Révisions

OPTIQUE

1. Source à profil spectral rectangulaire

On étudie de manière abstraite un système interférométrique produisant, à partir d'une source ponctuelle, deux faisceaux de même intensité I_0. On note $\delta(M)$ leur différence de marche en un point d'observation M. Cette quantité ne dépend pas de la longueur d'onde.

1) La source est parfaitement monochromatique de nombre d'onde σ_0. Exprimer l'intensité lumineuse dans le champ d'interférence et représenter ses variations en fonction de δ.

2) La source n'est plus monochromatique. Elle présente un spectre s'étendant entre les nombres d'onde $\sigma_1 = \sigma_0 - \Delta\sigma/2$ et $\sigma_2 = \sigma_0 + \Delta\sigma/2$. En raisonnant sur l'ordre d'interférence, déterminer la différence de marche maximale δ_{max} pour laquelle le contraste demeure satisfaisant.

3) On reprend ici l'analyse de la question précédente par une méthode plus quantitative. Pour cela, on introduit la densité spectrale de la source I_σ qui décrit la répartition de l'énergie du rayonnement selon les fréquences. L'intensité lumineuse émise dans la bande spectrale infinitésimale $[\sigma, \sigma + d\sigma]$ et l'intensité totale sont respectivement données par

$$dI_0 = I_{0\sigma}(\sigma) d\sigma \qquad \text{et} \quad I_0 = \int_0^\infty I_{0\sigma}(\sigma)\, d\sigma \quad .$$

Chaque intervalle infinitésimal peut être considéré comme une source monochromatique traitable comme dans la question 1. Quelle intensité dI obtiendrait-on en M en ne considérant que le rayonnement de l'intervalle $[\sigma, \sigma + d\sigma]$?

4) Les rayonnements émis dans les intervalles disjoints $[\sigma, \sigma + d\sigma]$ et $[\sigma', \sigma' + d\sigma]$ interfèrent-ils ? En déduire une expression intégrale de l'intensité lumineuse sur l'écran.

5) On suppose que la raie d'émission de la source présente un profil rectangulaire : la fonction I_σ est constante sur son support $[\sigma_1, \sigma_2]$ et nulle en dehors. Montrer que l'intensité dans le champ d'interférence est de la forme

$$I(M) = 2I_0\,[1 + F(\delta(M))\cos(2\pi\sigma_0\delta(M))]$$

et préciser l'expression de $F(\delta)$ en utilisant le paramètre $\Delta\sigma$.

6) Représenter le graphe de F. Quelle longueur caractéristique fait-il apparaître ?

7) En général, $\Delta\sigma \ll \sigma_0$ de sorte que l'on peut considérer F comme presque constant sur une ou deux franges. On définit le contraste local de la figure d'interférences par

$$\mathcal{C}(\delta) = \frac{I_{\text{max}} - I_{\text{min}}}{I_{\text{max}} + I_{min}} \quad ,$$

le maximum et le minimum étant à rechercher pour sur un intervalle de différence de marche correspondant à une variation d'ordre de plus ou moins 1, autour de la valeur moyenne centrale δ. Donner l'expression de $\mathcal{C}$.

8) Retrouver, à un facteur proche de 1 près, le résultat de la question 2.

9) La figure (1) donne, pour une source particulière, le graphe de l'intensité lumineuse en fonction de δ. Quelle est dans cet exemple la longueur d'onde centrale λ_0 de la source ? Quelle est sa largeur spectrale $\Delta\lambda$?

2. Enregistrement d'un interférogramme avec un détecteur étendu

L'interféromètre de Michelson est utilisé en lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans la configuration lame à faces parallèles d'épaisseur e.

