Compte rendu du devoir surveillé n° 7 — piste rouge

Thèmes abordés. Probabilité. Séries entières. Intégration.

À propos du sujet. Cet sujet a été donné en 2018 au Concours commun Centrale-Supélec en filière PSI. Il brille par sa désinvolture à l'égard du programme (il commence par admettre un gros théorème qui a délibérément été exclu de nos programmes puis il réclame l'usage du lemme des coalitions), ses calculs pénibles et ses questions redondantes (pourquoi évaluer deux fois le théorème de la limite de la dérivée?).

Pour la notation, le total sur 236 a été divisé par 7 et le quotient a été arrondi au dixième de point supérieur.

Sur les 20 copies corrigées, la médiane se situe à 8,61, avec une moyenne à 9,93 et un écart-type de 3,37. C'est un bilan mitigé. Une partie d'entre vous semblent avoir eu du mal à se mettre dans un *mindset* performant. Je peux imaginer que c'est lié à des difficultés logistiques personnelles dans le contexte du semi-confinement actuel. Il va falloir trouver le moyen de se remotiver pour pouvoir être à fond le moment venu.

Partie I

Le maximum de points réalisable sur cette partie est de 70. La moyenne de la classe sur cette partie est de 31,08. Le meilleur total obtenu est de 55,5 points.

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6
Barème	1	1	1	2	2	1,5
Réussite	85 %	56,9 %	82,5 %	40,0 %	28,7 %	35,0 %

Dans les questions 4 et 5, les valeurs absolues ont presque toujours été oubliées lors de l'application du théorème du préambule. Il y a eu aussi beaucoup d'erreurs de notations et de notion à propos des séries.

Le résultat de la question 5 était très important, en cela qu'il simplifiait tous les calculs ultérieurs de la forme $M_X(t)$ en dispensant d'écrire des sommes doubles. Ce fait a été largement raté, y compris parmi les gens qui ont traité cette question, ce qui a occasionné une grande perte de temps. « Les mathématiques, ça sert à être paresseux. »¹

L'énoncé emploie la notation $\forall|t|$ à la question 6. En quelque sorte, ça vous autorise à écrire ça sur votre copie, mais il n'empêche que ça n'a aucun sens.

	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13
Barème	1	2	1,5	1	1	1,5	1
Réussite	63,7 %	48,7 %	39,4 %	38,7 %	25,0 %	33,1 %	28,7 %

La question 7 est insuffisamment réussie. La règle de d'Alembert est parfois appliquée à moitié ; obtenir une limite nulle pour le quotient ne suffit pas : il faut signaler que cette limite est strictement inférieure à 1 pour conclure à la convergence de la série.

Le théorème du transfert est toujours utilisé mais presque jamais mentionné et la valeur absolue est presque toujours oubliée.

À la question 9, le fait que S_n suive la loi $\mathcal{B}_n(\lambda/n)$ est rarement signalé et presque jamais justifié.

Aux questions 12 et 13, il y a encore des maladroites sur les sommes géométriques (des divisions par 0 principalement).

1. André DOMPS, citation récurrente.

Partie II

Le maximum de points réalisable sur la partie II est de 118. La moyenne de la classe sur cette partie est de 30,14. Le meilleur total obtenu est de 61.

Q14	Q15	Q16	Q17	Q18
1	1,5	2,5	1,5	2
61,9 %	30,0 %	48,7 %	12,5 %	29,4 %

J'ai encore lu plusieurs fois l'argument qui consiste à dire que φ est continue (ou autre chose) sur $] - \infty, 1[$ comme « composée de fonctions qui le sont ». Cet argument est faux : l'ensemble des fonctions continues (ou autre chose) sur $] - \infty, 1[$ n'est pas stable par composition.

Par exemple, les fonctions $a : t \mapsto 2$ et $b : x \mapsto \sqrt{1-x}$ sont toutes les deux continues sur $] - \infty, 1[$ mais la composée $b \circ a$ ne l'est pas puisqu'elle n'est pas définie.

Le recours aux théorèmes sur la composition nécessite de vérifier des hypothèses de compatibilités entre les divers ensembles de départ et d'arrivée.

Aux questions 15 et 17, les croissances comparées sont souvent invoquées — trop souvent au singulier, d'ailleurs — mais presque jamais citées explicitement. Idem à la question 34.

Les questions 15 et 18 révèlent une mauvaise connaissance du théorème de la limite de la dérivée. Idem à la question 35.

Q19	Q20	Q21	Q22	Q23
0,5	1	1,5	1	2,5
80,6 %	85,0 %	63,1 %	40,0 %	15,0 %

La question 22 est posée de manière sournoise : le bon calcul à faire va de la droite vers la gauche, pas l'inverse. Je ne m'en suis rendu compte qu'au moment de taper le corrigé, ce qui fait que je n'ai pas sanctionné les raisonnements « à l'envers ».

La valeur absolue a encore été abondamment oubliée à la question 23.

Q24	Q25	Q26	Q27	Q28	Q29	Q30	Q31
1,5	2	1	2	2	2	2	2
17,5 %	20,0 %	34,4 %	3,1 %	5,0 %	13,7 %	6,2 %	3,7 %

La partie II.C révèle les habituels malentendus autour du rayon de convergence et de tout ce qui touche aux séries entières. C'est le moment de dissiper tout cela.

Cette partie aurait dû être plutôt facile (sauf la question 31) mais j'y ai attribué peu de points.

Partie III

Le maximum de points réalisable sur la partie III est de 48. La moyenne de la classe sur cette partie est de 7,92. Le meilleur total obtenu est de 33.

Q32	Q33	Q34	Q35	Q36	Q37	Q38
1	2	2	2	2	2	1
41,9 %	27,5 %	7,5 %	15,0 %	15,0 %	13,1 %	0,0 %