement de classe C-n n'est pas au programme (seulement pour n=1, c'est le théorème sur la limite de la dérivée)	2.14(14), 2.18(8,14,24,28), 2.20(12,17)		

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
lun. 18 sept.	PC : extension des notions de convergence/continuité/dérivabilité et dérivée aux fonctions à valeurs dans IK^n ; Formules de calcul de dérivée pour : u+v, u(phi(t)) avec phi à valeurs réelles, L(u) avec L linéaire, B(u,v) avec B bilinéaire, M(u_1,...,u_p) avec M p-linéaire (admis). Calcul de primitives : primitives usuelles A CONNAÎTRE PARFAITEMENT. Primitive d'une somme, d'une combinaison linéaire ; primitivation par parties, par changement de variable Primitive de certaines fractions rationnelles, notamment 1/(x-a)^n et (ax+b)/(x^2+px+q) et fractions rationnelles à dénominateur scindé à racines simples NB : le cas général de la décomposition en élément simple (existence, unicité et méthodes dans le cas général) n'est pas au programme de PC, mais il faut savoir se débrouiller dans les situations simples, et savoir trouver les coefficients d'une forme proposée NB : les révisions sur les intégrales seront effectuées à l'occasion d'un chapitre ultérieur NB : les règles de Bioche ne sont plus au programme de CPGE (depuis fort longtemps…) Vocabulaire des équations différentielles de PCSI (savoir reconnaître et nommer chaque type d'équation au programme). Exemples de changement de fonction inconnue. Principe général de résolution des équations linéaires. Résolution des équations différentielles linéaires : y'-a(x)y=b(x) ; y''+ay'+by=0 ; y''+ay'+by=exp(m x) ; y''+ay'+by=B cos (omega x) ou B sin(omega x). À SAVOIR FAIRE PARFAITEMENT. NB : pour les équations d'ordre deux, les seconds membres de la forme P(x)exp(mx), P(x) cos(omega x) ou P(x)sin (omega x) avec P polynôme non constant ne sont pas au programme. Exemples de résolution d'équation par changement de fonction inconnue. Unicité de la solution d'un problème de Cauchy associé aux types d'equations y'-a(x)y=b(x) ; y''+ay'+by=f(x) où a et b sont des constantes [résultat admis]. NB : le cas d'ordre deux où a et b sont des fonctions n'est plus au programme. NB : les équations vectorielles Y'+A(x)Y=B(x) [Y et B à valeurs dans IR^n, A(x) matrice carrée] ne sont plus au programme Ni le théorème de Cauchy-Lipschitz associé (existence et unicité de la solution d'un pb de Cauchy associé). NB : les résultats sur l'étude des équations différentielles y''+a(x)y'+b(x)y=0 ne sont plus au programme (théorème de structure de l'ensemble des solutions, wronskien, méthode de variations DES constantes) — mais la méthode de variation de LA constante peut être envisagée si le changement de fonction inconnue est donné ! NB : les équations autonomes ne sont pas au programme	3.20(1)	2.33(5,8), 2.38(7,13), 2.44, ~~2.57, 2.78~~	
mar. 19 sept.	--- **Chapitre 4 : Intégration (révisions de PCSI et extensions de PC)** --- Rappel de PCSI : théorème fondamental de l'analyse (lien primitive/intégrale) ; calcul de l'intégrale d'une fonction continue sur un segment à l'aide d'une primitive. REVOIR LE CALCUL DE PRIMITIVES. !!! NE PAS CONFONDRE PRIMITIVE ET INTÉGRALE !!! Fonctions continues par morceaux sur un segment NB : la classe C^n par morceaux n'est pas au programme pour n>0 Extension de l'intégration aux fonctions continues par morceaux sur un segment. Fonctions continues par morceaux sur un intervalle quelconque (i.e. continue par morceau sur tout segment contenu dans l'intervalle — c'est exactement ce qui suffit pour définir les intégrales impropres). Définition de l'intégrale impropre sur un intervalle semi-ouvert ; sur un intervalle ouvert. Remarque : le programme de PC/PC* n'envisage pas l'intégration de fonctions qui ne seraient pas, au minimum, continues par morceaux sur l'intervalle ouvert délimité par les bornes de l'intégrale. Exemples fondamentaux À CONNAÎTRE : 1/x^r sur]0,1], 1/x^r sur [1,+infini[, exp(-rx) sur [0,+infini[, ln x sur]0,1], fonctions constantes. REVOIR LE CALCUL DE LIMITES			[3.14 ou 3.40] + [3.51 ou 3.52] + [3.23 ou 3.45 ou 3.62]
mer. 20 sept.	Linéarité de l'intégration ; relation de Chasles ; cas des intégrales impropres. Intégration par parties ; pour des intégrales impropres la convergence de [uv]_a^b assure que les deux intégrales sont de même nature. Sinon revenir à des intégrales partielles puis étudier la convergence de chaque terme. Formule de Taylor avec reste intégrale sur un segment. REVOIR : inégalité de Taylor-Lagrange et formule de Taylor-Young Changement de variable dans une intégrale sur un segment ; extension au cas d'une intégrale impropre de fonctions continues (avec un changement de variable C^1 strictement monotone bijectif entre les deux intervalles d'intégration). Dans le cas sur un segment, c'est une formule de calcul ; dans le cas impropre c'est un théorème dont l'emploi doit être justifié proprement. Exemples fondamental À CONNAÎTRE : les changements de variables affines sont licites dans les intégrales impropres.			
ven. 22 sept.	Propriétés analytiques de l'intégration : * positivité ; * croissance ; * inégalité triangulaire (pour les fonctions à valeurs réelles ou complexes) ; * une fonction continue, positive, d'intégrale nulle est la fonction nulle. * inégalité de Cauchy-Schwarz (pour les fonctions continues à valeurs réelles — NB : le cas d'égalité ne sera abordé que dans le cadre du cours d'analyse dans les EVN). Faire attention que les bornes soient bien dans le sens croissant. Cas des intégrales impropres (il faut d'abord que tout converge). *Rendu DS1 (45min)* **‼ A cette date ‼ ne sont pas encore au programme de colle : convergences d'intégrales impropres sans calcul de primitive (faussement impropre, par comparaison etc.)**			
lun. 25 sept.	*Cours déplacé au mardi 26/9 (DS informatique)*			
mar. 26 sept.	*4h de cours* Cours de 10 à 12h Exemples d'encadrement d'une somme par des intégrales (ou d'une intégrale par des sommes). Rappels de PCSI : sommes de Riemann (définition et théorème les concernant). Convergence d'une intégrale impropre sans calcul de primitive : * intégrales faussement impropres ; * théorème de comparaison globale (par majoration sur tout l'intervalle) pour les intégrales impropres de fonctions POSITIVES. Cours de 13 à 15h * théorème de comparaison locale (par majoration locale , équivalent, petit « o », grand « O ») pour les intégrales impropres de fonctions POSITIVES. → pour une intégrale impropre : vocabulaire de la convergence ou la divergence en une de ses bornes NB : le règle « x^alpha f(x) » de Riemann n'est pas au programme ; il faut la redémontrer à chaque fois, dans le cas particulier étudié — avec un théorème de comparaison.	4.11(4), 4.15(2,5)	2.57, 2.78, 3.27(1,3,8)	4.5 (2 questions parmi 13,14,15,16) + 4.10(1 ou 2) + 4.11(3 questions parmi 13,14,15,16,17,18) + [4.42 ou 4.72 ou 4.39]
mer. 27 sept.	Exemple classique de la fonction Gamma (aucune connaissance n'est exigible ; toute affirmation doit être redémontrée). Intégrales absolument convergentes ; toute intégrale absolument convergente est convergente ; la réciproque est fausse (contre-exemple classique de l'intégrale de Dirichlet : vu en classe mais aucune connaissance dessus n'est exigible) Fonctions intégrables ($\mathscr{L}^1$; notation qui est au programme), stabilité par somme, produit par un scalaire . Expression des théorèmes de comparaison avec l'intégrabilité. → pour une fonction : vocabulaire de l'intégrabilité en un point. NB : les fonctions de carré intégrable ne sont plus au programme Exemples de fonctions définies par une intégrale de la forme : x → int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt (x dans les bornes) Exemples de fonctions définies par une intégrale (éventuellement impropre) de la forme : x → int_a^b f(x,t) dt (x dans la fonction qu'on intègre).			

