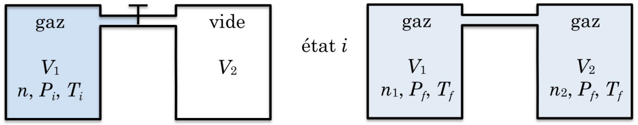
TD n°4 : Rappels de thermodynamique et compléments

Exercice 1 : Détente de Joule-Gay Lussac

Un récipient de volume $V_1 = V_0$ initialement rempli de n moles d'un gaz parfait monoatomique à la température T_0 communique avec un récipient de même volume $V_2 = V_0$ initialement vide par un robinet, l'ensemble étant calorifugé. On ouvre le robinet.



1) Déterminer l'état final et l'entropie créée.

2) En déduire le travail minimum nécessaire pour revenir dans état initial via une évolution monotherme avec une source de température T_0.

Exercice 2 : Détente monobare

Un cylindre vertical contenant une mole d'un gaz parfait monoatomique est fermé supérieurement par un piston de section S et de masse négligeable. Le piston est au contact d'une atmosphère extérieure à la pression p_0. Le gaz étant initialement à la pression $2p_0$ et à la température T_0, on libère le piston.

1) Le système est maintenu au contact d'un thermostat de température T_0. Déterminer l'état final et l'entropie créée.

2) Le système est calorifugé. Déterminer l'état final et l'entropie créée.

Exercice 3 : Pompe à chaleur

La pompe à chaleur est un dispositif qui, en mode chauffage puise l'énergie thermique dans l'air, dans le sol ou dans l'eau des nappes phréatiques, pour la transférer vers le local à réchauffer. Elle est constituée d'un circuit fermé dans lequel circule un fluide caloporteur à l'état liquide, gazeux ou biphasé selon les éléments qu'il traverse. La circulation se fait en régime permanent ; on néglige les variations d'énergies cinétique et de pesanteur.

Le cycle de la pompe à chaleur se compose de quatre étapes, en dehors desquelles les échanges thermiques ou mécaniques sont supposés nuls :

- Compression 1-2 : le gaz subit au cours de sa circulation une compression adiabatique et réversible qui l'amène de l'état 1 (P_1 , T_1) à l'état 2 (P_2 , T_2). On note $w'_{12} > 0$ le travail massique utile reçu par le fluide.
- Condensation 2-3 : le gaz se liquéfie totalement à pression constante P_2 jusqu'à la température T_3 . Il cède de l'énergie à la source chaude, et l'on note $q_{23} < 0$ l'énergie massique échangée.
- Détente 3-4 : le fluide traverse un tuyau indéformable et ne permettant pas les échanges thermiques. La pression du fluide redescend jusqu'à P_1 et sa température vaut alors T_4.
- Évaporation 4-1 : le liquide s'évapore totalement à pression constante P_1 jusqu'à la température T_1. Il reçoit l'énergie massique $q_{41} > 0$ de la source froide.

1) Montrer que la phase de détente est isenthalpique.

2) Quelle est relation liant les quantités q_{23}, q_{41} et w'_{12} ?

3) Justifier la définition de l'efficacité de la pompe à chaleur $e = -\dfrac{q_{23}}{w'_{12}}$ et montrer que $e > 1$.

4) On donne ci-après le diagramme de Mollier $\ln(P) = f(h)$ d'un fluide caloporteur courant.

