

Les milieux granulaires soumis à des vibrations verticales ou horizontales.

Sandrine AUFFRAY

Rapport TIPE ENS



Sommaire

Introduction :

- Présentation des milieux granulaires
- Le phénomène de ségrégation/vibration
- Grains et vibrations utilisés

I- Expériences :

1. Vibrations verticales

- Premier montage expérimental
- Deuxième montage expérimental
- Régimes de convection
- Vitesse des rouleaux

2. Vibrations Horizontales

- Montage expérimental
- Observations et régimes
- Densification et profondeur de pénétration des vibrations

II- Modélisation :

1. Modèle :

- Méthode des éléments discrets
- Modélisation des interactions
- Logiciel PFC 3D

- Problèmes rencontrés et solution (contact)

2. Résultats :

- Vibrations verticales
- Vibrations horizontales

III- Analogie avec les fluides :

1. Motivation de l'analogie :

- Convection
- Modèle

2. Le montage :

- 1^{er} Montage et Problèmes
- 2^{ème} montage et principe de la mesure

3. Résultats :

- Mise en évidence d'une température seuil
- Instabilité de Rayleigh-Bénard - Nombre de Rayleigh

IV- Influence de différents paramètres

1. Grains :

- Taille des grains
- Dimension du support
- Mélange de grains

2. Fluides :

- Hauteur du fluide
- Influence de la viscosité

3. Comparaison

4. Limites de l'analogie

Introduction

Présentation des milieux granulaires

Les milieux granulaires sont omniprésents dans l'industrie, que ce soit dans le génie civil où ils servent par exemple à la fabrication du béton ou dans l'industrie chimique et pharmaceutique. Ce sont des milieux qui intéressent les scientifiques depuis plusieurs siècles déjà. Dès 1773, Coulomb s'est penché sur la formation des tas de sable. Depuis les années 1920, les scientifiques s'intéressent davantage à l'échelle microscopique des grains de sable.

On appelle milieu granulaire un ensemble de particules solides macroscopiques, le plus souvent arrangées de manière désorganisée. C'est un milieu très diversifié et caractérisé par plusieurs paramètres : les grains peuvent avoir une morphologie variée (sphérique, allongée, anguleuse...) comme illustré *figure 1*, ils peuvent être constitués de matériaux différents (sable, graines ...).

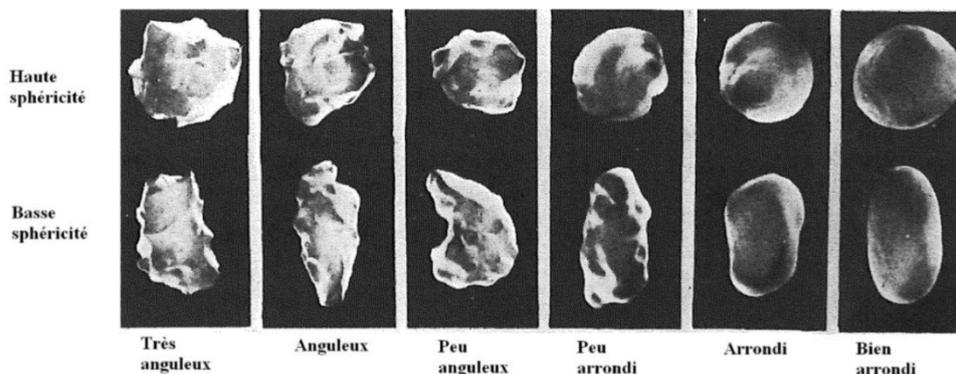


Figure 1 : Simplification de Powers [1]

Un milieu est dit granulaire pour des particules de taille supérieure à $100 \mu\text{m}$; en dessous, on les appelle des poudres. On peut aussi caractériser le milieu par des paramètres plus fins tels que la masse volumique des grains, leur coefficient de friction... On peut aussi caractériser un milieu granulaire par son angle de talus à l'équilibre (cf. *figure 2*), c'est-à-dire l'angle que fait un tas de sable avec l'horizontale. La valeur de l'angle varie selon la nature des grains, qui glissent plus ou moins les uns sur les autres selon la loi de Coulomb sur la friction entre deux solides.

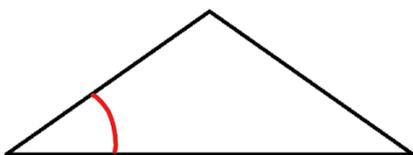


Figure 2 : angle de talus d'un tas de sable

Les milieux granulaires possèdent d'étonnantes propriétés rappelant à la fois les propriétés des solides et des liquides.

En effet les grains peuvent parfois se comporter comme des solides, comme lorsqu'ils servent à former des dunes de sable dans les déserts, mais peuvent aussi avoir certaines caractéristiques de liquides, notamment ils ont la faculté de s'écouler, tout comme de l'eau liquide, dans un sablier par exemple. Néanmoins, leurs propriétés ne sont pas rigoureusement identiques. Par exemple, une clepsydre de liquide et l'une de sable n'ont pas la même loi quant à la vitesse de sortie de la clepsydre.

Ces différences sont dues à la richesse des interactions possibles entre les grains. En plus de la gravitation à laquelle tous les grains sont soumis, s'ajoutent des forces de contact, telles que les forces de frottements supplémentaires entre chaque grain ou des chocs élastiques par exemple qui influent sur le comportement global du milieu.

Une des principales motivations de l'étude des milieux granulaires est leur rôle dans de nombreux secteurs industriels. On estime en effet que plus de 50% des produits vendus dans le monde mettent en jeu des matériaux granulaires, soit dans leur élaboration, soit dans leur forme finale. Les milieux granulaires sont omniprésents dans l'activité minière (extraction des minerais, transport, ...), le bâtiment et le génie civil (béton, ballast de train, ...), l'industrie chimique et pharmaceutique, etc. Dans tous ces secteurs se posent des problèmes de stockage, de transport, d'écoulement, de mélange et de transformation, qu'on étudie à l'aide de simulations numériques. Un autre grand domaine où les matériaux granulaires sont omniprésents est la géophysique, le sol étant principalement formé de grains. La nature offre ainsi les exemples les plus spectaculaires de phénomènes et de structures où interviennent les milieux granulaires : dunes de sable, plages s'étirant le long des côtes, éboulis, avalanches de neige, figures d'érosion... Ces exemples ne se limitent d'ailleurs pas à la Terre. Les dunes martiennes, les astéroïdes ou les anneaux de Saturne constitués de blocs et de poussières de glace illustrent l'ampleur des situations faisant intervenir la matière en grains.



Figure 3 : illustration de différents domaines où l'on trouve des milieux granulaires

Le phénomène de ségrégation/vibration

Un des phénomènes souvent observés avec les milieux granulaires est le phénomène de ségrégation des grains de différentes tailles : lorsqu'un milieu granulaire est soumis à une contrainte extérieure telle que des vibrations, une contrainte, un obstacle, les grains les plus volumineux peuvent être séparés des grains les plus fins. Cela dépend de la densité, de la taille, la forme, le coefficient de friction, la rugosité, la rigidité...

Par exemple, la ségrégation granulaire peut être observée par écoulement dans un sablier : Les gros grains se retrouvent aux bords, tandis que les grains plus fins sont au centre, comme le montre la *figure 4*.

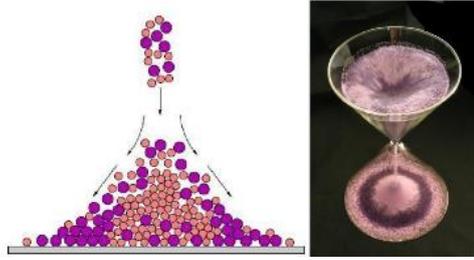


Figure 4 : Schéma et photo du phénomène de ségrégation observée dans un sablier [2]

La ségrégation granulaire peut aussi s'observer lorsqu'un milieu granulaire est soumis à des vibrations. Cet effet s'appelle l'effet « noix du Brésil », puisqu'il a été remarqué dans le transport de noix. Comme le schématise la figure 5, les gros grains se retrouvent à la surface.

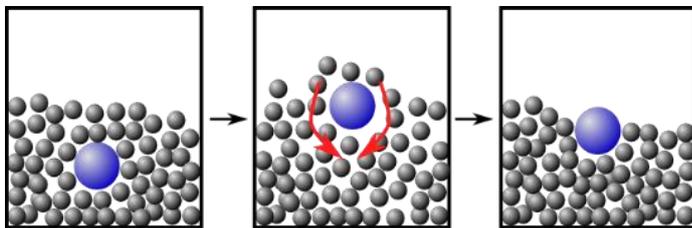


Figure 5 : Effet « noix du Brésil » [3]

Ainsi la vibration d'un milieu granulaire entraîne un transport de matière dans le milieu d'où mon intérêt pour ce phénomène.

Problématique :

Comment se comporte un milieu granulaire soumis à des vibrations verticales ou horizontales ?

Grains et vibrations étudiées

Le tableau récapitule les différents grains utilisés pendant notre étude.

	Sable fin de silice	Sable de Fontainebleau	Sel	Sable volcanique	Sable d'aquarium
Diamètre	• 200 μm	• 0,4 mm	• 0,5 mm	• 0,5 mm	• 7 mm
Surface	• Très lisse	• Lisse	• Lisse	• Lisse	• Rugueuse
Angle de Talus	• 23°	• 32,8°	• 32,2°	• 33,4°	• 41°



Figure 6 : tableau référençant les grains utilisés

Dans la suite, nous désignerons par « sable fin » le sable de Fontainebleau, le sel et le sable volcanique, puisque ces trois types de milieu granulaires ont des diamètres proches, un angle de talus proche également, et la surface des grains assez lisse.

Nous désignerons le sable d'aquarium par « gros sable » puisque celui-ci a un diamètre bien plus grand que les autres sables, et sa surface est plus rugueuse.

Le sable de Silice, bien qu'il ait été testé dans nos diverses expériences, ne permet pas d'obtenir de résultats quantitatifs, ainsi nous ne l'étudierons pas dans la suite de cette étude.

J'ai étudié le comportement d'un milieu granulaire soumis à des vibrations verticales ou horizontales sur une gamme de fréquence de 0 à 250 Hz.

I- Expériences :

1) Vibrations verticales

Premier montage expérimental

Afin d'observer comment se comporte un milieu granulaire lorsqu'il est soumis à des vibrations verticales, nous avons réalisé le premier montage suivant : un Générateur basse fréquence (GBF) est relié à un vibreur portant le support avec le milieu granulaire.

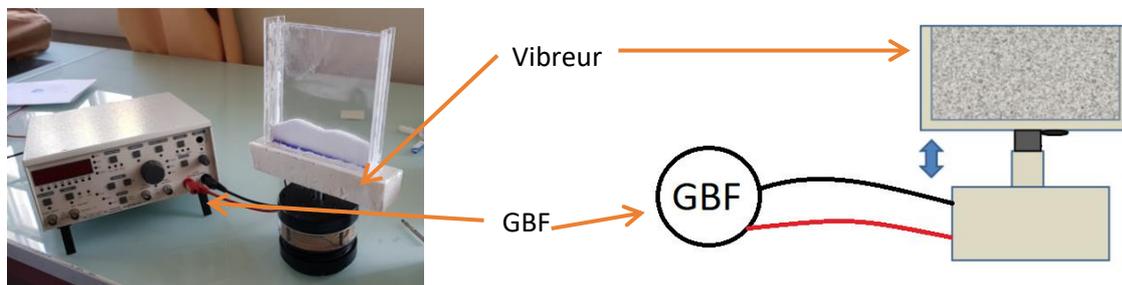


Figure 7 : 1^{er} montage expérimental pour les vibrations verticales

Le support a été réalisé avec du plexiglas. Le sable utilisé a été préalablement tamisé afin d'obtenir des grains fins de taille similaire, comme l'illustre la figure 8.