<table>
<tr><th>date</th><th>Cours 2023-2024</th><th>exercices faits en cours</th><th>exercices faits en TD</th><th>énoncé DM donné</th></tr>
<tr><td>ven. 29 sept.</td><td>--
Chapitre 5 : Séries (révisions de PCSI et extensions de PC)

Rappels de PCSI : vocabulaire de base sur les séries : terme général, sommes partielles, série, convergence ou divergence (nature), somme d'une série convergente. Utilisation de formules de télescopage. Divergence grossière d'une série.

Rappels de PCSI : exemple fondamental À CONNAÎTRE PARFAITEMENT :
- série géométrique (condition nécessaire et suffisante de convergence et formule de sommation — à partir de l'entier p)

Rappels de PCSI : relation de Chasles. Opérations sur les séries et éventuellement leurs sommes (en cas de convergence) : somme, produit par un scalaire, décalage d'indice, cas des séries lacunaires. Convergence d'une série à termes complexes.

Rappels de PCSI : théorèmes de comparaison pour les séries À TERMES POSITIFS :
- par majoration ou minoration du terme général ; ou par négligeabilité [o(.)] ou domination [O(.)]
- par équivalence du terme général (à rechercher en priorité).
Pour une série à terme positifs, le programme autorise les notations : [somme]<+infini ou [somme]=+infini.

NB : le théorème de comparaison d'une série à une intégrale n'est plus au programme, mais le résultat peut être obtenu par la technique d'encadrement/minoration des sommes partielles d'une série par une intégrale (que le programme demande aux élèves de maîtriser).

Rappels de PCSI : exemple fondamental À CONNAÎTRE PARFAITEMENT :
- séries de Riemann (convergence si et seulement si alpha>1).

Règle <<n^alpha u_n>> de Riemann (hors-programme ; à redémontrer à chaque fois avec un théorème de comparaison).</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>lun. 2 oct.</td><td>Règle de d'Alembert pour les séries à termes STRICTEMENT POSITIFS

Rappels de PCSI : séries absolument convergentes (définition ; toute série absolument convergente est convergente ; réciproque fausse). Théorèmes de comparaison pour les séries absolument convergentes (par majoration locale de la valeur absolue, équivalent, prépondérance ou domination).

Théorème spécial des séries alternée : convergence, majoration et signe du reste.

Remarque : tout autre règle de convergence des séries est hors programme (Cauchy, Raabe-Duhamel, etc.)</td><td></td><td rowspan="2">4.11(11.,19), 4.12(4), 4.10(3)</td><td></td></tr>
<tr><td>mar. 3 oct.</td><td>séance d'exercices</td><td>4.21, 4.41(7,9,13,19), 4.55(1,2,6)</td><td>(4.38 ou 4.57 ou 4.82] + 5.1(3 questions parmi 8,10,16,19,24,34)</td></tr>
<tr><td>mer. 4 oct.</td><td>Définition du produit de Cauchy de deux séries ; convergence et somme si les deux séries sont absolument convergentes.

Propriétés analytiques de la sommation des séries convergentes (positivité, croissance, cas d'une série positive de somme nulle, inégalité triangulaire)

Définition de la convergence simple d'une série de fonctions définies sur un ensemble X.</td><td>5.42(2)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>ven. 6 oct.</td><td>Séries entières : définition.

Rayon de convergence R : définition [comme la borne supérieure des r>=0 tels que la suite (a_n r^n) est bornée] , théorème de caractérisation : c'est l'unique R tq : il y a [divergence grossière si |z|>R et convergence absolue si |z|<R].
Calcul direct lorsque |a_{n+1}|/|a_n| converge (règle de d'Alembert pour les séries entières).
Théorèmes de comparaison pour les séries entières : si |a_n|~|b_n|, alors Ra=Rb ; si |a_n|<=-|b_n| ou a_n=o(b_n) ou a_n=O(b_n), alors Ra>= Rb (attention à l'inversion du sens de l'inégalité).

Opérations sur les séries entières : sommes, produit par un scalaire, substitutions simples sur la variable,

!! A cette date !! ne sont pas encore au programme de colle : produit de Cauchy de SE, thm d'intégration et de dérivation terme à terme, développements en séries entière (définition, unicité, et développements usuels)</td><td>5.48(1,2,3,4)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>lun. 9 oct.</td><td>Produit de Cauchy de séries entières.
Théorèmes d'intégration terme à terme et de dérivabilité d'une série entière sur]-R,R[

Théorème de dérivation terme à termes d'une série entière sur]-R,R[

NB : le théorème d'Abel n'est pas au programme [si une série entière converge en R (resp. -R) alors la somme de la série entière est continue en R (resp. -R)].

Fonctions développables en série entière. Unicité du développement en série entière.
NB : seuls sont au programme les DSE en 0 (en puissances de x ou z).</td><td>5.57(1,2,3)</td><td rowspan="2">4.77, 5.12(6,7), 5.14, 5.30, 5.46(6)</td><td></td></tr>
<tr><td>mar. 10 oct.</td><td>Série de Taylor d'une fonction C-infini.

