

TD n°21 : Laser

Exercice 1 : Théorie du corps noir et émission stimulée

Dans un article de 1917 (« de la nature quantique du rayonnement »), EINSTEIN propose une autre interprétation à la loi du corps noir, ou plus exactement à la densité volumique spectrale d'énergie u du rayonnement d'une cavité :

$$u(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}$$

où u s'exprime en $\text{J} \cdot \text{m}^{-3} \cdot \text{s}$. C'est à cette occasion qu'EINSTEIN introduit l'émission stimulée pour compléter l'émission spontanée et l'absorption dans les échanges entre matière et rayonnement.

Dans le cas d'un système à deux niveaux d'énergie à l'équilibre thermodynamique, montrer que l'on retrouve bien la formule de PLANCK à condition de poser, avec les notations du cours

$$\frac{A}{B_{21}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

Expliquer alors pourquoi il est plus simple d'obtenir un MASER qu'un LASER.

Exercice 2 : Système à trois niveaux

On étudie la dynamique de populations atomiques dans un système à trois niveaux, d'énergies $E_1 < E_2 < E_3$. Les populations des atomes de chacun de ces trois niveaux sont notées N_1 , N_2 et N_3 .

On suppose que l'on réalise un pompage optique entre le niveau fondamental d'énergie E_1 et le niveau d'énergie E_3 . Le nombre d'atomes excités par unité de temps par le pompage optique est noté ΓN_1 . On suppose que la désexcitation du niveau 3 vers le niveau 2 est non radiative et que le temps de vie moyen du niveau 3 est noté τ . L'émission laser correspond à la transition du niveau 2 vers le niveau fondamental 1.

- 1) Écrire les équations d'évolution de chacun des niveaux.
- 2) Montrer que $N_1 + N_2 + N_3$ est une constante, notée N . On pose $N_2 = N_1 + \Delta N$.
- 3) Exprimer ΔN en fonction de N_3 en régime stationnaire.
- 4) En déduire une condition nécessaire pour réaliser l'inversion de population.

Exercice 3 : Épurateur de faisceau

On considère un laser dont le waist (col) a pour rayon $W_0 = 0,50 \text{ mm}$. On dispose d'un objectif de microscope que nous assimilerons à une lentille de distance focale $f'_1 = 2,5 \text{ mm}$. La longueur d'onde du laser est $\lambda = 0,63 \text{ } \mu\text{m}$.

Épurer un laser consiste à placer un petit diaphragme circulaire dans le plan de Fourier, centré sur le foyer, de façon à ne laisser passer que les basses fréquences spatiales (portées par le faisceau laser) et à éliminer les hautes fréquences créées par des défauts présents sur des éléments optiques par exemple.

- 1) Déterminer la divergence angulaire du faisceau incident.
- 2) Définir la longueur de RAYLEIGH du faisceau incident et la comparer à la distance focale f'_1 . Conclure quant à la modélisation du faisceau.
- 3) Déterminer le rayon du col du faisceau émergent et en déduire le diamètre d'un trou de filtrage à placer dans le plan focal image de l'objectif de microscope pour épurer le faisceau.
On admettra que le faisceau n'est pas diffracté par le trou si son diamètre est deux fois plus petit que celui du trou (expliquer pourquoi).
- 4) Il existe une petite rayure de $0,01 \text{ mm}$ sur la face de sortie du laser. Quel est l'effet produit ? Comment se manifeste-t-il dans le plan focal de l'objectif ? Montrer que le trou de filtrage résout le problème.
- 5) Calculer la distance focale f'_2 d'une deuxième lentille placée après l'objectif de microscope pour obtenir un faisceau de diamètre 2 cm . Quelle est la divergence angulaire du faisceau ?

Réponses

Exercice 1 : Théorie du corps noir et émission stimulée

$$\frac{dN_1}{dt} = -BN_1u_\nu + AN_2 + BN_2u_\nu = 0 \text{ et } \frac{N_1}{N_2} = e^{-\frac{E_1-E_2}{k_B T}}$$

Exercice 2 : Système à trois niveaux

1) On obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dN_1}{dt} = -\Gamma N_1 + A_{21}N_2 + B_{21}u(\nu)N_2 - B_{12}u(\nu)N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2 - B_{21}u(\nu)N_2 + B_{12}u(\nu)N_1 + \frac{N_3}{\tau} \\ \frac{dN_3}{dt} = \Gamma N_1 - \frac{N_3}{\tau} \end{cases}$$

$$3) N_1 = \frac{N_3}{\Gamma\tau} \text{ et } \Delta N = \frac{(\Gamma - A_{21})N_3}{(A_{21} + B_{21}u(\nu))\Gamma\tau}$$

4) Il faut $\Gamma > A_{21}$.

Exercice 3 : Épurateur de faisceau

$$1) \theta = \frac{\lambda}{\pi W_0} = 4,0 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

$$2) L_R = \pi \frac{W_0^2}{\lambda} = \frac{W_0}{\theta} = 1,3 \text{ m.}$$

$$3) \theta' = \frac{W_0}{f_1'} \text{ et } W_0' = \frac{\lambda f_1'}{\pi W_0} = 1,0 \text{ } \mu\text{m. Trou de rayon } 2,0 \text{ } \mu\text{m.}$$

$$4) \text{ Diffraction dans un angle } \theta_p \simeq \frac{\lambda}{\ell} \text{ soit en } X = \theta_p f_1' = 0,16 \text{ mm du foyer image.}$$

$$5) f_2' = 5 \text{ cm et } \theta'' = 2,0 \cdot 10^{-5} \text{ rad.}$$