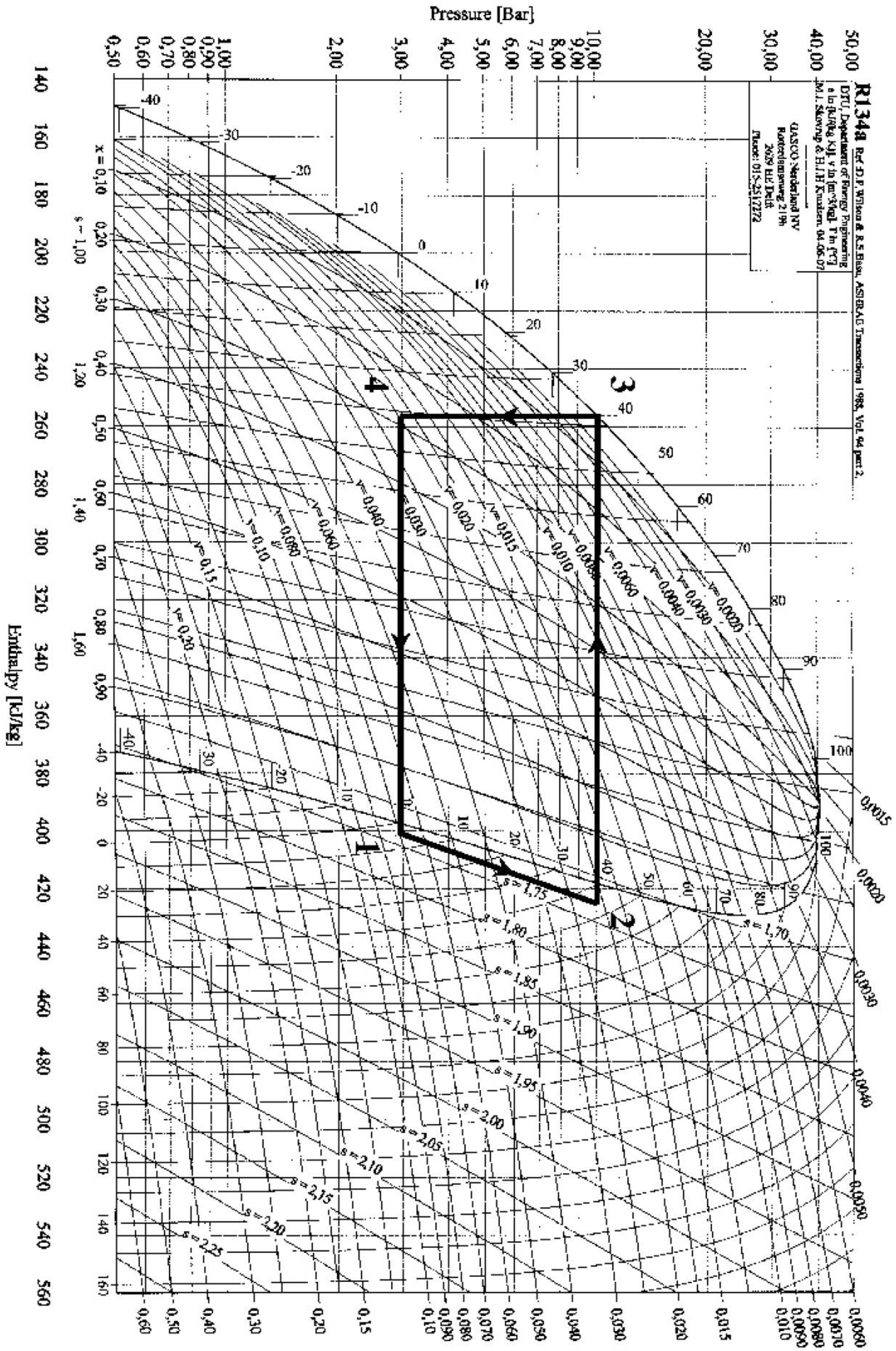
a) La phase liquide y apparaît-elle incompressible et indilatable ? La phase gazeuse y apparaît-elle comme un gaz parfait ?

b) Utiliser le diagramme fourni sur lequel est représenté le cycle pour compléter le tableau suivant :

	État 1	État 2	État 3	État 4
h (kJ.kg^{-1})	402			
P (bar)	3	10		
T (°C)	5		40	
État physique	vapeur		liquide (saturant)	

c) À partir du diagramme de Mollier, estimer numériquement l'efficacité de la pompe à chaleur. Comparer la valeur trouvée à celle qui correspondrait à un cycle de Carnot fonctionnant entre les mêmes températures.

d) Calculer le débit massique du fluide permettant d'assurer une puissance de chauffage de 4 kW.