Figure 8 : tamisage du sable

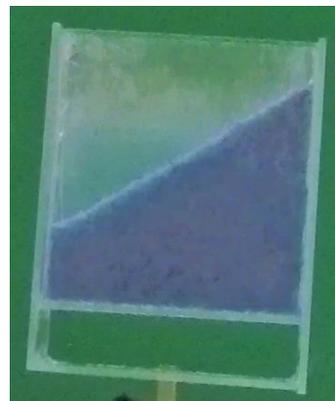


Figure 9 : photo des premières expériences : problème de stabilité

Cette première expérience nous a permis d'observer qualitativement des mouvements circulaires au sein du milieu granulaire. L'expérience permet également de voir que la fréquence a un grand impact sur la vitesse du transport qui s'effectue.

Néanmoins, le support en plexiglas contenant le milieu granulaire est très peu stable puisqu'il est relié au vibreur uniquement par un point. Ainsi le moindre déséquilibre dû aux mouvements du sable entraîne un fort penchement du montage, jusqu'à la chute si les vibrations ne sont pas arrêtées assez tôt. Cela rend donc l'étude quantitative des mouvements des grains impossible.

Deuxième montage expérimental

Pour contrer ce problème rencontré, le support a tout d'abord été amélioré : toujours constitué de plexiglas, il est plus fin et plus léger, de dimensions $9 \times 8 \times 0,5 \text{ cm}^3$. L'épaisseur est choisie très fine afin de n'étudier que les mouvements en 2 dimensions, et donc faciliter l'étude.

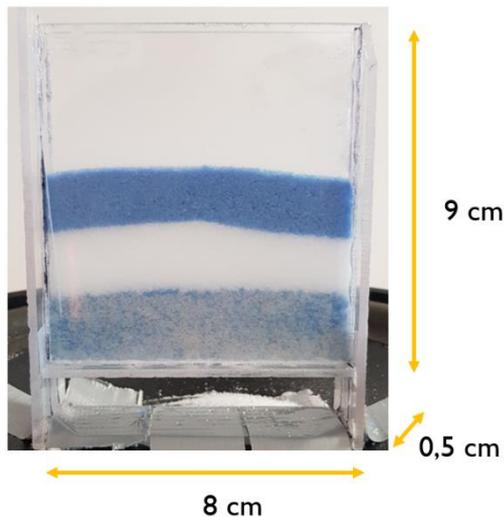


Figure 10 : Dimensions du support utilisé

De plus, afin de mieux visualiser les mouvements, le sable a été coloré comme le montre la figure 10.

Pour améliorer la stabilité du support, le vibreur a été remplacé par un haut-parleur, toujours relié à un Générateur basse-fréquence, comme illustré sur la figure 11.

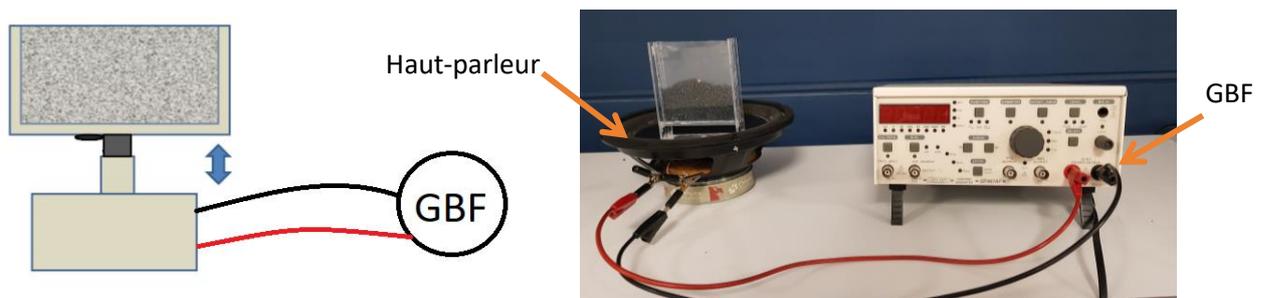


Figure 11 : Schéma et photo du 2^{ème} montage expérimental pour vibrations verticales

Ainsi la position du support varie sinusoidalement en fonction de la fréquence du générateur basse fréquence : $z(t) = Z_0 \cdot \cos(2\pi ft + \varphi)$

Régimes de convection

Avec cette expérience, différents régimes ont été observés selon la fréquence. Ces régimes se caractérisent par une modification de la surface libre du sable.

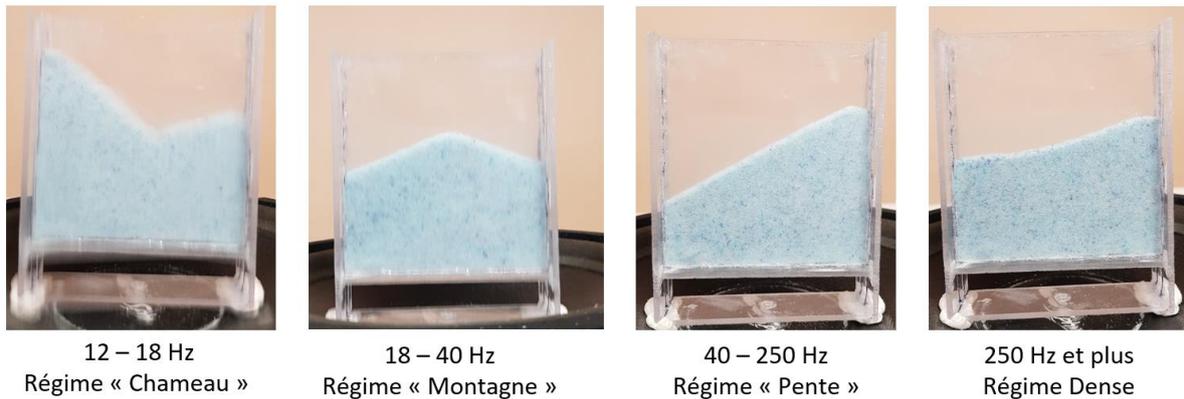


Figure 12 : Photos des différents régimes

Entre 12 et 18 Hz, on observe deux bosses qui se forment aux bords du support, ce régime est appelé le régime « chameau ».

Entre 18 et 40 Hz, c'est une seule bosse qui se situe au milieu, ce régime est appelé régime « montagne ».

Pour des fréquences entre 40 et 250 Hz, il y a formation d'une pente d'un côté du support, c'est donc le régime « pente ».

Au-delà de 250 Hz, les grains ne bougent plus, le régime est complètement densifié. En effet, les variations du support sont trop rapides pour que les grains ne les suivent, ainsi ils sont immobiles.

Pour les 3 premiers régimes, des mouvements circulaires apparaissent au sein du milieu granulaire, ce sont des mouvements de convection car ils ont la même allure que la convection que l'on trouve dans les fluides. Pour le régime densifié, aucun mouvement n'est visible. La *figure 13* schématise les mouvements observés à l'œil.

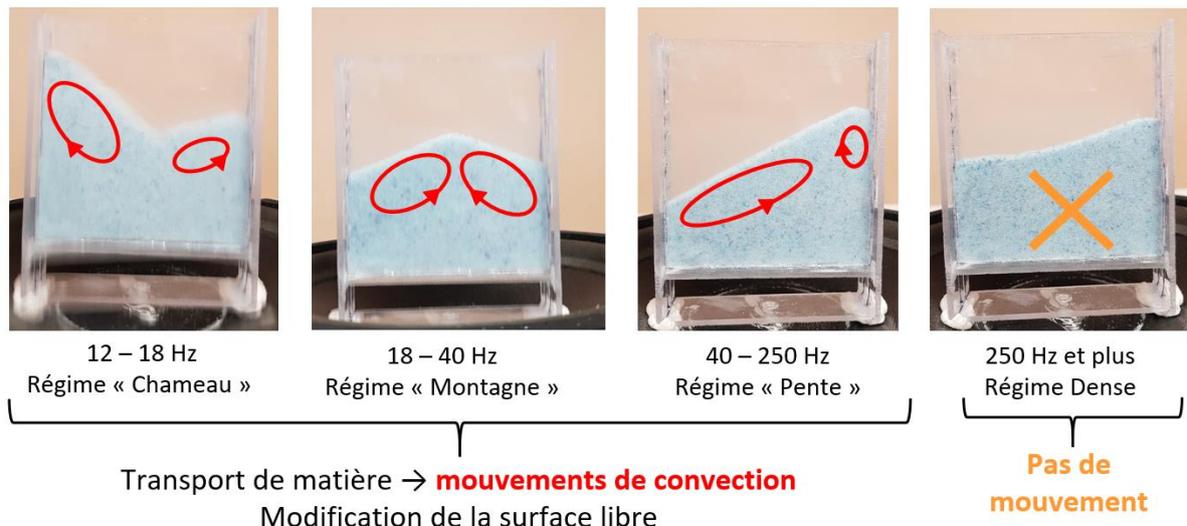


Figure 13 : Photos des différents régimes de convection

Des mouvements de convection sont observable à l'œil. Par exemple sur la *figure 14*, les mouvements circulaires sont clairement visibles grâce aux différents niveaux de couleur.



Figure 14 : Série de photo montrant la convection

Entre chaque photo, le pas de temps est $\Delta t = 1s$. Ces photos ont été prises lors d'une expérience avec du sable fin de différents couleur, à une fréquence de 20 Hz, donc en régime « montagne ».

Vitesse des rouleaux

Afin de caractériser les rouleaux de convections observés, une étude de la vitesse maximale des rouleaux a été effectuée.

Protocole expérimental :

- Pour plusieurs fréquences, 5 vidéos différentes du milieu granulaire soumis à des vibrations verticales ont été prise. La caméra utilisée est de type caméra rapide (30 images/secondes ; 1920×1080 pixels).
- Pour chacune de ces vidéos, un pointage des grains a été réalisé sur Avimeca, puis transféré sur Regressi pour obtenir la vitesse du grain suivi.
- Calcul de la valeur moyenne de la vitesse maximale obtenue pour chaque fréquence
- Calcul des incertitudes pour chaque fréquence.
- Tracer de la courbe. (Cf. *figure 16*)

Difficultés rencontrées :

- Suivre un grain parmi tout le milieu est compliqué car tous les grains sont pareils. Ainsi certains grains de couleur différente ont été utilisé pour les suivre plus facilement
- Pour chaque vidéo, il y a environ 100 à 200 images à pointer pour obtenir une valeur plus précise et ainsi diminuer les incertitudes. Or pour chaque Point de la courbe, 5 vidéos ont été traitées. Ainsi il nous est difficile d'avoir plus de points sur la courbe, puisque le traitement des vidéos est chronophage.

Par exemple, la *figure 15*, illustre la zone où ont été effectuées les mesures, et un profil des vitesses obtenu sur regressi.