Recherche des solutions développables en série entière d'une équation différentielle. Opérations sur les fonctions développables en série entière (somme, produit par un scalaire, composée par x->x^q ou x->kx, produit, dérivée, primitive).

Développements en série entière À CONNAÎTRE : exp(z), sin(x), cos(x), cosh(x), sinh(x), z^p/(1-z) et (1+x)^r, ln(1+x), arctan x ainsi qu'un domaine de validité (donné par le rayon de la SE).</td><td></td><td>[5.23 ou 5.37] + [5.55(1,2,3) ou 5.52]</td></tr>
<tr><td>mer. 11 oct.</td><td>Exemple d'utilisation de séries entières pour montrer qu'une fonction est de classe C-infini (x → 1/x*arctan x ; prolongée par 1 en 0).

Exemples de calcul de la somme de certaines séries entières.</td><td>5.71(1)</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>ven. 13 oct.</td><td>--
Chapitre 6 : Vocabulaire et calculs algébriques (révisions de PCSI et compléments de PC)

PC : Produit de matrices par blocs, matrices diagonales par blocs, matrices triangulaire par blocs
PC : matrices orthogonales, matrices de rotations ; notation O(n) et SO(n) ; description explicite de SO(2).
PC : polynômes de matrice (substitution de X par A) ;

!! A cette date !! l'algèbre n'est pas encore au programme de colles</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>lun. 16 oct.</td><td>utilisation d'un polynôme annulateur pour le calcul des puissances successives ou pour étudier l'inversibilité. Puissances (ou polynôme) d'une matrice diagonale (ou triangulaire) par blocs.

COURS DE PCSI A REVOIR SUR :
Déterminant d'une matrice (existence et unicité admises) : formule de développement selon une ligne ou une colonne, effet des opérations sur les lignes ou les colonnes, déterminant d'un produit et caractérisation de l'inversibilité d'une matrice par le déterminant, déterminant 1x1, 2x2, 3x3 (Sarrus), déterminant d'une matrice triangulaire, déterminant de la transposée.</td><td>6.13, 6.17</td><td rowspan="2">5.48(10,12), 5.63(2,5,19), 5.71(5,8,11)</td><td></td></tr>
<tr><td>mar. 17 oct.</td><td>COURS DE PC :
- Déterminant d'une matrice triangulaire par blocs, déterminant de Vandermonde.
NB : les formules de Cramer ne sont pas au programme.
- Trace d'une matrice : définition, linéarité, trace de la transposée, trace d'un produit.

!!! à cette date, ne sont pas encore au programme : déterminant et trace d'un endomorphisme</td><td></td><td>Sujet sur les séries entières distribué en classe</td></tr>
</table>