Exercice 4 : Climatiseur (Mines)

1) On considère une machine ditherme réceptrice. Faire un schéma en précisant le signe des échanges avec l'extérieur. Quels noms peut avoir cette machine ?

2) Prenons une pièce dans laquelle on place un climatiseur. Elle passe de $T_1 = 27$ °C à $T_2 = 20$ °C en 30 minutes. La puissance du climatiseur est 300 W. On considère l'air extérieur comme un thermostat à la température constante T_1.

Calculer la capacité thermique de la pièce.

(On fera attention au fait que la température de la source froide est variable, ce n'est donc pas un thermostat)

Exercice 5 : Transformation polytropique

Soit n moles d'un gaz parfait évoluant réversiblement selon une transformation polytropique : $PV^k = \text{cte}$ avec $k > 0$.

1) Montrer que la différentielle (variation infinitésimale) de la fonction entropie dS peut se mettre sous la forme :

$$dS = nC\frac{dT}{T} \text{ avec } C = R\left(\frac{1}{\gamma - 1} - \frac{1}{k-1}\right)$$

Calculer alors la variation d'entropie du gaz en fonction de n, R, k, γ, T_0 et T_1.

2) Calculer directement le travail reçu par le gaz au cours de la transformation et retrouver l'expression de C précédente.

3) Dans chacun des cas suivants, indiquer quelle est l'évolution particulière observée et évaluer C : $k = 0$, $k = 1$, $k = \gamma$ et $k \to +\infty$.

4) Donner l'allure en diagramme (P, V), puis en diagramme (T, S), de chacune des transformations précédentes à partir du point représentatif de l'état initial.

Exercice 6 : Réfrigérateur avec pertes thermiques

On considère un réfrigérateur au sein duquel un fluide décrit un cycle ditherme entre l'atmosphère de température T_a jouant le rôle de source chaude et l'espace à réfrigérer et son contenu de capacité thermique C jouant le rôle de source froide de température T. La température T varie avec une échelle de temps très supérieure à la durée d'un cycle. On suppose que le réfrigérateur fonctionne de manière réversible et que la puissance mécanique $\mathcal{P}$ qu'il consomme est constante.

1) Établir l'équation différentielle dont est solution $T(t)$. En déduire la durée t nécessaire pour atteindre la température T sachant qu'à $t = 0$ on a $T = T_a$.

2) On suppose désormais que l'espace à réfrigérer est mal isolé thermiquement de telle sorte qu'il reçoit de la part de l'atmosphère une puissance thermique $\mathcal{P}_{\text{th}} = G\,(T_a - T)$ où G est une constante positive. Déterminer la température limite T_∞ atteinte en régime permanent et étudier ses variations avec le rapport $x = \frac{\mathcal{P}}{2\,G\,T_a}$.

Exercice 7 : Tension superficielle (ENS LC)

L'énergie de tension superficielle d'une interface air-eau de surface S s'écrit $E = \gamma S$, où $\gamma = 70\,\text{mJ}\cdot\text{m}^{-2}$ est le coefficient de tension superficielle de l'eau.
Calculer l'énergie nécessaire pour nébuliser 1 kg d'eau liquide en gouttes de rayon r. En déduire une estimation de la chaleur latente de vaporisation.

Exercice 8 : Compression atypique (X-ESPCI)

L'examinateur montre une petite bouteille en verre, fermée par une capsule métallique (genre capsule de bouteille de lait). Il demande au candidat d'ouvrir la bouteille et de mettre son doigt à l'intérieur, d'observer et de modéliser.
Le candidat, bon observateur, constate :

- que la capsule métallique est bombée vers l'intérieur avant l'ouverture ;
- qu'il entend un "pop" quand il ouvre ;
- que son doigt lui donne une sensation de chaud dans la bouteille une fois qu'elle est ouverte.

Exercice 9 : Entropie créée par frottements (X-ESPCI)

L'examinateur efface son tableau en faisant un aller-retour avec sa main et demande la "variation d'entropie de l'univers". [1]

Réponses

Exercice 1 : Détente de Joule-Gay Lussac

1) $W = 0$; $T_F = T_0$; $S_c = n\,R\,\ln 2 > 0$.

