Compte rendu du devoir surveillé n° 7 — piste bleue

Thèmes abordés. Polynômes. Diagonalisation. Équations différentielles linéaires. Séries entières. Probabilité.

À propos du sujet. Cet sujet a été donné en 2018 au Concours commun INP en filière PSI. Il présente l'avantage d'aborder de nombreux thèmes, aussi bien en algèbre qu'en analyse et en probabilités, dans des proportions conformes au programme. Il présente l'inconvénient d'être nettement trop long et d'avoir quelques questions aux hypothèses incomplètes ou à la logique pas très nette.

Il fallait savoir naviguer rapidement dans les questions faciles du début et garder assez de temps pour pouvoir glaner des points dans toutes les parties.

Pour la notation, le total sur 262 a été divisé par 8 et le quotient a été arrondi au dixième de point supérieur.

Sur les 10 copies corrigées, la médiane se situe à 11,1, avec une moyenne à 10,88 et un écart-type de 4,03. C'est un bilan mitigé. Deux d'entre vous semblent avoir eu du mal à se mettre dans un *mindset* performant. Je peux imaginer que c'est lié à des difficultés logistiques personnelles dans le contexte du semi-confinement actuel. Il va falloir trouver le moyen de se remotiver pour pouvoir être à fond le moment venu.

Partie I du problème I

Le maximum de points réalisable sur cette partie est de 38. La moyenne de la classe sur cette partie est de 27,03. Le meilleur total obtenu est de 34 points.

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
Barème	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,5	1	1	1	1	1	1
Réussite	92,5 %	100 %	78,8 %	100 %	97,5 %	67,5 %	93,8 %	77,5 %	98,5 %	45,0 %	42,5 %	1,3 %

À la question 1, le cas $k = 0$ doit être traité à part.

À la question 3, attention à appliquer des règles de calcul correctes concernant le degré d'une somme de polynômes.

Aux questions 10 et 11, ou bien on effectue une analyse-synthèse comme dans mon corrigé, ou bien on introduit les coefficients d'un polynômes et on raisonne par équivalences.

J'ai noté que la rédaction de l'analyse-synthèse est encore souvent incorrecte et je trouve parfois des rédactions qui commencent par équivalences puis qui bifurquent sur des déductions.

Bref, il y a encore du flou total en termes de méthode, qu'il est urgent de rectifier.

Partie II du problème I

Le maximum de points réalisable sur la partie II est de 50. La moyenne de la classe sur cette partie est de 28,125. Le meilleur total obtenu est de 40,5.

Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18
1,5	1,5	1,5	2,5	1,5	4
35,0 %	85,0 %	87,5 %	78,8 %	80,0 %	18,8 %

À la question 13, personne n'a mentionné le fait que l'ensemble des solutions est un espace vectoriel. Sans cela, parler de la dimension de cet ensemble n'a aucun sens. J'avais pris soin d'insister là-dessus quelques jours auparavant mais c'est l'occasion de le rappeler.

Partie III du problème I

Le maximum de points réalisable sur la partie II est de 76. La moyenne de la classe sur cette partie est de 16,75. Le meilleur total obtenu est de 33,5.

Q19	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25	Q26	Q27	Q28	Q29	Q30
1,5	2	1	1	1	1	2,5	1	2	1	3	2
65,0 %	62,5 %	58,8 %	16,3 %	42,5 %	23,8 %	2,5 %	18,8 %	7,5 %	15,0 %	0,0 %	0,0 %

La question 19 est une question de cours très sélective. Dans certaines copies, la réponse donnée n'est pas formulée comme une définition. C'est là encore un défaut de méthode qu'il faut vite réparer.

À la question 20, il y a eu parfois des équivalences alors qu'il est demandé de montrer que des relations sont vérifiées. C'est encore une erreur de logique.

À la question 22, dire que f est proportionnelle à J_0 nécessite de constater que J_0 n'est pas la fonction nulle.
Plusieurs m'ont écrit que toute fonction continue sur $]0, r[$ est bornée. C'est outrageusement faux puisque la fonction $t \mapsto 1/t$ est continue sur cet intervalle mais non bornée.
Le théorème des bornes atteintes s'applique sur un *segment*.

À la question 23, il ne suffit pas de mentionner le théorème du produit de Cauchy ; il faut aussi l'appliquer complètement, en donnant un domaine de validité de la relation.

À la question 26, il faut savoir reconnaître qu'une inégalité du type $|c_k| \leqslant |d_k|$ donne directement $\mathrm{R}_c \geqslant \mathrm{R}_d$. Il faut également savoir reconnaître une série géométrique et savoir donner son rayon de convergence directement.

Problème II

Le maximum de points réalisable sur le problème II est de 98.
Ce problème a rapporté des points dans 5 copies. Pour cette raison, je ne juge pas utile de mentionner les taux de réussite par question.
Le meilleur total obtenu est de 52.

Q31	Q32	Q33	Q34	Q35	Q36	Q37	Q38	Q39	Q40	Q41	Q42	Q43	Q44
1,5	3	1	2	2	1	1	1,5	1	2	1	2,5	3	2