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
mer. 18 oct.	COURS DE PCSI A REVOIR SUR le vocabulaire algébrique : - savoir exprimer, nommer et reconnaître les propriétés des opérations algébriques (associativité, commutation et commutativité, distributivité, élément neutre, inversibilité et inverse) ; - savoir pour les ensembles usuels (fonctions, matrices notamment) et leurs opérations usuelles (somme, produit...) si ces propriétés sont vraies ou fausses ; - faire attention à la propriété de simplification « ab=ac => b=c » et à la propriété « ab=0 ssi a=0 ou b=0 » qui sont souvent fausses ; connaître les cas usuels où c'est vrai quand même. - image directe ou réciproque d'une partie par une fonction. COUR DE PC : - fonctions partielles d'une fonction de plusieurs variables ; - stabilité d'une partie par une fonction ou par une opération EXEMPLES À CONNAÎTRE : stabilité ou non des ensembles de matrices usuels (scalaires, diagonales, triangulaires sup, symétriques, antisymétriques, inversibles, orthogonales) par somme, produit par un scalaire, produit, inverse, transposition ; Formules d'inverse d'un produit ou de la transposée. EXEMPLES À CONNAÎTRE : stabilité ou non des ensembles usuels de fonctions (polynomiales, développables en série entière, n fois dérivables, C^n, Cinfini, C_mor, intégrables) par somme, produit par un scalaire, produit, composée (sauf pour C_mor, intégrables et DSE) , dérivation (pour certains, mais pas pour d'autres); → revoir et connaître les définitions de ces ensembles et savoir quels sont les théorèmes qui exprimes ces stabilités NB : groupes, anneaux et corps ne sont pas au programme. Les relations d'équivalence ne sont plus au programme.			
ven. 20 oct.	*Séance d'exercices (1h) + Rendu DS2 (60min)*	6.28(1 + inversibilité)		
lun. 23 oct.				
mar. 24 oct.				
mer. 25 oct.				
ven. 27 oct.				
lun. 30 oct.				
mar. 31 oct.				
mer. 1 nov.				
ven. 3 nov.				
lun. 6 nov.	--- **Chapitre 7 : Algèbre linéaire (révisions de PCSI et compléments de PC)** --- COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Espaces vectoriels; sous-espaces vectoriels ; exemples de sous-espaces vectoriels de matrices, de suites, de polynômes, de fonctions (À CONNAÎTRE) ; intersection et espace engendré. Méthodes d'étude de l'inclusion ou de l'égalité de deux sous-espaces vectoriels. COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Applications linéaires. EXEMPLES À CONNAÎTRE : application linéaire canoniquement associée à une matrice ; évaluation en un point, composition à droite par une fonction donnée, dérivation, substitution, transposition, intégration, applications partielles d'un produit Opérations sur les applications linéaires ; ; noyau et image d'une application linéaire et le lien avec l'injectivité et la surjectivité. Formes linéaire et hyperplans (=noyau d'une forme linéaire) COURS DE PC : polynômes d'endomorphismes Stabilité d'un sous-espace vectoriel par un endomorphisme COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Résolution d'un « problème » (=équation) linéaire ; Exemples (À CONNAÎTRE) : suites arithmético-géométriques, équations différentielles linéaires, systèmes linéaire avec second membre, interpolation de Lagrange	7.11(1,2)	6.40, 6.45, 6.54 , 6.57(5,8)	
mar. 7 nov.	COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Applications bilinéaire. Produits scalaires ; exemples (À CONNAÎTRE) : K^n, Mn(K), C([a,b],IR) NB : l'extension à l'espace des fonctions définies sur un intervalle quelconque, continues et de carré intégrable n'est plus au progamme NB : seuls sont au programme les produits scalaires sur les espaces vectoriels réels ; les produits scalaires hermitiens ne sont pas au programme. Orthogonalité ; de deux vecteurs, de deux parties ; famille orthogonale ; orthogonal d'une partie. Norme préhilbertienne ; propriétés usuelles de norme ; norme au carré d'une somme ; formules de polarisation. REMARQUE : l'inégalité de Cauchy-Schwarz et l'inégalité triangulaire ont été vues en PCSI mais elles ne seront revues et exploitées qu'à l'occasion du cours de topologie.	7.23(6,7,8)		[6.15 ou 6.20] + [6.49 ou 6.55] + [6.69 ou 6.75] + [6.73 ou 6.84 ou 6.87]
mer. 8 nov.	COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Familles libre, génératrices, bases ; exemples fondamentaux (À CONNAÎTRE). NB : les familles infinies ne sont pas au programme COUS DE PC : les n+1 polynômes de Lagrange forment une base de K_n[X] COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Dimension ; exemples fondamentaux (À CONNAÎTRE) Méthodes pour trouver une base (extraction, complétion, dimension...) Savoir trouver une base de ker A et de Im A (où A est une matrice) --- A SAVOIR FAIRE IMPÉRATIVEMENT Familles de vecteurs dans les espaces préhilbertiens. Orthonormalisation de Gram-Schmidt (FORMULES À CONNAÎTRE). COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Rang (d'une famille de vecteurs, d'une application linéaire, d'une matrice, d'un système linéaire) ; théorème du rang, une matrice et sa transposée ont le même rang (admis) . Caractérisations des isomorphismes en dimension finie.	7.39(4,8), 7.47(1,2,3)		
ven. 10 nov.	COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Coordonnées d'un ou plusieurs vecteurs dans une base, coordonnées d'un vecteur dans une base orthonormale (espace euclidien) ; caractérisation d'une base par l'inversibilité de la matrice des coordonnées ; matrice de passage ; caractérisation COUS DE PC : d'une base orthonormale par le fait que, dans une b.o.n., la matrice des coordonnées est une matrice orthogonale. Matrice d'une application linéaire dans deux bases ou d'un endomorphisme dans une base. Formules de changement de base(s) pour un vecteur, pour un endomorphisme, ou pour une application linéaire. Calcul du noyau et/ou de l'image d'une application linéaire en calculant le noyau ou l'image de sa matrice dans des bases (ne pas confondre les vecteurs et leurs coordonnées). ATTENTION : les mots « canonique » et « canoniquement » ne doivent être utilisés que pour des EV où il y a une base canonique (K^n, M_{n,p}(K) ou K_n[X] --- et c'est tout !) COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Déterminant d'une famille de vecteurs dans une base. Déterminant d'un endomorphisme en dimension finie. COURS DE PC : Trace d'un endomorphisme. COURS DE PC : Un sev est stable par un endomorphisme si et seulement si la matrice de l'endomorphisme est triangulaire supérieure par blocs dans une base adaptée. **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme : matrices semblables ; sommes de SEV ; projections et symétries et autres endomorphismes particuliers**	7.95(1,3), 7.88		
lun. 13 nov.	COURS DE PC (extension à n quelconque des notions vues en PCSI pour n=2) : somme de n sous-espace vectoriels, famille de n sous-espace vectoriels en somme directe ; sous-espaces supplémentaires ; caractérisations À CONNAÎTRE (par la définition, par les familles de vecteurs, par la dimension) ; formule de Grassmann.			
mar. 14 nov.	Dans un espace préhilbertien, n sev orthogonaux sont en somme directe COURS DE PCSI A REVOIR SUR : dans un espace préhilbertien tout sev E_1 de dimension finie possède un unique supplémentaire orthogonal qui est l'orthogonal de E_1. Formule donnant la dimension de l'orthogonal lorsque E est de dimension finie. COURS DE PCSI A REVOIR SUR : Projections, symétries, et leurs sous-espaces caractéristiques . Projections orthogonales ; caractérisation matricielle en b.o.n. NE PAS CONFONDRE : une projection / la projection sur … parallèlement à … (idem pour les symétries). COURS DE PC : Symétries orthogonales.		6.60, 6.68, 6.83,6.90, 7.11(3), 7.18	[7.10 ou 7.41 ou 7.56] + [7.71 ou 7.75] + [7.11 ou 7.117]