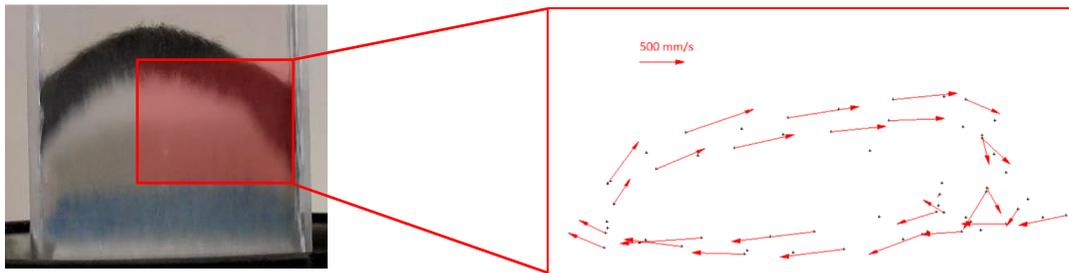


Figure 15 : Position et vitesse des grains issues des mesures sur Regressi

La courbe obtenue est la suivante :

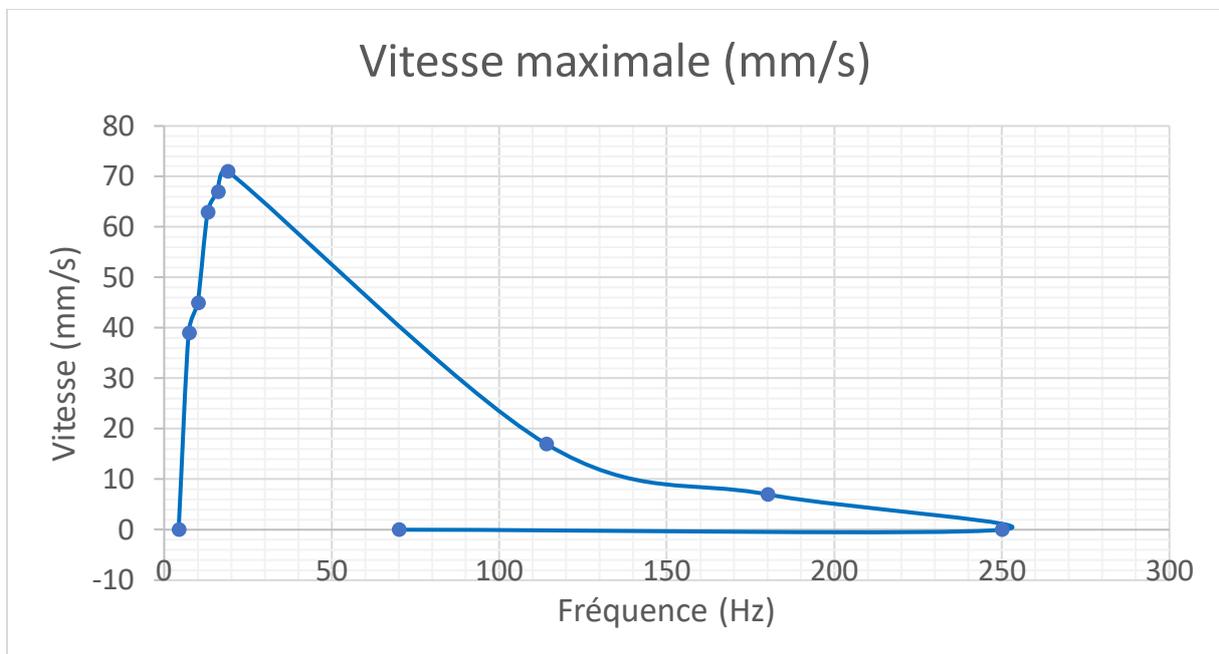


Figure 16 : Graphe vitesse en fonction de la fréquence

On remarque que la vitesse maximale des grains dans les rouleaux de convection est atteinte pour une valeur de 20 Hz. La vitesse obtenue est alors $0,7 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

Pour les basses fréquences, la croissance de la vitesse en fonction de la fréquence de vibration est assez forte, tandis que la décroissance pour des fréquences supérieures à 20 Hz, est plus lente.

2) Vibrations Horizontales

Montage expérimental

Afin d'observer comment se comporte un milieu granulaire lorsqu'il est soumis à des vibrations horizontales, le montage suivant a été effectué :

Un générateur de tension est relié à un système de vibrations horizontales sur lequel est fixé le support contenant les grains.

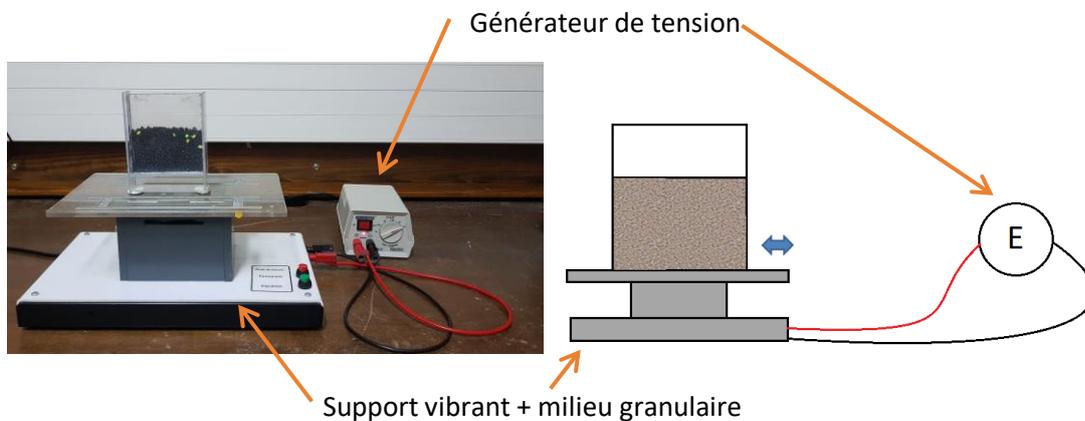


Figure 17 : Schéma et photo du montage expérimental pour vibrations horizontales



Le montage n'a pas présenté de difficultés particulières.

La position du support contenant le milieu granulaire varie horizontalement sinusoïdalement :

$$x(t) = X_0 \cdot \cos(2\pi ft + \varphi)$$

Figure 18 : photo du remplissage du support avec un entonnoir.

Observations et régimes

Avec ce montage, j'ai pu observer que le milieu se décompose en 2 zones : Une zone de fluidification à proximité de la surface libre, et une zone de densification en dessous, comme le montre la *figure 19*.

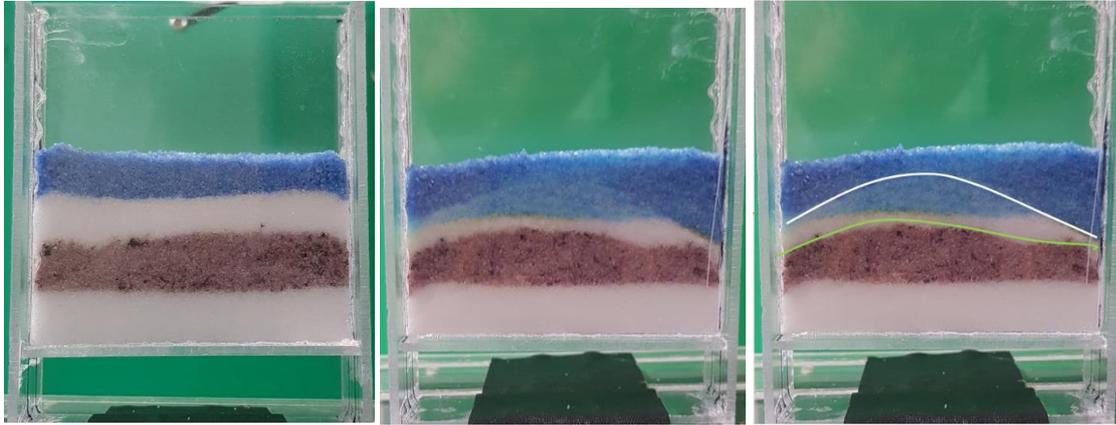


Figure 19 : photos avant et après vibrations horizontales

En effet en zoomant sur ces deux différentes zones, on observe un empilement lâche en surface pour la zone de fluidification, et un empilement ordonné au centre pour la zone de densification. Cela est illustré sur la *figure 20*.

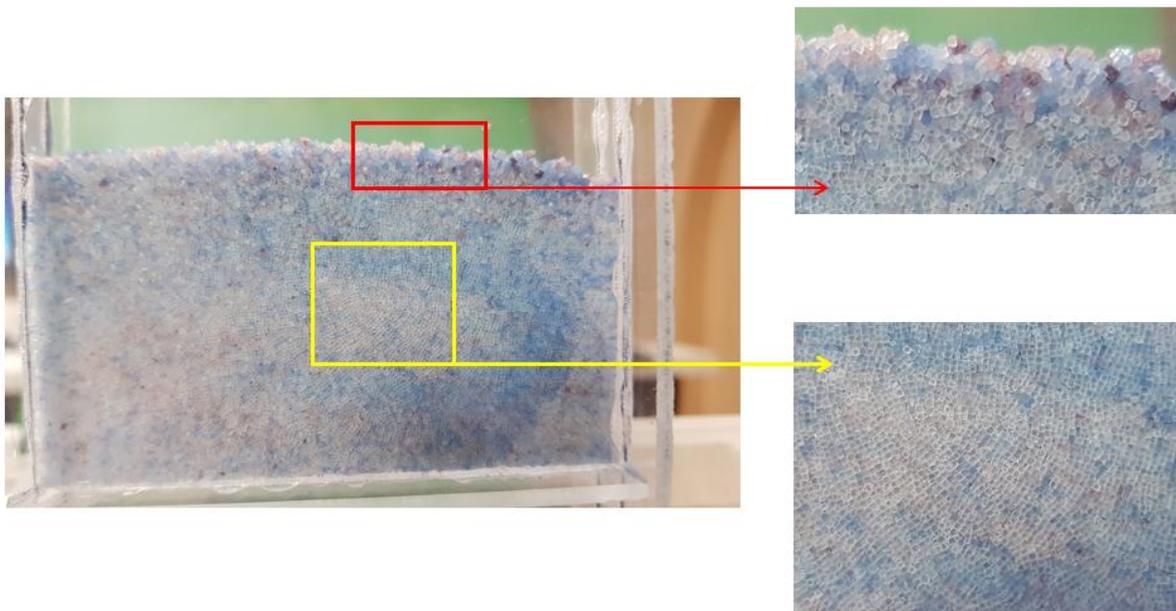


Figure 20 : photo de fluidification en surface et de densification au centre

En changeant la fréquence, on peut observer que la profondeur de pénétration dépend de la fréquence.

C'est ce sur quoi mon étude des milieux granulaires soumis à des vibrations horizontales va se concentrer.

Densification et profondeur de pénétration des vibrations

La fréquence ayant une influence sur la profondeur de pénétration des vibrations, le protocole suivant a été réalisé pour obtenir le graphe de la profondeur de pénétration des vibrations horizontales en fonction de la fréquence de vibration.

Protocole :

- Pour chaque fréquence, acquisition de 5 vidéos du milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales.
- Exploitation des vidéos pour obtenir une mesure de la profondeur des vibrations.
- Calcul des incertitudes.

On obtient alors la courbe suivante :

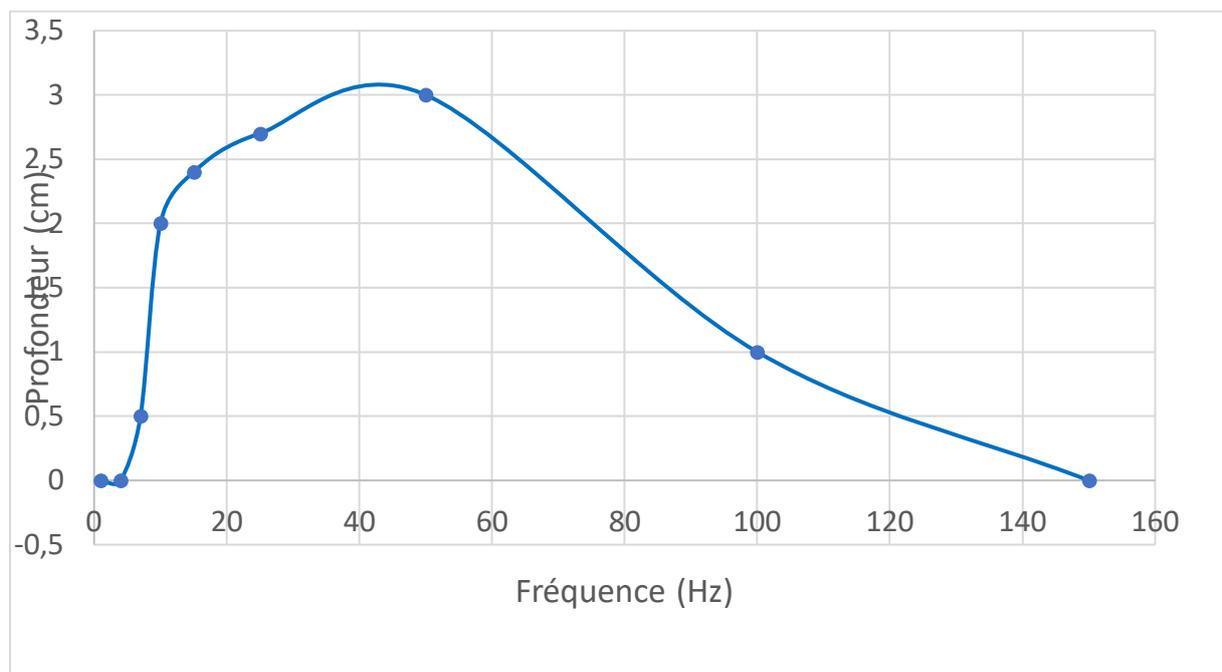


Figure 21 : Graphe profondeur en fonction de la fréquence.