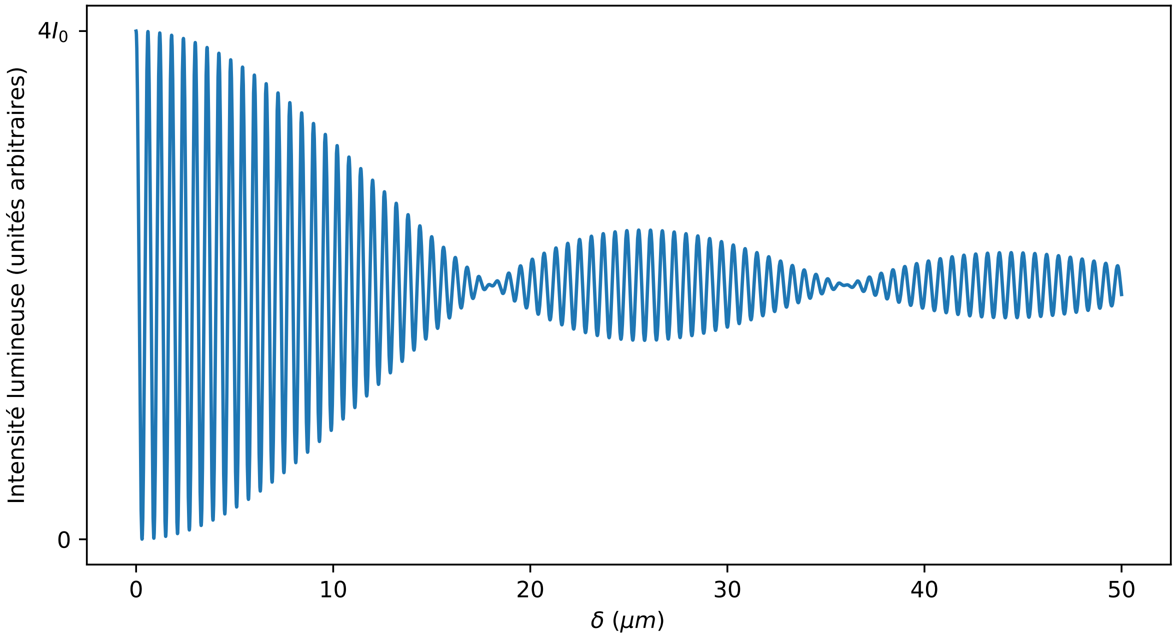

FIGURE 1 –

1. Quelle est la nature des franges observées ? Préciser par un schéma le dispositif expérimental correspondant.
2. Au foyer de la lentille d'observation, on place un détecteur ponctuel délivrant une tension électrique proportionnelle à la puissance lumineuse qui lui parvient. Un moteur permet de translater l'un des deux miroirs à vitesse constante. Représenter le graphe montrant les variations temporelles du signal fourni par le capteur.
3. Comment ce graphe doit-il être modifié pour tenir compte de la longueur de cohérence finie de la source ?
4. On revient au cas d'une source de lumière strictement monochromatique. En réalité, le détecteur n'est pas ponctuel. Il s'agit d'une cellule en forme de disque de rayon R, centrée sur le foyer F' de la lentille. Quelle plage d'angles d'incidence i ce capteur reçoit-il ? On notera $i_{\max}$ la valeur maximale.
5. Déterminer à un facteur près le signal fourni par le capteur et représenter ses variations en fonction de e. On utilisera la propriété suivante : la région du plan focal définie par les angles d'incidence de l'intervalle $[i, i+di]$ présente une aire $dS \simeq 2\pi f'^2 \sin i \, di$. L'expression à trouver est de la forme
$$V = K\,(1 + \gamma \cos(4\pi e/\lambda))$$
où γ s'exprime en fonction de e, λ et $\Omega = 2\pi(1 - \cos i_{\max})$.
6. À quelle condition l'extension spatiale du capteur peut-elle être négligée ? Retrouver ce résultat en raisonnant sur une variation de l'ordre d'interférence.
7. Commenter le résultat des questions précédentes en lien avec la question 3.

3. Réseau échelon de Michelson

Un réseau échelon de Michelson (figure 2) est constitué de quelques dizaines de lames de verre (indice n) de même épaisseur h de l'ordre du centimètre disposées de manière à former des « gradins » de largeur a. On l'éclaire par un faisceau parallèle perpendiculaire à la première lame. Tous les gradins, identiques, diffractent la lumière. En observant la lumière diffractée à l'infini, on observe qu'elle se concentre dans certaines directions θ indexées par un entier p et vérifiant

$$nh + a\sin\theta - h\cos\theta = p\lambda$$

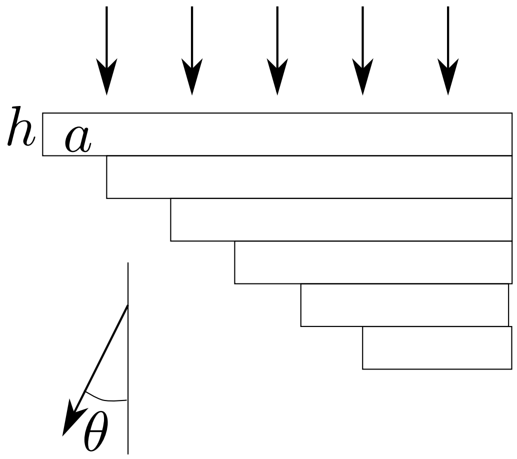

FIGURE 2 – réseau échelon

1. Interpréter cette relation.
2. Calculer la *dispersion angulaire* $\frac{d\theta}{d\lambda}$. Simplifier son expression pour θ proche de 0. Sachant que a et h sont du même ordre de grandeur, comparer numériquement cette dispersion à celle produite par un réseau plan usuel dans l'ordre 1.
3. Comme un réseau plan usuel, le réseau de Michelson pose le problème de recouvrement des ordres. Soit une source dont le profil s'étend de λ_1 à λ_2. On suppose que, dans l'ordre p, la longueur d'onde λ_1 est observée près de $\theta = 0$. Quelle est la plus grande valeur de $\lambda_2 - \lambda_1$ assurant le non-recouvrement des ordres p et $p+1$? On donnera la réponse en fonction de λ_1, h et n. La calculer numériquement pour $\lambda_1 = 600\,\mathrm{nm}$, $h = 1\,\mathrm{cm}$ et $n = 1,5$. Commenter la réponse.