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
mer. 15 nov.	Isométries et endomorphismes autoadjoints d'un espace euclidien : définition ; caractérisation matricielle en base orthonormé. N.B. : le programme préconise d'éviter l'ancien vocabulaire d'automorphisme orthogonal (=isométrie) et d'endomorphisme symétrique (=autoadjoint) — avec raison, du fait des autres sens déjà rencontrés des mots « orthogonal » et « symétrie/symétrique » Caractérisation matricielle en b.o.n. des projections orthogonales ; une projection est orthogonale si et seulement si elle est autoadjointe			
ven. 17 nov.	Rotations, orientation de l'espace euclidien, caractérisation des rotations par les bases (l'image d'une b.o.n. est une b.o.n. de même orientation). Étude des isométries (stabilité par composition et réciproque ; description à l'aide des rotations). Rotations en dimension 2 (angle d'une telle rotation ; matrice dans toute b.o.n. directe en fonction de l'angle ; commutation de deux rotations). Description de l'ensemble des isométries en dimension 2. N.B. : les spécificités des rotations en dimension 3 (axe, angle) sont hors-programme **.!!! à cette date, ne sont pas encore au programme :** *** matrices semblables ; réduction**	7.138(4,5), 7.143		
lun. 20 nov.	-- **Chapitre 8 : Réduction** -- COURS DE PCSI à revoir : Matrices semblables ; deux matrices semblables ont même déterminant et même rang et même trace ; utilisation de la formule de changement de base pour montrer que deux matrices sont semblables. Éléments propres d'une matrice.	8.3	7.25(5), 7.27, 7.32, 7.47(4)	
mar. 21 nov.	REVOIR IMPÉRATIVEMENT CHAPITRE 1 : cours sur les polynômes Polynôme caractéristique d'une matrice (unitaire par convention) ; multiplicité d'une valeur propre. Lien entre les valeurs propres et la trace ou le déterminant (lorsque le polynôme caractéristique est scindé).			Sujet sur les opérateurs de translation et de différence
mer. 22 nov.	Méthodes de recherche des éléments propres d'une matrice. La transposée ou un matrice semblable ont le même polynôme caractéristique. Les valeurs propres appartiennent à l'ensemble des racines de tout polynôme annulateur. Exemple des matrices de symétrie, de projecteur.			
ven. 24 nov.	*Séance d'exercices* *Rendu DS3 (40min)* **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme :** *** éléments propres d'un endomorphisme** *** Les sous-espaces propres sont en somme directe. la dimension d'un sous-espace propre est inférieure ou égale à la multiplicité.** *** diagonalisabilité et diagonalisation d'une matrice ou d'un endomorphisme, trigonalisation , théorème spectral ;** *** trigonalisation** *** applications classiques de la réduction (calcul de A^n, récurrences linéaires, systèmes différentiels, etc.)**	8.10(5,7,9), 8.24		
lun. 27 nov.	Éléments propres d'un endomorphisme (en toute dimension) ; polynôme caractéristique et multiplicités (en dimension finie). Les sous espaces propres sont en somme directe. La dimension d'un sous-espace propre est inférieure ou égale à la multiplicité.	8,34(5,8)	7.63, 7.121, 7.133, 7.147	
mar. 28 nov.	Diagonalisation effective d'une matrice à l'aide d'un base de vecteurs propres. Une matrice est diagonalisable si et seulement si la somme (directe) des sous-espaces propres vaut $M_{n,1}$. Dans cas une base de vecteurs propres s'obtient par réunion de bases des sous-espaces propres. Inversement toute base de vecteurs propres est obtenu de cette manière. Exemple fondamental des matrices de projecteur ou de symétrie.			[7.129 ou 7.141] + [8.4 ou 8.7] + [8.36 ou 8.39]
mer. 29 nov.	Caractérisation d'une matrice $n \times n$ diagonalisable par l'une des propriétés suivante s : - elle est semblable à une matrice diagonale - il existe un base de $M_{n,1}$ formée de vecteurs propres ; - les sous-espaces propres sont supplémentaires dans $M_{n,1}$; - la somme des dimensions des sous-espace propres est (supérieure ou) égale à n ; - le polynôme caractéristique est scindé et la dimension de chaque sous-espace propres est égale à la multiplicité de la valeur propre correspondante. - il existe un polynôme annulateur scindé à racines simples (preuve faite pour les endomorphismes). - le polynôme scindé à racines simples dont les racines sont les valeurs propres est annulateur de A Conditions suffisantes de diagonalisabilité : - il y a n valeurs propres distinctes — et alors les sous-espaces propres sont tous de dimension 1. - on a déjà trouvé (astucieusement) p valeurs propres distinctes et on a établie que la somme des dimensions des p sous-espaces propres correspondants atteint n — et alors il n'y a pas d'autres valeurs propres et les minorations trouvées pour les dimensions des sous-espaces propres sont des égalités. Exemples classiques (non exigibles au programme, mais qu'il est vivement recommandé de connaître ; vus en classe) : matrice peine de 1, matrices nilpotentes, matrices triangulaires avec des coefficients diagonaux distincts, matrice qui possède une seule valeur propre.	8.57, 8.63		
ven. 1 déc.	Définition d'un endomorphisme diagonalisable ; extension aux endomorphismes des théorèmes sur les matrices. Tout endomorphisme induit par un endomorphisme diagonalisable est lui aussi diagonalisable. **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme :** *** théorème spectral** *** théorème de Cayley-Hamilton** *** trigonalisation** *** applications classiques de la réduction (calcul de A^n, récurrences linéaires, etc.)**	8.79(8,10), 8.81(1)		
lun. 4 déc.	Tout endomorphisme induit sur un sous-espace stable par un endomorphisme diagonalisable est lui aussi diagonalisable. Théorème spectral (énoncé pour les endomorphismes, et énoncé pour les matrices)	8.99	8.14, 8.86(2), 8.73, 8.81(2),	
mar. 5 déc.	Théorème de Cayley-Hamilton (admis). N.B. : le polynôme minimal est hors programme. Trigonalisabilité et trigonalisation : définition pour une matrice ou un endomorphisme ; une matrice ou un endomorphisme est trigonalisable si et seulement si son polynôme caractéristique est scindé. *Commentaire du programme : « La technique générale de trigonalisation n'est pas au programme. On se limite dans la pratique à des exemples simples en petite dimension et tout exercice de trigonalisation effective doit comporter une indication » (vu en classe : le cas où la somme des dimensions des sous-espaces propres vaut n-1 en dimension n=2 ou n=3)*			[8.40 ou 8.45] +8.51
mer. 6 déc.	séance d'exercices	8.129, 8.132		
ven. 8 déc.	Applications classiques de la réduction (aucun résultat à connaître au programme ; tout est a redémontrer à chaque fois) : - calcul de A^k ; Compléments HORS PROGRAMME EN PC* (aucune définition et aucun résultat à connaître ; tout résultat utilisé doit être redémontré) : - calcul du terme général de certaines suites récurrentes - étudier si deux matrices sont semblables en les réduisant N.B. : la résolution des systèmes différentiels linéaires à coefficients constants n'est plus au programme, **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme :** *** matrices symétriques (défini-)positives ; endomorphismes auto-adjoints (défini-)positifs**	8.151		