On remarque que le maximum de pénétration des vibrations est atteint pour une fréquence de 50 Hz. Donc une fréquence plus élevée que ce qui a été mesuré pour les vibrations verticales.

La croissance de la profondeur en fonction de la fréquence est néanmoins toujours relativement rapide pour les basses fréquences, et la décroissance après 50 Hz est assez faible. Ces observations permettent de conclure que l'allure globale de la courbe est assez proche de celle obtenue pour les vibrations verticales.

II- Modélisation :

1) Modèle :

Méthode des éléments discrets

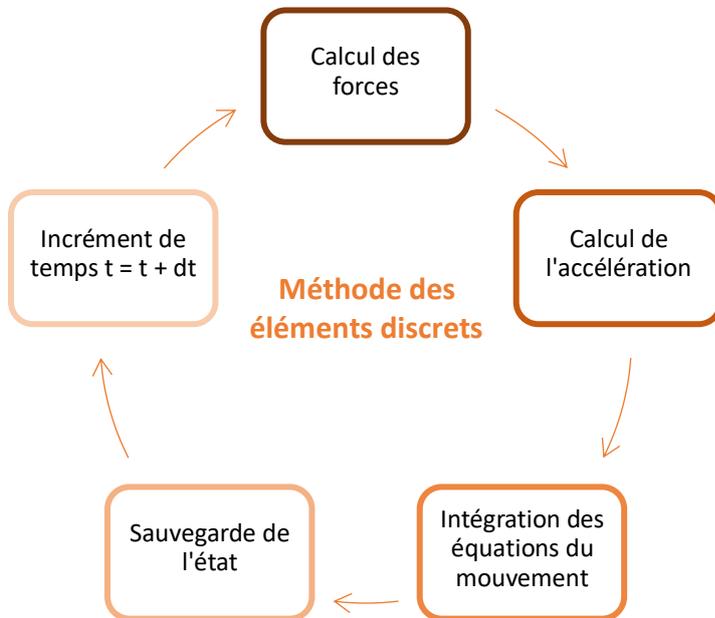


Figure 22 : schéma de la méthode des éléments discrets

Il est possible de modéliser les milieux granulaires par la méthode des éléments discrets issue des modèles moléculaires et présentée par Cundall en 1971. Les grains sont considérés comme des corps isolés et les interactions comme des forces extérieures. Le mouvement de chaque grain est donné par les équations de la dynamique.

On suppose les grains isolés et soumis chacun à des forces extérieures qui modélisent leurs interactions avec le milieu, on définit ainsi leurs contacts, leurs forces et on en déduit une évolution temporelle du milieu comme illustré *figure 22*. On peut notamment considérer la vitesse et l'accélération des particules, leurs forces de frottement sec, composante normale, envisager l'effet de collision dans le milieu, ainsi que la déformation élastique des grains.

Cette méthode permet donc d'avoir les caractéristiques d'un grain en fonction de tous les autres à un moment donné.

Modélisation des interactions

Pour modéliser les interactions entre les grains, sont pris en compte les forces de frottement sec et la composante normale (cf. *figure 23*), la position, vitesse et accélération de chaque grain, les forces dues à la collision des grains et les éventuelles déformations élastiques.

Pour modéliser les forces normales et les forces de frottement, le modèle des solides déformable est utilisé : Chacune de ces forces est modélisée par un ressort et un frottement comme montré *figure 23*. Les solides peuvent alors s'interpénétrer légèrement pour modéliser la déformation élastique.

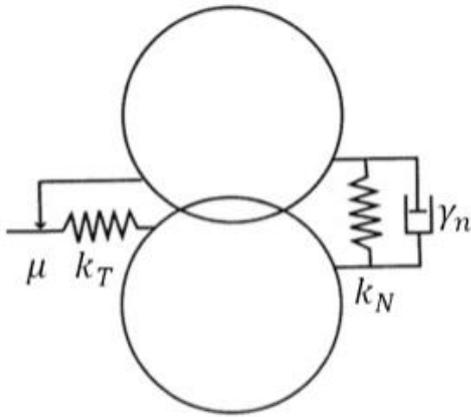


Figure 23 : Modélisation des actions de contact [4]

Certaines difficultés pratiques peuvent être rencontrées lors de la modélisation. Par exemple si tous les grains sont rigoureusement identiques, alors il peut se passer le phénomène de cristallisation au sein du milieu granulaire. Alors quelle que soit la fréquence, le milieu ne bouge plus et la convection ne s'effectue plus. Cela pose donc un vrai problème au niveau de la modélisation puisque chaque grain doit avoir une taille propre.

Ainsi, l'un des problèmes majeurs dans l'étude des milieux granulaires est alors leur modélisation. En effet, à cause la multiplicité des interactions, les milieux granulaires sont des systèmes complexes.

C'est pourquoi l'utilisation d'un logiciel informatique est nécessaire pour poursuivre la modélisation.

Logiciel PFC 3D

Pour cela le logiciel PFC3D a été envisagé pour la modélisation du milieu granulaire soumis à des vibrations.

Ce logiciel utilise la méthode des éléments discrets, et comporte une zone de saisie du code, une interface graphique pour voir ce qu'on modélise, et une zone où sont détaillés les calculs effectués par l'ordinateur en temps réel (*figure 24*).

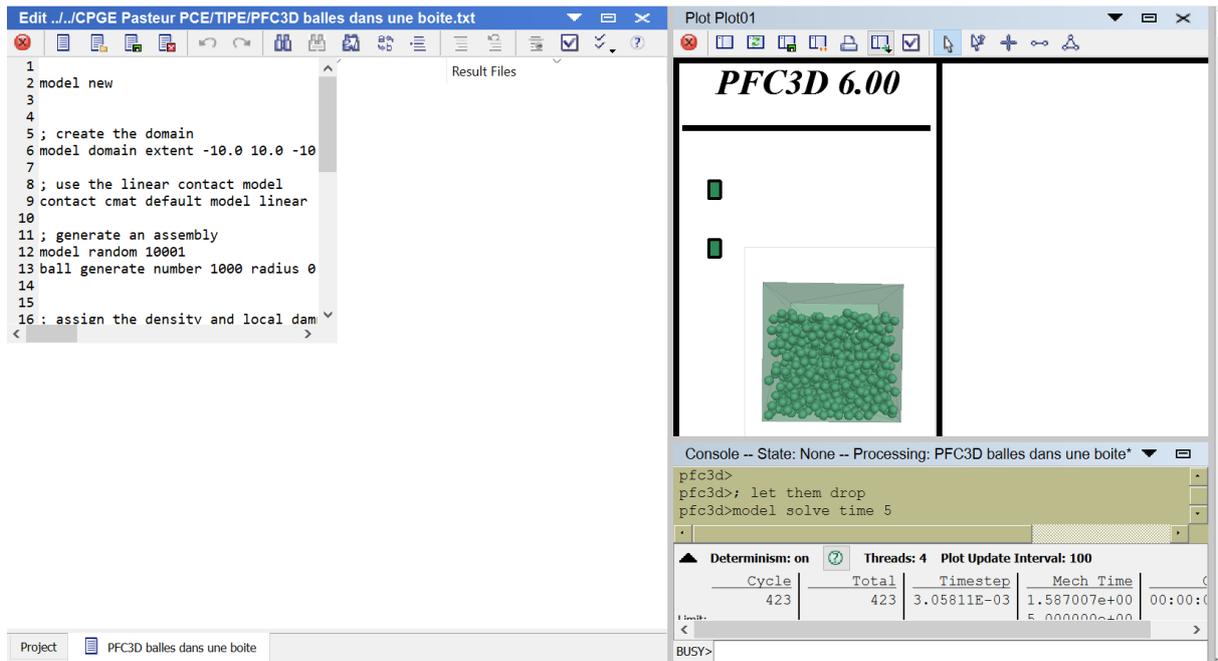


Figure 24 : capture d'écran du logiciel PFC3D

Avec ce logiciel, j'ai pu modéliser une boîte contenant des billes de même taille comme le montre la figure 24.

Problèmes rencontrés et solution (contact)

Néanmoins, de nombreux problèmes ont été rencontrés pendant l'utilisation de ce logiciel.

Tout d'abord, la seule version disponible était la version de démonstration, puisque nous ne possédons pas de licence pour ce logiciel. Ainsi seulement 1000 grains étaient disponibles, et il y avait certaines restrictions qui bloquaient notre avancée.

De plus, le code utilisé par le logiciel est très riche mais aussi très complexe et différent de tous les codes connus. Apprendre à maîtriser un tel langage informatique en si peu de temps pour réaliser notre modélisation était fort peu possible.

Pour contrer ces problèmes, j'ai contacté Sébastien Nadler, auteur de la thèse *Comportement d'un milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales : Etudes numériques et expérimentales*. Il a lui-même utilisé le logiciel PFC3D pendant sa thèse, et a accepté que j'emprunte ses codes pour tester si la modélisation est en accord avec les résultats expérimentaux que j'ai effectué.

Mais là encore, je me retrouve face à un problème : ses codes sont rédigés dans un autre langage, autrefois utilisé par le logiciel PFC3D. Et n'ayant pas assez de connaissance sur les 2 différents langages, la conversion n'est pas possible, malgré de nombreux essais et de nombreuses heures passées à comprendre le langage du logiciel.

Donc M. Sébastien Nadler a accepté de me transmettre ses résultats à lui qu'il a utilisés dans sa thèse, et ce sont ces résultats que j'utiliserai dans la suite de cette partie.

2) Résultats :

Vibrations verticales

Le champ de vitesse simulé du milieu granulaire pour une fréquence de 11 Hz est le suivant :

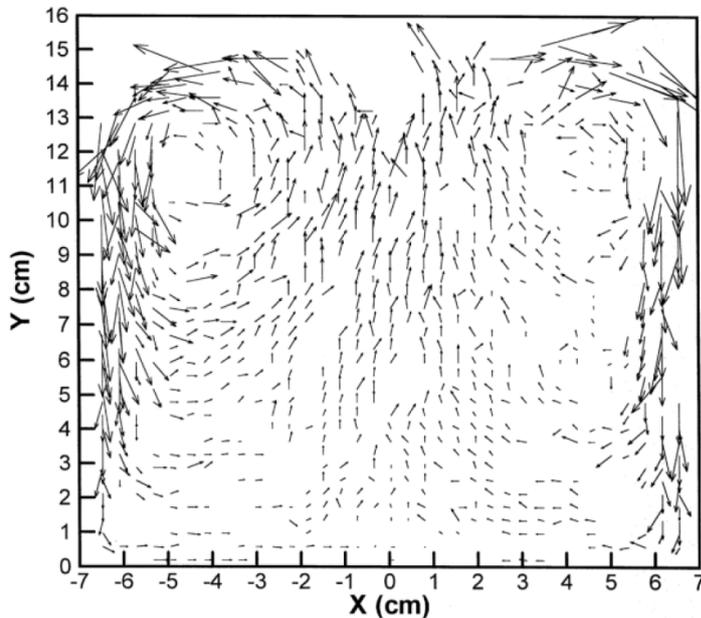


Figure 25 : Comportement d'un milieu granulaire soumis à des vibrations verticales [4]

On y voit des rouleaux de convection qui vont du centre vers les bords. Cela est bien en accord avec les observations expérimentales qui ont été présentées dans la partie 1.