2) $W \geq T_0\,S_c$.

Exercice 2 : Détente monobare

1) $p_F = p_0$; $T_F = T_0$; $V_F = 2V_0$; $Q = -W = p_0 V_0 = RT_0/2 \neq \Delta H$; $S_c = \Delta S - Q/T_0 = R\,(\ln 2 - 1/2) = 1{,}6\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} > 0$.

1. c'est-à-dire avec le vocabulaire du programme l'entropie créée.

2) $p_F = p_0$; $(3R/2)\,(T_F - T_0) = W = p_0\,(V_0 - V_F)$; $T_F = 4T_0/5$; $S_c = \Delta S = (5R/2)\ln(4/5) + R\ln 2 = 1{,}1\,\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} > 0$.

Exercice 3 : Pompe à chaleur

$\Delta h_{34} = 0$; $q_{23} + q_{41} + w'_{12} = 0$; $e = 7{,}6$; $e_C = 8{,}9$; $D_m = \dfrac{\mathcal{P}}{|q_{23}|} = 2{,}4\cdot 10^{-2}\,\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

Exercice 4 : Climatiseur

$C = \frac{\mathcal{P}\Delta t}{(T_2 - T_1) + T_1\ln(T_1/T_2)} = 6{,}5\cdot 10^3\,\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}$.

Exercice 5 : Transformation polytropique

$k = 0$ isobare, $k = 1$ isotherme, $k = \gamma$ isentropique et $k \to \infty$ isochore.

Exercice 6 : Réfrigérateur avec pertes thermiques

1) $\delta W = \mathcal{P}\,dt$ et $\delta Q = e_C\,\delta W$ avec $e_C = T/(T_a - T)$; $C\,dT/dt = -\mathcal{P}\,T/(T_a - T)$; séparer les variables ; $\mathcal{P}\,t = C\,(T_a - T) + C\,T_a\,\ln(T_a/T)$; pour $T \to 0$ on obtient $t \to \infty$ (cohérent).

2) $G\,(T_a - T_\infty) - \mathcal{P}\,T_\infty/(T_a - T_\infty) = 0$ en régime asymptotique ; $\theta = T_\infty/T_a$; $\theta^2 - 2\,(x+1)\,\theta + 1 = 0$; $\theta = 1 + x - \sqrt{x^2 + 2x}$; θ décroît quand x croît (prévisible) ; on ne peut pas atteindre $T = 0\,\text{K}$ avec $\mathcal{P}$ finie (prévisible).

Exercice 7 : Tension superficielle

$\Delta E = \frac{3\gamma}{\mu r}$. Avec $r = 1\cdot 10^{-10}\,\text{m}$, on tire $\ell_v = \Delta E = 2{,}1\cdot 10^3\,\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Exercice 8 : Compression atypique

Se donner les conditions atmosphériques (p_0, T_0) et les conditions initiales (p_1, T_0) dans la bouteille de volume V ; $p_1 V = n_1 RT_0$; $p_0 V = n_F RT_F$; $n_F R(T_F - T_0)/(\gamma - 1) = p_0\,(n_F - n_1)RT_0/p_0 + 0$; $T_F = \gamma T_0/(1 + (\gamma - 1)\,p_1/p_0)$; pertinent pour $p_1 = p_0$; $p_1 = 0{,}8\,p_0$ et $T_0 = 20\,°\text{C}$ donnent $T_F = 38\,°\text{C}$.

Exercice 9 : Entropie créée par frottements

modèle = on attend longtemps pour que la température de l'atmosphère impose sa valeur T_0, la main est assimilée à un pavé sur lequel on appuie avec une force normale N et une force tangentielle F satisfaisant aux lois de Coulomb ; la main fait des allers-retours entre $x = -a$ et $x = +a$ à vitesse constante ; on raisonne sur un cycle ; $W = 4fNa = -Q$; $S_c = 4fNa/T_0$.