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
lun. 11 déc.	- trouver des matrices X telles que X^2=A (A donnée) - quelques résultats sur les matrices symétriques, antisymétriques, de projecteurs, de symétries, de rang 1 (écrit dans le poly, non vus en classe) --------- Matrices symétriques positives et définies positives; endomorphismes autoadjoints positifs/définis positifs. Seule la définition est à connaître (par le signe des valeurs propres ou le signe de X^T SX). Une application : signe d'un polynôme à plusieurs variables, homogène de degré 2.			
mar. 12 déc.	--- **Chap. 9 : Probabilités (révisions de PCSI et extension du cadre de PC)** --- RAPPELS DE PCSI sur les opérations sur les ensembles : réunion, intersection, complémentaire, différence ; propriétés (distributivités et lois de Morgan). RAPPELS DE DÉNOMBREMENT PCSI : p-listes=p-uplets ; arrangements ; permutations ; combinaison (définition ; leur nombre ; illustration sur le cas des tirages dans une urne). Lemme des bergers (visualisé sur un arbre). Définition théorique d'un ensemble fini, de son cardinal, d'un ensemble infini, d'un ensemble dénombrable, d'un ensemble au plus dénombrable. Toute partie d'un ensemble au plus dénombrable l'est aussi. Le produit cartésien de deux ou du'n ombre fini d'ensembles dénombrables l'est aussi. Commentaire du programme : « l'étude de la dénombrabilité d'un ensemble est hors programme » Sommation d'une famille au plus dénombrable de nombres positifs ou +infini (définition et propriétés élémentaires ; tout est admis). La somme vaut +infini si la série diverge. Notion de famille sommable. COURS DE PC À REVOIR sur les séries (chap. 5).	9.1(1 à 6)	8.88, 8.103, 8.105, 8.122(4)	[8.124 ou 8.127 ou 8.130] + [8.119 ou (8.66 et 8.86)]
mer. 13 déc.	Vocabulaire des probabilités (univers, événements, l'évènement certain, l'évènement impossible, évènements incompatibles, système complet d'évènements [s.c.e], utilisation du vocabulaire « d'évènement réalisé »). Définition d'une probabilité sur un univers fini et extension aux univers infinis (la sigma-additivité généralise l'additivité). Nécessité et définition de la notion de tribu ; notion d'espace probabilisé. *Commentaire du programme : « la notion de tribu n'appelle aucun autre développement que sa définition ».* Vocabulaire usuel des modèles classiques : pièce ou dés truqués ou non, tirage de boules dans une urne, expérience de Bernoulli RAPPELS DE PCSI : définition d'une distribution probabilité comme famille de nombres positifs de somme 1. La donnée d'un probabilité sur un univers fini se ramène à celle d'une distribution de probabilités. Probabilité uniforme sur un univers fini. Formules de probabilité (rappels de PCSI et extension aux s.c.e. dénombrables en PC) - probabilité de l'évènement contraire ; - formules de probabilités totales (plusieurs formes) ; - croissance de P ; - continuité croissante et continuité décroissante ; - formule du crible pour deux évènements (hors programme pour trois évènements ou plus). Évènements négligeables, par exemple : « tous les lancers donnent Pile » (dans une suite de lancers de pièce) ; définition du vocabulaire « presque sûrement ». Notion de systèmes quasi-complet d'avènements (la formule des probabilités totales reste valable).	9.25(1,2)		
ven. 15 déc.	Définition d'une probabilité conditionnelle ; formule des probabilités composées (pour 2 ou pour n évènements). Utilisation d'un arbre pour modéliser une expérience aléatoire complexe ; néanmoins un arbre ne suffit pas justifier un résultat : tout doit être justifié au moyen de formules de probabilité (formules des probabilités composée et totales notamment) qui s'appliquent à des événèments définis précisément. Indépendance pour deux évènements, pour une famille d'évènements. Stabilité par complémentaire. MÉTHODOLOGIE (TRÈS IMPORTANT) : * les différentes manières d'aborder le calcul de P(union des A_i) ---- ou de P (intersection des A_i) ; * bien rédiger les problèmes de probabilités : (1) introduire des évènements simples (2) exprimer l'évènement étudié à l'aide de ces évènements simples (3) calculer sa probabilité en utilisant les formules de probabilités du cours, et seulement elles ; citer leur nom et vérifier leurs hypothèses — incompatibles, indépendants, s.c.e. — s'il y en a	9.54		
lun. 18 déc.	Formule de probabilité des causes/de Bayes (plusieurs formes ; rappels de PCSI et extension aux s.c.e. dénombrables en PC). *Rendu DS4 (40 min)*	9.91		
mar. 19 déc.	--- **Chap.10 : Variables aléatoires** --- Extension de la définition de la notion de variable aléatoire (v.a) aux univers quelconques — notion vue en PCSI pour les univers finis ; univers X(Ω) d'une variable aléatoire ; variable aléatoire indicatrice d'un événement. NB : le programme ne mentionne plus la notion de fonction de répartition d'une variable aléatoire (évoquée rapidement en classe à titre de complément) Notion de variable aléatoire discrète ; définition de la loi [donné par l'univers X(Ω) et les P(X=k)] ; loi de Y=phi(X) à partir de celle de X. Condition nécessaire et suffisante sur les p_k pour qu'une fonction k → p_k soit la loi d'une variable discrète. NB : le programme indique que les (P(X=k)) forment un famille sommable positive de somme 1 mais n'évoque aucune réciproque		9.1(7 à 10), 9.6, 9.25(3), 9.31, 9.23(8)	Sujet sur les matrices de Kac + une application probabiliste.
mer. 20 déc.	Lois discrètes usuelles À CONNAÎTRE PARFAITEMENT (nature des paramètres, définition, contexte où on les reconnaît) : loi (quasi-)certaine , loi uniforme, loi de Bernoulli (notion d'expérience de Bernoulli), loi binomiale (nombre de succès dans une suite de n expériences de Bernoulli indépendantes de même probabilité de succès p), loi géométrique (rang du premier succès dans une suite d'expériences de Bernoulli indépendantes de même probabilité de succès p ; connaître aussi la fonction de répartition), loi de Poisson. N.B. : la loi hypergéométrique n'est pas au programme.	10.24(1)		
ven. 22 déc.	Couples discrets : définition, loi du couple, lois marginales, lois conditionnelles — notion vue en PCSI pour les univers finis.)**!!! à cette date, ne sont pas encore au programme :** indépendance des va, espérance (ni en général, ni pour les lois usuelles)	10.43		
lun. 25 déc.				
mar. 26 déc.				
mer. 27 déc.				
ven. 29 déc.				
lun. 1 janv.				
mar. 2 janv.				
mer. 3 janv.				
ven. 5 janv.				
lun. 8 janv.	Exemple de chaîne de Markov (complément hors-programme ; aucun vocabulaire et aucun résultat n'est à connaître) Indépendance de deux variables aléatoires — notion vue en PCSI pour les univers finis. Indépendance d'une famille de variables aléatoires ; lemme des coalitions — notion vue en PCSI pour les univers finis.	10.50		