En effet on avait obtenu la série de photo suivante :



Figure 14 : Série de photo montrant la convection

Le mouvement des différentes couleurs suit le profil des vitesses de la figure 14.

De plus, la modélisation effectuée donne une vitesse maximale de $1\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour une fréquence de 11 Hz. Les expériences effectuées donnent une vitesse maximale de $0,7\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ pour une fréquence de 20 Hz. Ainsi ce sont les mêmes mouvements et les mêmes ordres de grandeur entre les expériences effectuées et la modélisation.

Les différences sont sûrement dues aux caractéristiques des grains modélisés (taille, coefficient de frottement, ...) ou bien de la boîte (hauteur et largeur, ...).

En effet le support issu de la modélisation 2D a des dimensions $14 \times 16 \text{ cm}^2$ tandis que le support utilisé pour les expériences mesure $8 \times 9 \text{ cm}^2$.

Pour vérifier que les différences viennent bien de la nature des grains et de la taille du support, des expériences supplémentaires seront effectuées en faisant varier les grains et le support. Les résultats sont présentés en partie 4.

Néanmoins, malgré ces légères différences, on peut valider nos expériences par rapport aux modèles existants.

Vibrations horizontales

La modélisation pour les vibrations horizontales donne les champs de vitesse suivant :

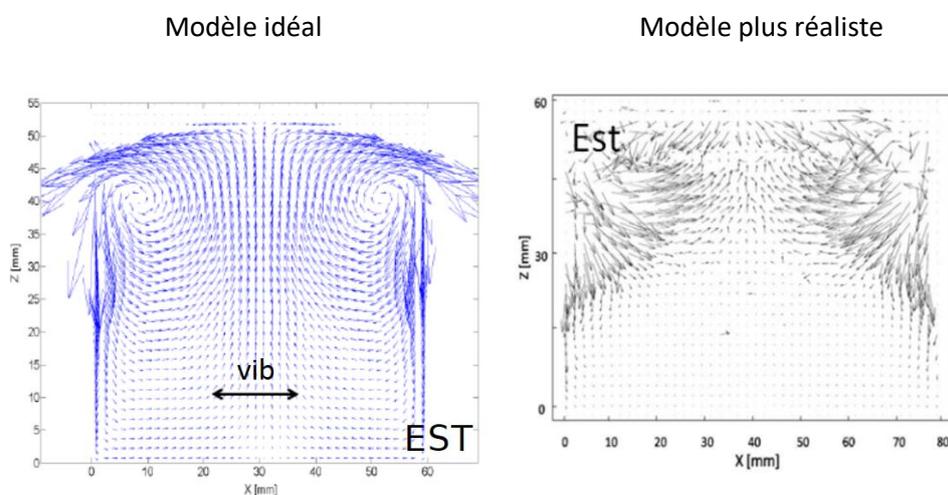


Figure 26 : comportement d'un milieu granulaire soumis à des vibrations horizontales [4].

Fréquence = 50 Hz

Pour le premier cas, il s'agit d'un modèle idéal qui est modélisé, c'est-à-dire avec des grains de tailles relativement proches, et avec tous les mêmes coefficients de frottement. Certaines interactions sont négligées.

On observe tout de même que dans la partie inférieure de la boîte, les grains sont quasi-immobile, ce qui est à mettre en parallèle avec le régime densifié observé par les expériences.

Dans le deuxième cas, le modèle modélise des grains plus variés, et plus d'interactions sont prises en compte. On remarque qu'il y a bien 2 zones distinctes : l'une dans laquelle les grains bougent, et une autre dans laquelle tous les grains sont immobiles : ce sont les zones de fluidification et de densification.

Ce dernier modèle est proche des résultats obtenus par l'expérience, puisqu'on a observé n zone de fluidification et une zone de densification.

La confrontation modèle idéal/modèle réel, comme le montre la *figure 26*, révèle que dans certains il serait possible d'observer des rouleaux de convection en surface du milieu granulaire vibré

horizontalement. En effet dans la zone de fluidification vont du centre vers les extrémités (comme montré par les lignes de champs et les couleurs de la *figure 26* et de la *figure 27*).

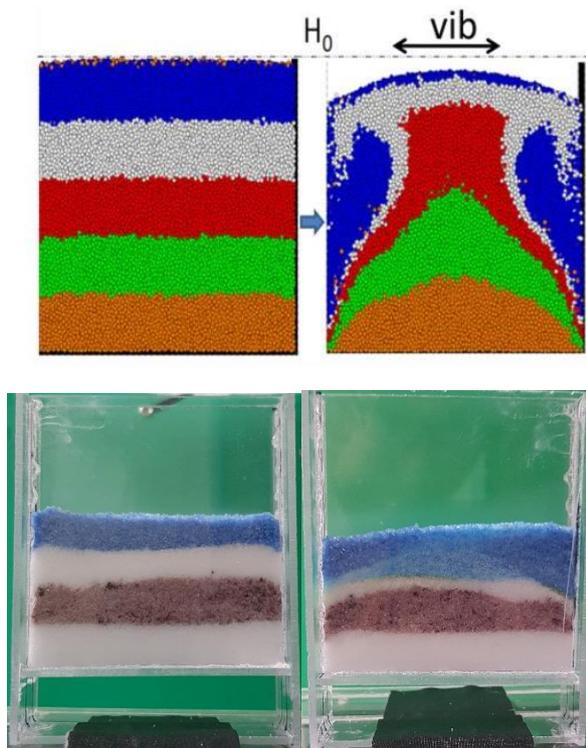


Figure 27 : comparaison modélisation/expériences

Là encore on remarque que, malgré des tailles de grains et tailles de support différentes, on obtient les mêmes observations quant au mouvement des grains, et les mêmes ordres de grandeur. C'est pourquoi il est intéressant d'étudier l'influence de différents paramètres sur le transport de grains au sein du milieu granulaire vibré. Ces résultats sont notamment présentés en partie IV.

III- Analogie avec les fluides :

1) Motivation de l'analogie :

Convection

Dans les milieux granulaires, des mouvements de convection sont bien présents et ont été étudiés précédemment. Cependant ce n'est pas le seul milieu dans lequel de tels mouvements existent.

En effet, dans les fluides, des mouvements de convection apparaissent également à partir d'une certaine température. Dans quelle mesure se rapprochent-ils de la convection observée dans les milieux granulaires ?

D'après les précédentes expériences et des observations qualitatives, on peut déjà affirmer que pour un milieu granulaire, la convection apparaît avec certaines vibrations, tandis qu'avec les fluides, la convection apparaît lorsque le fluide est soumis à un gradient de température.

Pour obtenir ces résultats très qualitatifs, et avant d'effectuer des expériences plus poussées, l'expérience suivante a été réalisée : un récipient est rempli de lait et de quelques gouttes d'encre. Ce récipient est chauffé par une bougie comme sur la *figure 28* :



Figure 28 : première expérience et mise en évidence de la convection

Ainsi on peut étudier l'analogie entre la convection dans les milieux granulaires et celle dans les fluides.

Modèle

En faisant l'analogie milieu granulaire/fluide, on peut également simplifier considérablement l'étude de ces mouvements : en effet dans un milieu granulaire, des centaines de milliers de grains

doivent être considérés, et toutes leurs interactions, ce qui rend les études théoriques très complexes. En passant à un milieu continu qu'est le fluide, dans lequel on peut appliquer des équations de mouvements plus simples, on peut se ramener à des calculs résolubles.

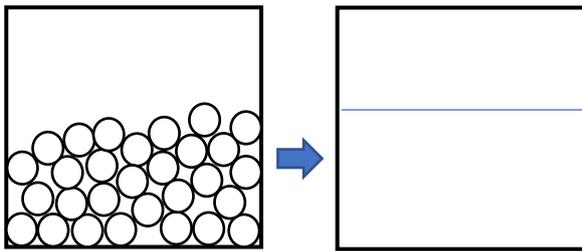


Figure 29 : analogie milieux granulaires et fluide

A partir de ce nouveau modèle, vérifions si une analogie entre les fluides et les milieux granulaires est possible

2) Le montage :

1er Montage et Problèmes

Pour observer et mesurer la convection dans les fluides, il nous faut chauffer un récipient contenant un fluide, et mesurer la température à plusieurs endroits du fluide pour détecter la convection.

Pour cela, un premier montage expérimental a été réalisé :

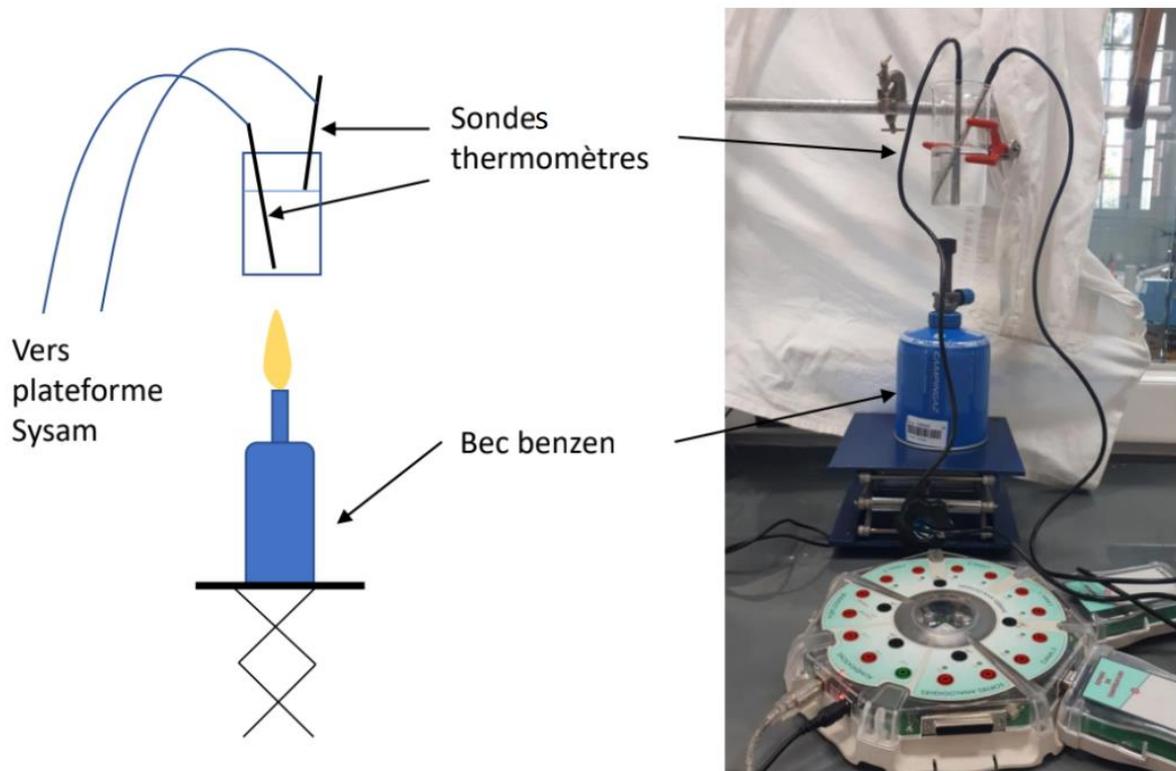


Figure 30 : Premier montage expérimental pour la convection dans les fluides.

Cependant ce premier montage présente des défauts : les sondes thermomètres ne sont pas assez précises, et on ne peut donc pas détecter le début de la convection. De plus on ne peut pas contrôler le chauffage de cette façon. Le montage n'est donc pas adapté aux mesures qui doivent être réalisées.