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
mar. 9 janv.	Exemples de calcul de la loi de $u(X,Y)$. Théorèmes de stabilité sur les lois binomiales (i.e. loi de la somme de telles variables indépendantes). N. .B : le programme ne mentionne plus explicitement les théorèmes de stabilité pour les loi binomiales ou de Poisson (évoquées en classe), mais pour la loi binomiale il se déduit de la loi de Bernoulli, et pour la Loi de Poisson il s'obtient par calcul ou s'obtiendra rapidement comme application directe des fonctions génératrices.		9.64, 9.79, 10.24(2,3), 10.25(1 à 8), 10.44(2)	[9,50 ou 9,83] + [9,55 ou 9,78] ou [9,30 ou 9,70]
mer. 10 janv.	Extension de la notion de famille sommable et de leur sommation aux famille au plus dénombrables de nombres réels ou complexes dont la série converge absolument selon une numérotation (et c'est alors vrai pour toute numérotation sans modification de la somme ; résultat admis). Résultats admis : linéarité de la sommation des famille sommables ; théorème de sommabilité d'une famille par domination ; sommation par paquets ; théorème pour les sommes doubles. N. .B : le programme précise « Ces notions ne feront l'objet d'aucune évaluation spécifique, et leur usage est strictement réservé au contexte probabiliste. » Rappel : pour les familles de nombres positifs la somme est toujours définie quitte à valoir +infini (on peur calculer toute somme et conclure seulement à la fin qu'elle est convergente). Espérance : définition pour une variable discrète ; pour une variable aléatoire à valeurs positives ou +infini telle que la famille de $kP(X=k)$ n'est pas sommable, on peut noter $E(X)=+\infty$; espérance des lois usuelles À CONNAÎTRE PARFAITEMENT ; théorème de transfert ; théorème de transfert pour un couple. Linéarité de l'espérance ; espérance d'un produit de variables aléatoires indépendantes. Si X est valeur dans IN, alors E(X) est la somme de $P(X>=k)$ de k=1 à +infini --- qui vaut +infini si X n'est pas d'espérance finie.			
ven. 12 janv.				
lun. 15 janv.			10.93, 10.105 (en autonomie, avec corrigé	
mar. 16 janv.				[10.31 ou 10.59] + [10.65 ou 1.110]
mer. 17 janv.	Théorème d'existence d'une espérance par majoration. En particulier : * si X est bornée ps alors E(X) existe * si $E(X^2)$ existe, alors E(X) existe ; * $E(aX^2+bX+c)$ existe si et seulement si $E(X^2)$ existe ($a\neq 0$) ; * si X^2 et Y^2 admettent une espérance, alors XY aussi Variance, écart-type, covariance ; notions de variable centrée et de variable réduite ; formules de Koenig-Huyghens pour la variance et pour la covariance. Deux v.a. Indépendantes ne sont pas corrélées ; réciproque fausse. Variance d'une somme ; cas particulier de variables indépendantes. Variances des lois usuelles [B(p) – B(n,p) – G(p) – P(lambda)] — À CONNAÎTRE. N.B. : la corrélation n'est plus au programme			
ven. 19 janv.	Fonction génératrice G d'une variable discrète X à valeurs dans N ; elle est toujours définie au moins sur [-1,1] ; à savoir retrouver pour les lois usuelles [B(p) – B(n,p) – G(p) – P(lambda)]. La fonction génératrice caractérise la loi ; deux v.a. ont la même loi si et seulement si elles ont la même fonction génératrice. La v.a. X admet une espérance si et seulement si G dérivable en 1, et alors $G'(1)=E(X)$ [et c'est bien le cas si $R>1$ — R = rayon de convergence] ; la v.a. X admet une variance si et seulement si G est deux fois dérivable en 1 et alors $G''(1)=E(X(X-1))$ (ce qui permet de calculer V(X) → savoir le faire). Série génératrice de la somme de deux v.a. indépendantes ; et extension à n v.a. indépendantes **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme :** inégalités probabilistes ; loi faible des grands nombres	10.140		
lun. 22 janv.	Positivité et croissance de l'espérance. Une v.a . positive et d'espérance nulle est nulle presque sûrement Inégalités de Markov et de Bienaymé-Tchebichef. Inégalité de Cauchy-Schwarz sous la forme $(E(XY))^2 \leq E(X^2)E(Y^2)$. Cas d'égalité. Loi faible des grands nombres. Remarque : toutes les notions de convergence d'une suite de variables aléatoires sont hors-programme (convergence en loi, convergence en probabilité, convergence presque surement, etc)	10.151,		
mar. 23 janv.	--- **Chapitre 11 : Analyse et topologie dans les espaces vectoriels normés** --- Rappels de PCSI sur la borne supérieure/inférieure et le maximum/minimum d'une fonction à valeurs réelles (à adapter pour le cas d'une partie de IR). Théorème de la borne supérieure. Toute partie de N a un minimum ; toute partie majorée de N a un maximum. Toute partie finie de R a un maximum. Toute fonction (à valeurs réelles) continue sur un segment est bornée et atteint ses bornes. Caractérisation séquentielle de la borne supérieure. Plusieurs (in)égalités portant sur sup (resp. inf) on été vues en cours, mais il faut savoir les redémontrer en utilisant : [$f(x) \leq M$ pour tout x] <=> $\sup f \leq M$ Sauf : sup lambda f= lambda sup f (si lambda >=0) — qui est explicitement au programme de PC	11.1, 11.3	10. 113(1), 10.132, 10.146	2 exercices parmi les trois exercices de probabilités (distribués en classe)
mer. 24 janv.	Normes : définition générale (dans un EV sur K) ; cas particulier de la norme préhilbertienne associée à un produit scalaire (sur un EV réel) ; Exemples fondamentaux À CONNAÎTRE : - |.| est la seule norme que l'on utilise sur K, - normes 1,2, infinie sur K^n, - norme 2 sur M_n(R) ; NB : bien que très classique cette norme n'est pas mentionnée dans le programme (savoir tout redémontrer), - norme uniforme d'une fonction bornée (de I intervalle réel, à valeurs dans K). NB : la norme 2 d'une fonction (continue) de carré intégrable sur un intervalle quelconque I n'est plus au programme, mais elle est au programme quand I est un segment (norme associée au produit scalaire usuel des fonctions). Inégalité de Cauchy-Schwarz (avec ou sans valeur absolue), cas d'égalité (valeurs colinéaires s'il y a la valeur absolue ; vecteurs colinéaires et de même sens si elle n'y est pas). Inégalité triangulaire inverse.			
ven. 26 janv.	Parties bornées d'un EVN, fonctions et suites bornées dans un EVN. Espace vectoriel des fonctions bornées à valeur dans IK et définition de la norme uniforme sur cet espace. Suites convergentes dans un espace vectoriel normé. Théorèmes de calcul en en dimension quelconque (somme ; produit par une suite convergente de scalaires). Caractérisation de la convergence par la convergence coordonnée par coordonnée dans une base en dimension finie ; limite d'un produit en dimension finie. Équivalence de deux normes. Invariance du caractère borné ou de la convergence d'un suite pour deux normes équivalentes. Toutes les normes sont équivalentes en dimension finie (admis). NB : le programme indique que « la comparaison effective de deux normes n'est pas un objectif du programme. On se limite en pratique à des exemples élémentaires » Remarque : la convergence uniforme des suites de fonctions ne sera étudiée en détail qu'au chapitre suivant.			
lun. 29 janv.	cours déplacé au mardi 30/1 de 10h à 12h			
mar. 30 janv.	**cours 10h : 12h :** séance d'exercices + rendu DS5 (1h) **cours 10h : 12h :** distance associée à une norme. Distance d(u,X) d'un point u à une partie X : - définition - rappel de PCSI : distance d'un point u à un sev X de dimension finie d'un espace préhilbertien est atteinte en un unique point qui est le projeté orthogonal de u sur X (théorème de projection sur un SEV de dimension finie). Point u adhérent à une partie X [lorsque d(u,X)=0] ; caractérisation séquentielle d'un point adhérent. Adhérence d'une partie (l'ensemble des points adhérents). Définition de la convergence (en un point adhérent à l'ensemble de définition) d'une fonction entre deux evn de dimensions quelconques. Fonctions continues. Théorèmes de calcul sur les limites et les fonctions continues : somme, produit par une fonction à valeurs scalaires, composée, produit (en dimension finie). Exemples de fonctions continues À CONNAÎTRE : polynômes à n variables ; déterminant, applications linéaires en dimension finie.	11.39, 11.11(1)	10.163, 10.167, 10.162(1 à 4)	[11.37 ou 11.52] + [11.32 ou 11.43]
mer. 31 janv.	Fonctions lipschitziennes. Les fonctions lipschitziennes sont continues.	11.70(1,2,3), 11.78(2)		