2ème montage et principe de la mesure

Pour contrer les différents problèmes rencontrés lors du premier montage, une seconde étude a été réalisée : pour mesurer la température à différents endroits du fluide, on utilise cette fois des thermistances. Et pour le chauffage, une plaque chauffante, plus précise pour le contrôle de la température, comme sur la *figure 31* :

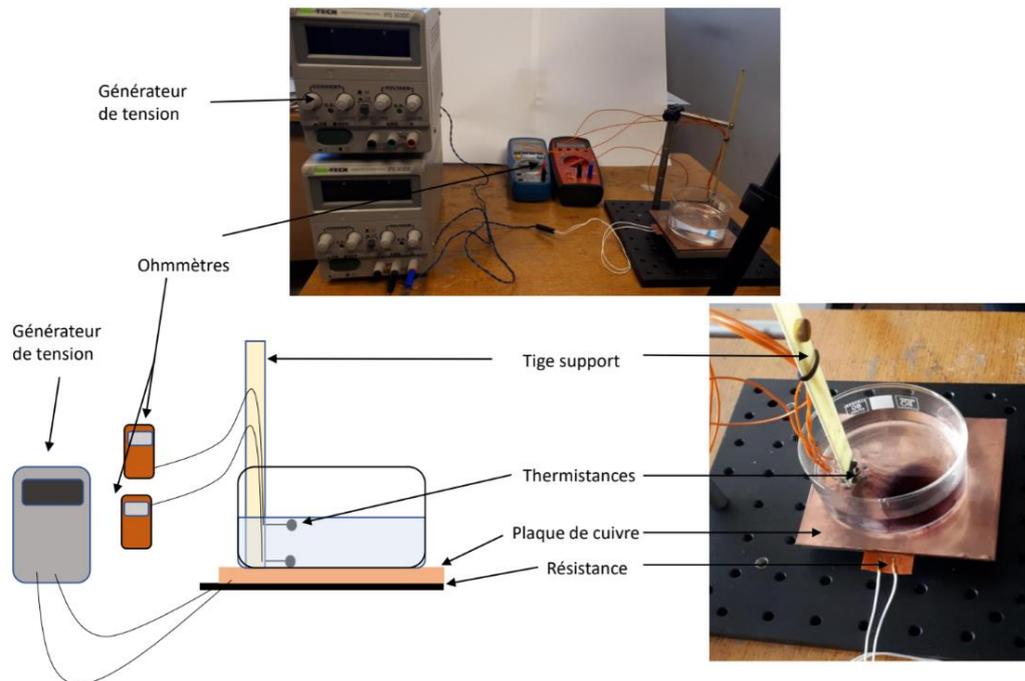


Figure 31 : Second montage expérimental pour la convection dans les fluides

Ce montage permet de remonter à la température dans le fluide en fonction de la température de la plaque.

Pour obtenir les températures avec les thermistances, on utilise la formule donnée par le constructeur des thermistances :

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)}{\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}}$$

Avec :

$$\beta = 3892 \text{ K}$$

$$R_0 = 5\text{k}\Omega$$

$$T_0 = 298 \text{ K}$$

Ainsi en mesurant R_{haut} et R_{bas} on peut remonter à la mesure de T_{haut} et T_{bas} .

De plus, pour détecter le début de la convection dans le fluide, on utilise une caméra thermique : le début de la convection se traduit par un changement de couleur.

3) Résultats :

Mise en évidence d'une température seuil

Grâce à la caméra thermique, (cf. *figure 32*) on repère que la convection n'apparaît dans le fluide qu'à partir d'une certaine température. On appelle cette température la « température seuil ».

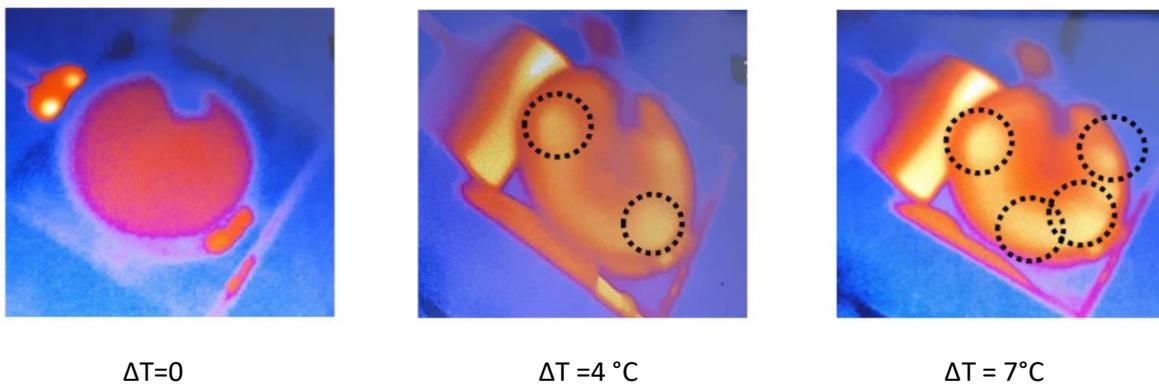


Figure 32 : image de la caméra thermique

On remarque c'est à partir d'une certaine différence de température entre la partie supérieure du fluide et la partie inférieure, que la convection apparaît.

Pour l'eau, la différence de température critique est 4°C d'après les mesures effectuées.

De plus, plus cette différence de température augmente, plus le nombre de cellules de convection augmente également.

Instabilité de Rayleigh-Bénard - Nombre de Rayleigh

Dans le cadre de la convection due à la chaleur, on caractérise les mouvements obtenus grâce à l'instabilité de Rayleigh-Bénard schématisée *figure 33*. Lorsque le fluide est soumis à un certain gradient de température, alors les forces motrices du fluide, c'est-à-dire celles qui font monter le fluide, s'opposent aux forces qui freinent le fluide, qui sont notamment la viscosité du fluide et la diffusion. Le nombre de Rayleigh, une valeur adimensionnée, quantifie cette opposition :

$$Ra = \frac{H^3 \cdot g \cdot \alpha \cdot \Delta T}{\nu \cdot D} = \frac{\text{Poussée d'Archimède}}{\text{Viscosité} + \text{diffusion}} = \frac{\text{Force motrice}}{\text{Frein}}$$

Il est défini avec :

D = coefficient de diffusion thermique (en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$)

ν = viscosité cinématique (en $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$)

α = coefficient de dilatation thermique (en $^{\circ}\text{C}^{-1}$)

Ainsi à fort nombre de Rayleigh, on obtient la convection, et pas à faible nombre de Rayleigh.

En fonction des caractéristiques du fluide, on peut ainsi déterminer théoriquement la valeur de la température. En effet, la convection apparaît pour R_a supérieur au nombre de Rayleigh critique qui vaut 1708.

Ainsi on peut comparer les valeurs expérimentales obtenues et les valeurs théoriques. C'est ce qui est notamment étudié dans la partie IV.

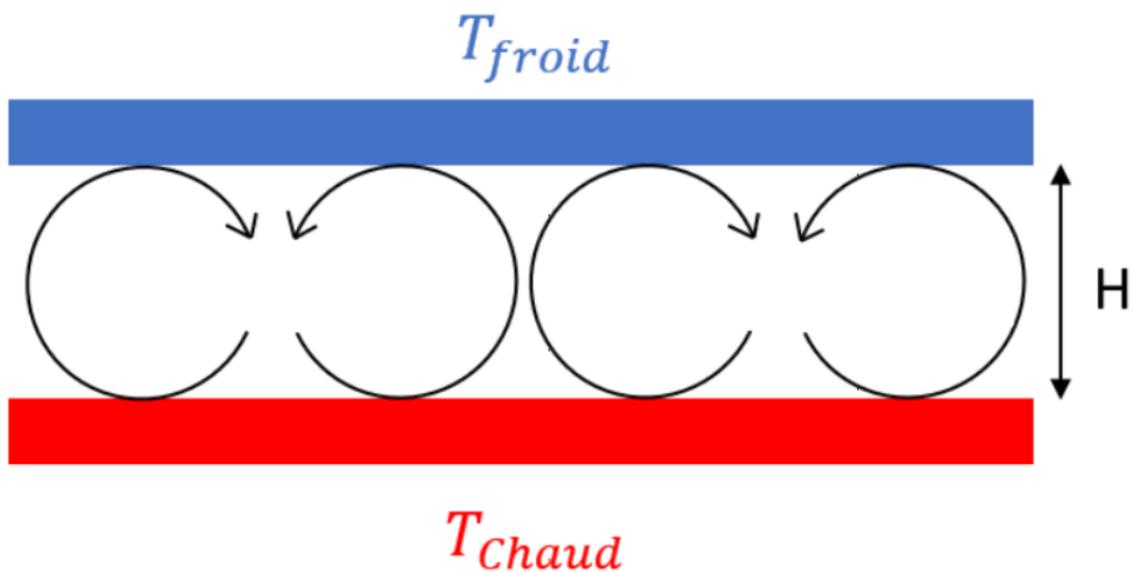


Figure 33 : schéma de l'instabilité de Rayleigh-Bénard

IV- Influence de différents paramètres

1) Grains :

Taille des grains

Les résultats sur les grains présentés précédemment utilisaient du sable fin (cf. *figure 34*). Il peut être intéressant d'étudier ce qu'on obtient si la taille des grains varie.

En testant avec du gros sable (5mm de diamètre), et en comparant les résultats obtenus pour le sable fin, on obtient visuellement les images suivantes pour les vibrations verticales et horizontales :

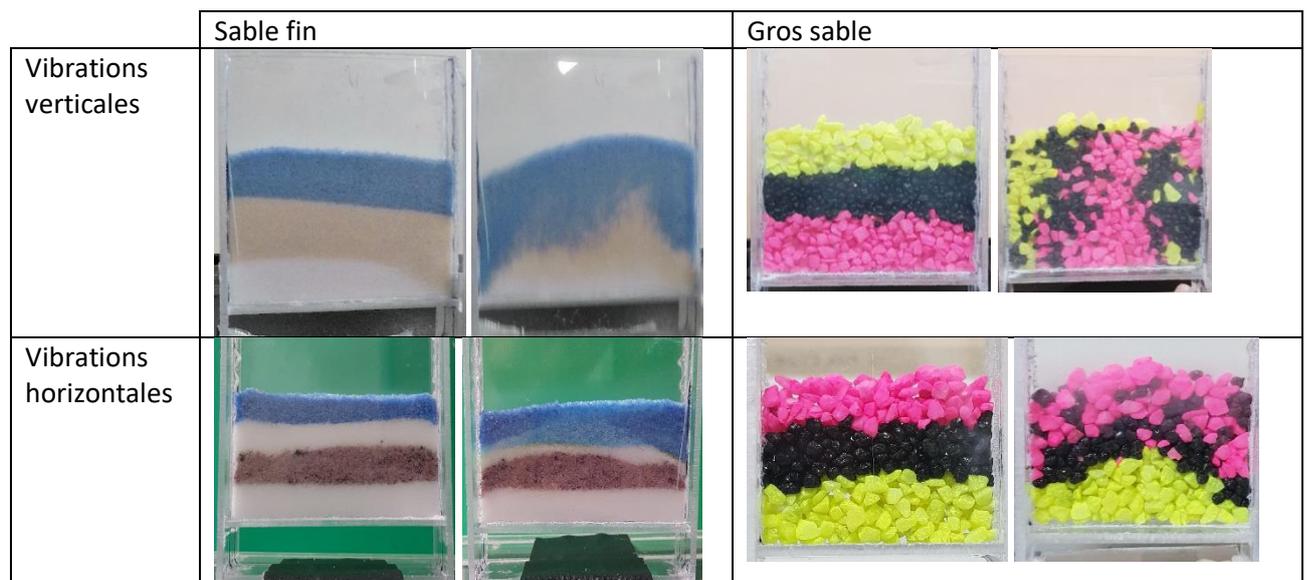


Figure 34 : tableau de comparaison des vibrations pour grains de différentes tailles

Pour les vibrations verticales : on observe expérimentalement que les grains ont les mêmes mouvements de convection.

De plus ce sont les mêmes régimes de mouvements aux mêmes fréquences.

La différence se fait sur la vitesse des grains : Les gros grains sont plus lents que les grains fins. Cela s'interprète par le fait qu'ils ont moins d'espace pour bouger par rapport aux petits grains, donc les chocs entre gros grains les freinent plus. Cela a pour conséquence d'avoir les régimes de convection moins marqués que pour le sable fin.

Pour les vibrations horizontales : de même, deux zones sont observables, c'est-à-dire une zone de fluidification dans laquelle les grains bougent, et une zone de densification où les grains sont immobiles.

Pour les gros grains, on remarque qu'un dôme se forme. On pouvait aussi l'observer avec les petits grains, mais beaucoup moins fortement.

Enfin, les mouvements des gros grains sont également plus lents que ceux des petits grains pour les vibrations verticales.

On peut donc conclure, que même si nos résultats expérimentaux n'utilisent pas exactement les mêmes grains que ceux de la modélisation, il est cohérent que nous ayons les mêmes ordres de grandeur pour la fréquence et pour la vitesse.

Pour approfondir l'étude de la taille des grains, j'ai aussi fait l'expérience avec deux cas limites : des très gros grains et de la poudre.



L'expérience avec les très gros grains (environ 1 cm de diamètre) n'a pas fonctionné, puisque l'épaisseur de la paroi du support est trop fine, donc bloque les mouvements des grains. Ainsi l'étude n'a pas pu être effectuée, et il n'y avait pas de mouvement.

Figure 35 : expérience avec très gros grains



J'ai aussi testé avec de la poudre, ici de la farine. On parle de poudre car le diamètre des grains est inférieur à 100 μm donc d'après la définition donnée précédemment, on ne peut pas le considérer comme un milieu granulaire.

L'expérience en vibrations verticales ou horizontales, quel que soit la fréquence imposée, ne montre aucun mouvement des grains. En effet, les poudres sont très compactes, donc leur cohésion empêche les mouvements.

Figure 36 : expérience avec poudre

En comparant avec les différentes modélisations effectuées dans des thèses, on remarque que l'influence de la taille des grains est rarement étudiée. Cependant la rugosité, la forme et la nature des grains a un impact sur la vitesse des grains.

Dimension du support

Afin d'étudier l'influence des dimensions du support, nous avons créé un deuxième support en plexiglas de dimensions 4cm×9cm×0,5cm. Le premier support utilisé dans les expériences précédentes mesurait 8cm×9cm×0,5cm. Ainsi la base du support est divisée par deux.

Les résultats présentés sont ceux effectués avec des gros grains, car ils sont plus visuels, mais on obtient les mêmes observations avec les petits grains.

On a alors le tableau suivant :



Figure 37 : tableau comparant les milieux vibrés dans des supports différents

Les photos obtenues montrent bien que quel que soit le support utilisé, on obtient les mêmes mouvements des grains.

En effet pour les vibrations verticales, les mêmes mouvements de convection apparaissent. Les fréquences sont là encore assez proches. On remarque néanmoins que les mouvements sont plus lents pour le petit support.

Pour les vibrations horizontales, on observe dans les deux cas une zone de mouvement pour les grains et une zone de densification. La vitesse des grains dans le petit support est inférieure à celle des grains dans le gros support.

Cette différence de vitesse peut s'interpréter par le fait que dans le petit support, les grains ont moins de place pour bouger, donc les bords du support gênent le mouvement des grains.

Mélange de grains

Comme expliqué précédemment, la vitesse dépend de la taille des grains et de la dimension du support. Mais alors quand on mélange deux types de grains que va-t-il se passer ?

C'est ce que nous avons voulu savoir. Pour cela, on utilise le montage des vibrations verticales, et on a placé deux types de grains : 50% de sable fin et 50% de gros sable en volume. On obtient les observations suivantes :

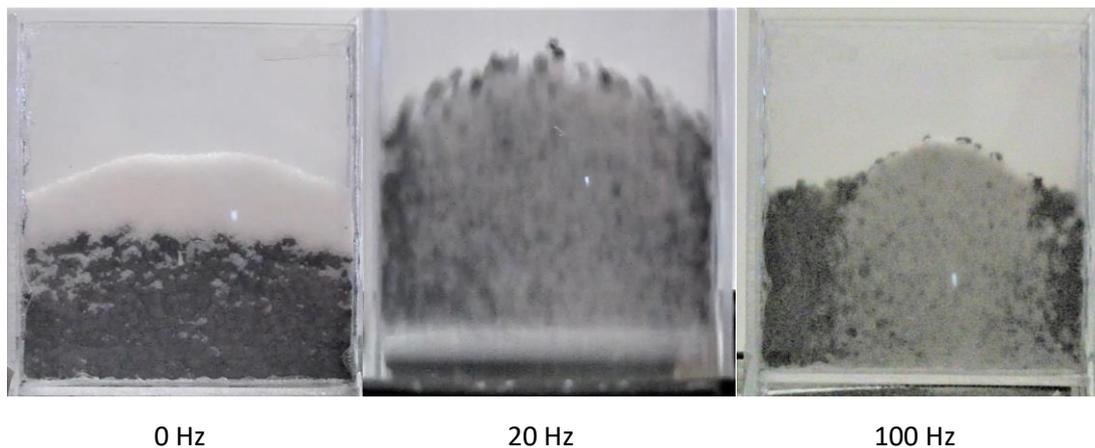


Figure 38 : mélange de grains soumis à des vibrations verticales

Les grains sont initialement repartis suivant la première photo : le gros sable en bas et le sable fin en haut.

On remarque que pour une fréquence de 20Hz, c'est-à-dire à une fréquence où la vitesse des grains dans les rouleaux de convection est proche de son maximum, alors le milieu est complètement désorganisé. Les deux types de grains sont complètement mélangés. Il n'y a pas de séparation particulière. Tous les grains sont entraînés dans les mouvements de convection.

Cependant à une fréquence de 100 Hz, on observe sur la *figure 38* que les grains fins sont concentrés au centre, et que les gros grains sont concentrés aux bords. Etrangement, on observe une dune, comme c'est le cas dans le régime « montagne » (18-40 Hz), et non pas une pente comme cela est attendu pour une fréquence de 100 Hz (Régime « pente » entre 40 et 250 Hz).

La ségrégation granulaire observée se comprend par la différence de vitesse dans le milieu : les gros grains étant plus lents, ils peuvent donc être séparés des petits grains par cette méthode. La symétrie du système, et le fait que les gros grains soient de part et d'autre du support, a certainement une influence sur les mouvements des petits grains, ce qui expliquerait la forme inhabituelle du tas de sable.

2) Fluides :

Afin de vérifier si le modèle de l'instabilité de Rayleigh-Bénard est cohérent avec la convection qu'on observe, il est intéressant de faire varier différents paramètres et de comparer résultats expérimentaux et résultats théoriques.

Hauteur de fluide

Tout d'abord, on peut étudier l'influence de la hauteur de fluide sur la différence de température critique ΔT_c .

Pour l'expérience, on utilise la glycérine comme fluide, et on réalise une série de mesures et on obtient :

Hauteur H (cm)	1,0	1,2	2,0	5,0	10
$\frac{1}{H^3}$ (cm ⁻³)	1	0,58	0,12	0,008	0,001
$\Delta T_{c,exp}$ (°C)	11,7	7,9	3,2	1,0	1,0
$\Delta T_{c,th}$ (°C)	12,1	7,02	1,5	0,1	0,01

Figure 39 : tableau de mesure pour influence de la hauteur

En prenant en compte les incertitudes de mesure on obtient grâce à python, les graphes suivants

Expérience :

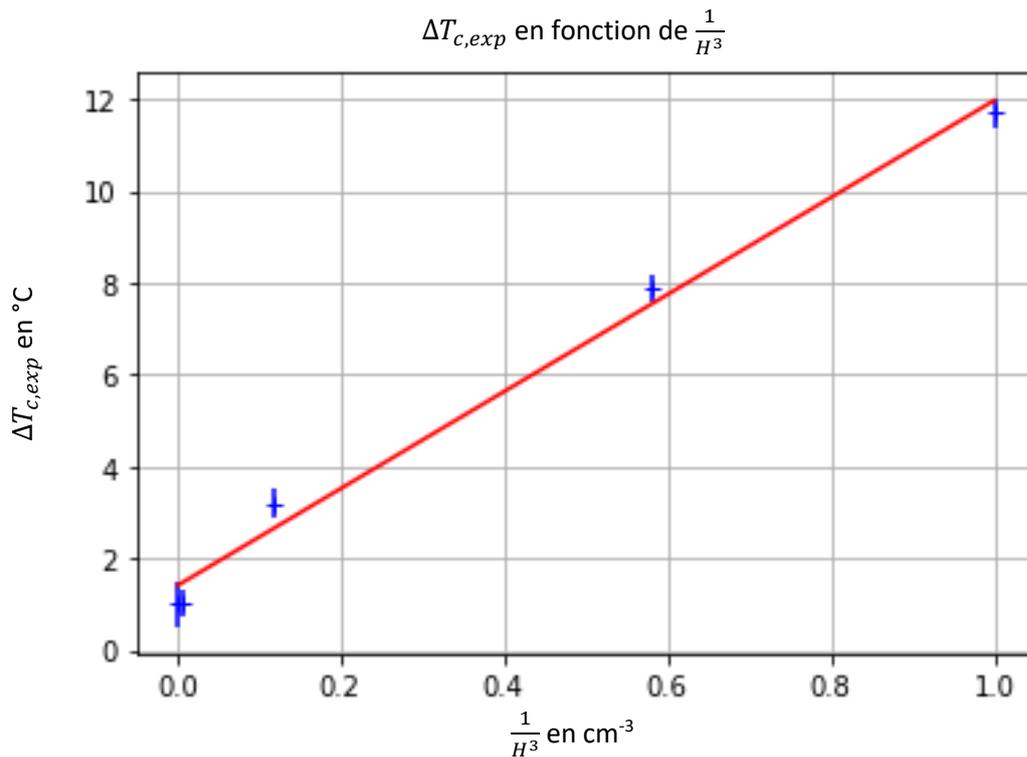


Figure 40 : Tracé expérimental de la différence de température critique en fonction de $\frac{1}{H^3}$

La régression linéaire donne : $\Delta T_{c,exp} = A \cdot \frac{1}{H^3} + B$

Où $A = 1.58 \cdot 10^{-5} \text{ °C} \cdot \text{m}^3$

$B = 0.14 \cdot 10^{-5} \text{ °C}$

Avec un coefficient de corrélation de $R^2 = 0,991$

Théorie :

En utilisant la formule du nombre de Rayleigh, on obtient la courbe théorique suivante :