date	Cours 2023-2024	exercices faits en cours	exercices faits en TD	énoncé DM donné
ven. 2 févr.	Définitions de la topologie dans un EVN de dimension quelconque : boule ouverte, boule fermée, sphère, boule unité. Partie ouverte : c'est la réunion de boules ouvertes ; c'est caractérisé par le fait que tout point est intérieur ; intérieur d'un partie. **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme des colles : topologie, théorème des bornes atteintes**			
lun. 5 févr.	Partie fermée : lorsque le complémentaire est ouvert ; caractérisation séquentielle ; contient tout ses points adhérents. Une réunion d'ouverts (une intersection de fermés) l'est aussi ; une intersection d'un nombre fini d'ouverts (une réunion d'un nombre fini de fermés) l'est aussi. Obtention d'ouvert ou de fermés lorsqu'ils ont une équation cartésienne continue. L'image réciproque d'un ouvert/d'un fermé par une application continue l'est aussi.			
mar. 6 févr.	Compléments au programme sur la continuité d'une fonction sur une partie (définie comme la continuité de la restriction de la fonction à cette partie) : la continuité sur chaque partie d'un découpage disjoint ne donne pas la continuité globale ; c'est le cas seulement sur les points d'un partie non adhérents aux autres parties ; et pour les points adhérents aux autres parties on revient à la définition calcul de limite). Théorème des bornes atteintes : si f est une fonction à valeurs réelles, continue sur une partie fermée bornée d'un EVN de dimension finie, alors f est bornée et atteint ses bornes (résultat admis). Remarque : le vocabulaire de partie « compacte » n'est pas au programme.	11.92	11.8,11.1(6,9), 11.28,11.44	sujet de devoir distribué en classe
mer. 7 févr.	Parties denses d'un EVN. Partie convexe d'un EV.	11.100, 11.103(9)		
ven. 9 févr.	-- **Chapitre 12 : Théorèmes d'interversion** -- * Suites de fonctions : convergence simple (CVS), convergence uniforme (CVU) ; la CVU entraîne la CVS (vers la même fonction limite) — réciproque fausse. Méthode d'étude de la CVU. Si |f_n(x)-f(x)| est majoré par alpha_n qui tend vers 0 quand n tend vers +infini ET QUI NE DÉPEND PAS DE x, alors (F_n) CVU vers f. Théorèmes d'interversion pour avec une suite de fonctions qui CVU : - si une suite (f_n) de fonctions CVU (vers f) et si les f_n sont continues, alors f est continue	12.1(3,4)		
lun. 12 févr.				
mar. 13 févr.				
mer. 14 févr.				
ven. 16 févr.				
lun. 19 févr.				
mar. 20 févr.				
mer. 21 févr.				
ven. 23 févr.				
lun. 26 févr.	- si une suite (f_n) de fonctions CVU (vers f) et si les f_n sont continues sur un SEGMENT [a,b], alors l'intégrale de a à b de f_n converge vers l'intégrale de a à b de f ; - si les f_n sont C^1, si (f_n) CVS vers f et si (f_n') CVU vers h, alors f est C^1 et f'=h ; - extension à la classe C^p Utilisation de la convergence uniforme sur tout segment, ou plus généralement sur toute partie d'une famille bien choisie. Mais cela ne s'applique PAS pour le théorème d'intégration. La convergence uniforme sur tout segment de X n'entraîne PAS la convergence uniforme sur X. NB : le théorème de la double limite pour les SUITES de fonctions n'est pas au programme *Rendu DS6 (45 min)*		11.36, 11.85(10), 11.91 (fin), 11.94	
mar. 27 févr.	* Séries de fonctions : REVOIR IMPÉRATIVEMENT LE CHAPITRE 4 (séries) Convergence normale sur X d'une série de fonction ; convergence uniforme sur X d'une série de fonction ; liens avec la convergence absolue et la convergence simple. Exemples fondamentaux : séries entières (convergence normale sur tout segment inclus dans l'intervalle ouvert de convergence).	12.14(3)		[12.19 ou 12.21] + [12.34 ou 12.37]
mer. 28 févr.	Théorème continuité sous le signe "somme".	12.14(11)		
ven. 1 mars	Théorème d'intégration terme à terme d'une série de fonctions continues, qui converge uniformément sur un SEGMENT. Application : théorème d'intégration terme à terme d'un série entière (la seule hypothèse est de sa placer sur un segment inclus dans]-R,R[) Théorème de la double limite pour les SÉRIES de fonctions NB : Il n'y a aucun théorème d'interversion au programme pour une série double [i.e.du type : Σ_n (Σ_p u_{n,p})=Σ_p (Σ_n u_{n,p})] sauf en probabilités (sommation par paquets des familles sommables) Théorème de dérivation terme à terme ; extension aux fonctions de classe C^p (si les séries des f_n, f_n',..., f_n^(p-1) CVS et si la série des f_n^(p) CVU). Application aux séries entières (rappel). Application : théorème de dérivation terme à terme d'un série entière (la seule hypothèse est de sa placer sur]-R,R[) Application à la démonstration de : si la v.a. X à valeur dans IN admet une espérance, alors G dérivable en 1, et G'(1)=E(X) [y compris dans le cas où R=1] . **!!! à cette date, ne sont pas encore au programme des colles : théorème d'intégration terme à terme sur un intervalle quelconque**	12.32		
lun. 4 mars	Théorème d'intégration terme à terme d'un série de fonctions f_n sur un intervalle quelconque, lorsque chaque f_n est intégrable, lorsque la série converge simplement vers f, où f est continue par morceaux, et lorsque la série de t.g. « intégrale sur I de |f_n| » converge (admis).	12.33	11.103(3,7), 12.1(9,12), 12.14(5,7), 12.16(4)	
mar. 5 mars	REVOIR IMPERATIVEMENT LE CHAPITRE 5 (intégrales) * Intégrales à paramètres Domination d'une famille de fonctions.	12.43		
mer. 6 mars	Théorème de convergence dominée. Théorème de convergence dominée. avec un paramètre réel. Théorème de continuité sous le signe "intégrale".	12.49(1), 12.54(1)		
ven. 8 mars	Théorème de dérivation sous le signe "intégrale" ; extension à la classe C^p.	12,.62(1 à 4)		