$\Delta T_{c,th}$ en fonction de $\frac{1}{H^3}$

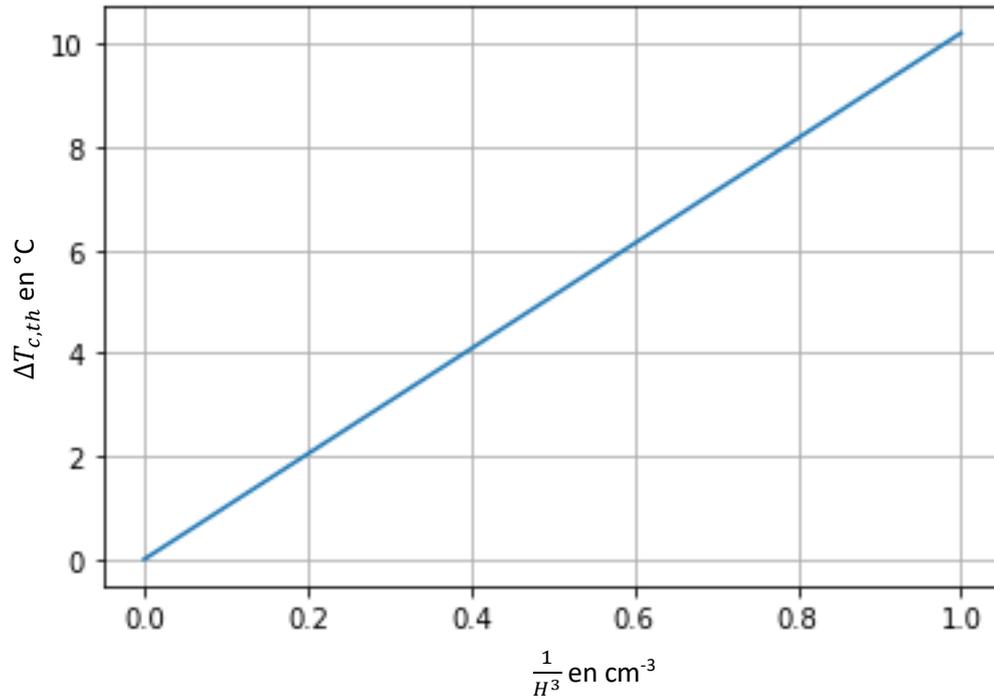


Figure 41 : Tracé théorique de la différence de température critique en fonction de $\frac{1}{H^3}$

On obtient pour le tracer théorique : $\Delta T_{c,th} = C \cdot \frac{1}{H^3}$

Où $C = \frac{R_{\alpha} \cdot v \cdot D}{g \cdot \alpha} = 1,21 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C} \cdot \text{m}^3$

Ainsi on obtient un écart relatif entre les deux coefficients directeurs de : $\epsilon = 0,3$

Ainsi on obtient des valeurs proches de la théorie, mais pas exactement en accord. Cela est certainement dû au matériel utilisé et aux mesures effectuées puisqu'il se peut que la précision voulue sur les mesures ne soit pas celle obtenue.

Influence de la viscosité

Un autre facteur qui influe considérablement sur la différence critique de température, est la viscosité du fluide utilisée. Pour cela nous avons utilisé différents liquides référencés dans la *figure 42*.

Pour chacun de ces fluides, on a mesuré la différence critique de température expérimentale $\Delta T_{c,exp}$.

	Eau	Huile d'olive	Glycérine	Miel d'acacia
Viscosité en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	$1 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$7 \cdot 10^{-3}$
$\frac{v \cdot D}{\alpha} \times 10^{-9}$ en $\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-4} \cdot ^\circ\text{C}$	215	142	70	10
$\Delta T_{c,exp}$ en $^\circ\text{C}$	11,5	6,9	3,5	1

Figure 42 : tableau de mesures pour l'influence de la viscosité

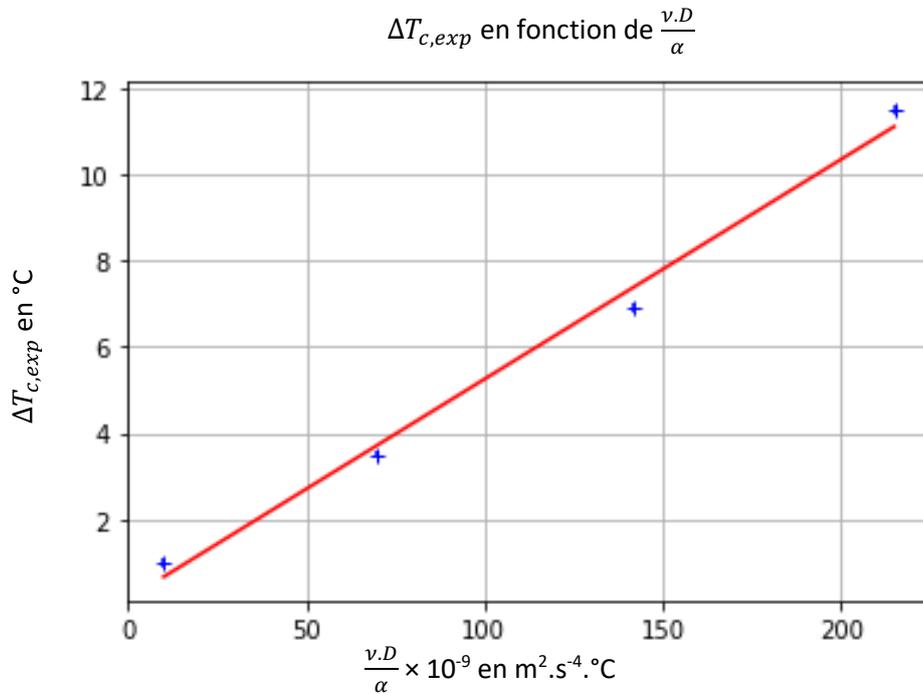


Figure 43 : Tracé expérimental de la différence de température critique en fonction de $\frac{\nu \cdot D}{\alpha}$

On obtient $\Delta T_{c,exp} = A \cdot \frac{\nu \cdot D}{\alpha} + B$

Avec $A = 5,098 \times 10^7 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^4$ et $B = 1,56 \times 10^{-1} \text{ °C}$

Et un coefficient de corrélation de $R^2 = 0.991$. Là encore, en prenant en compte les incertitudes, on obtient une relation linéaire entre la température et $\frac{\nu \cdot D}{\alpha}$.

La modélisation théorique donne la droite suivante (avec $Ra = 1708$, $H=1,5 \text{ cm}$, $g=9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$).

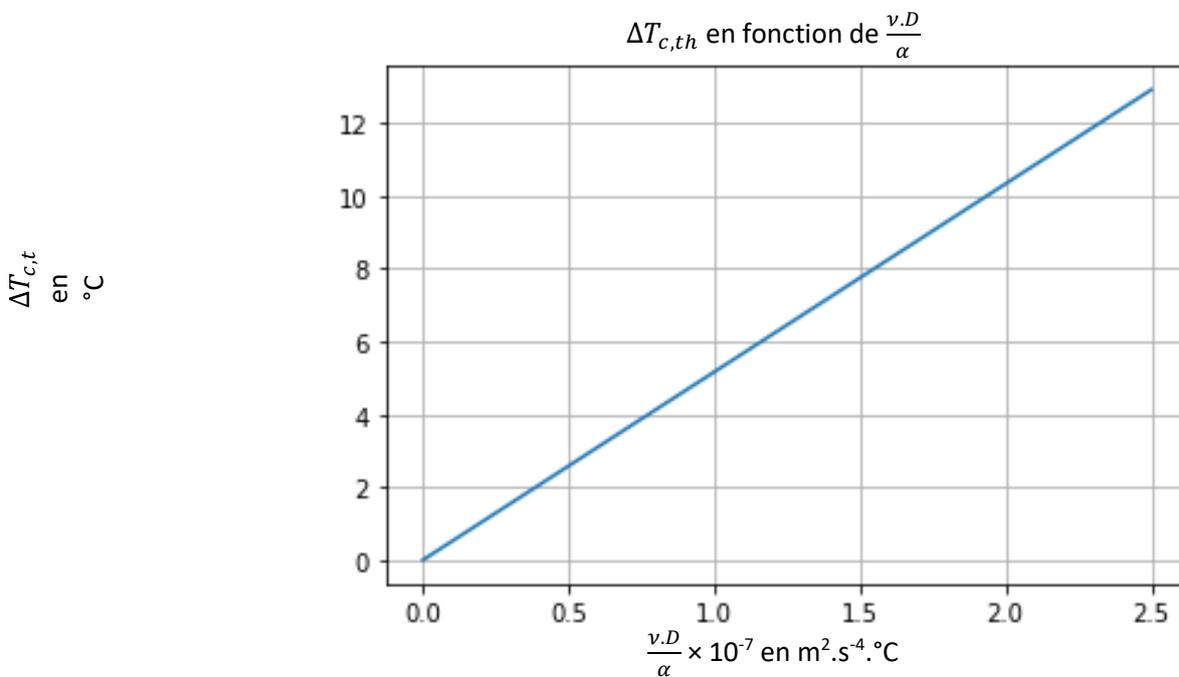


Figure 44 : Tracé théorique de la différence de température critique en fonction de $\frac{\nu \cdot D}{\alpha}$

La droite théorique est d'expression : $\Delta T_{c,th} = C \cdot \frac{\nu \cdot D}{\alpha}$

Avec $C = \frac{Ra}{g \cdot H^3} = 5,16 \times 10^7 \text{ m}^{-2} \cdot \text{s}^4$

Donc un écart relatif qui vaut : $\varepsilon = 0,013$

Donc un écart de 1,3%. On en conclut que la modélisation avec le nombre de Rayleigh est validée car l'écart entre expérience et théorie est très faible.

Donc la différence de température critique varie linéairement suivant les paramètres que l'on fait changer.

3) Comparaison

La convection dans les milieux granulaires présente donc des analogies. En effet pour les milieux granulaires, il y a existence d'une fréquence critique à partir de laquelle se forment les rouleaux de convection, tandis que dans les fluides, il s'agit d'une différence de température critique.

De plus, la fréquence a une influence sur la forme des mouvements obtenus dans les grains, tandis que dans les fluides, la température a une influence sur le nombre de cellules de convections observées.

Enfin la nature des grains et les dimensions du support utilisé a un impact sur la vitesse des rouleaux de convection. De même dans les fluides, la viscosité du fluide et la hauteur d'eau ont une influence sur la convection observée.

MILIEUX GRANULAIRES	FLUIDES
Fréquence critique f_c	Différence de température critique ΔT_c
f influe sur la forme des mouvements	ΔT influe sur le nombre de cellules
Nature des grains influe sur la vitesse de convection	Viscosité a une influence sur ΔT_c
Taille du support influe sur la vitesse de convection	Hauteur d'eau a une influence sur ΔT_c

Figure 45 : tableau comparatif entre fluide et milieu granulaire

4) Limites de l'analogie

Néanmoins, cette analogie a des limites.

En effet, tout d'abord, grâce au nombre de Rayleigh, on peut avoir une relation linéaire entre les différentes grandeurs, tandis que pour les milieux granulaires, il n'existe pas de modèle simple, et on n'obtient pas de relations linéaires.

De plus la fréquence critique semble être la même pour les milieux granulaires, sans influence de la nature des grains, ou du support sur la valeur de cette fréquence, alors que dans les fluides, la valeur de ΔT_c dépend de plusieurs paramètres dont la nature du fluide et la hauteur d'eau.

Dans les milieux granulaires, il se produit aussi le phénomène de densification à partir d'une certaine fréquence, et la convection s'arrête. Or dans les fluides, il n'y a pas de Température seuil à partir de laquelle la convection s'arrête.

Conclusion

Pour conclure, lorsqu'un milieu granulaire est soumis à des vibrations, plusieurs régimes peuvent être décelés selon la fréquence, l'amplitude et le mode de vibration (horizontal ou vertical). Certains mouvements observés se rapprochent de la convection qu'on observe dans les fluides, mais l'analogie ne suffit pas pour modéliser complètement un milieu granulaire soumis à des vibrations. En effet, par la complexité des interactions entre les grains, et par la multitude d'effets produits, tels que la convection ou la densification, les problématiques liées aux vibrations dans l'industrie sont essentielles. En effet elles peuvent générer des problèmes lors du transport de matériaux granulaires, et donc avoir des effets de convection non souhaités.

Il est donc nécessaire de maîtriser ces différents phénomènes qui apparaissent lors de vibrations. Certains de ces effets, tels que la densification, sont utilisés en industrie, notamment pour le remplissage des fusibles : le sable remplit les espaces entre les éléments conducteurs, et est soumis à des vibrations pour densifier le milieu, et obtenir une structure très compacte.