4. Épurateur pour faisceau laser

Un faisceau laser idéal présente, au niveau de son col, un scalaire optique décrit par une répartition de la forme

$$s(r,\theta,z=0) = s_g(r) = s_0\, e^{-r^2/w_0^2} \quad .$$

Dans cette expression, w_0 est une constante et (r,θ,z) désignent les coordonnées cylindriques usuelles définies par l'axe (Oz) de propagation du faisceau. Pour un faisceau réel, les variations du scalaire optique dans le plan du col, d'équation $z = 0$, sont moins régulières et on les décrit par

$$s(r,\theta,0) = s_g(r) + s_b(r,\theta) \quad .$$

Dans cette expression, $s_b(r)$ représente un « bruit » aux variations spatiales rapides dont on peut voir l'effet sur la figure 3. Il varie sur des échelles de longueurs inférieures ou égales à une certaine valeur a, distance elle-même largement inférieure à w_0. Son amplitude est de l'ordre du dixième de s_0.

1. Décrire ou représenter l'image que produirait un photodétecteur plan, tel un capteur CCD, placé dans le plan du col du faisceau idéal d'une part, puis dans celui du faisceau réel d'autre part.

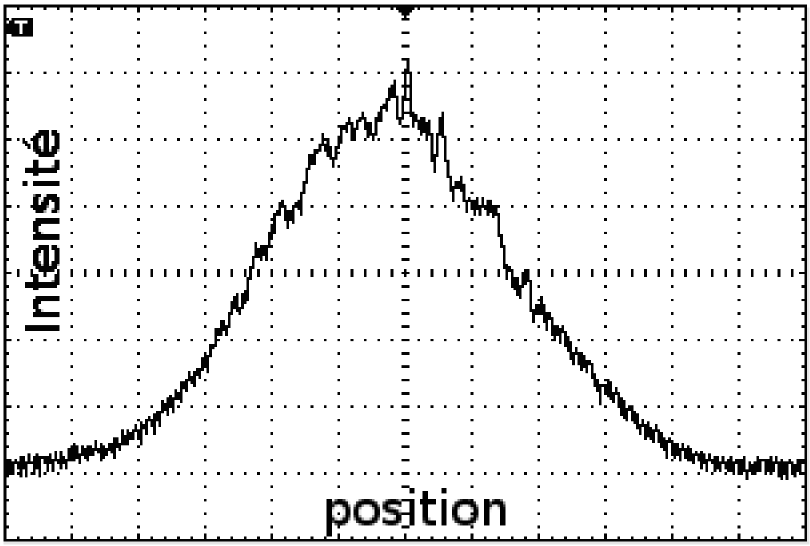

FIGURE 3 – Profil d'intensité d'un faisceau laser réel

Un épurateur de faisceau est un dispositif optique permettant d'éliminer ce bruit indésirable. On analyse dans cet exercice son principe de fonctionnement en adoptant pour simplifier une description bidimensionnelle invariante par translation selon $\overrightarrow{u_y}$. On abandonne donc les coordonnées cylindriques au profit des coordonnées cartésiennes (x, y, z). Le faisceau idéal et le bruit sont respectivement décrits, dans le plan du col, par $s_g(x) = s_0 e^{-x^2/w_0^2}$ et $s_b(x)$. Il ne s'agit pas exactement d'un problème de diffraction puisque le laser ne rencontre pas d'obstacle modifiant le scalaire optique. Ce sont les propres variations de ce scalaire optique dans le plan $z = 0$ qui font que la propagation ne suit pas les lois de l'optique géométrique. En quelque sorte, le laser « se diffracte lui-même » et on peut utiliser les outils vus en cours pour étudier ce phénomène.

2. Dans cette question on considère le faisceau idéal non bruité. Le scalaire optique dans le plan du col n'est pas une fonction périodique de x. Son spectre spatial fait donc intervenir toutes les fréquences spatiales $\sigma_x \in \mathbb{R}$. Dans le cas du faisceau idéal, on a

$$s_g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{s}(\sigma_x) e^{2j\pi\sigma_x x} d\sigma_x \qquad \text{avec} \quad \hat{s}_g(\sigma_x) = s_0\sqrt{\pi}\, w_0 \exp(-\pi^2 w_0^2 \sigma_x^2) \qquad .$$

Le spectre spatial $\hat{s}_g$, fonction à valeurs réelles, est représenté sur la figure 2.

On place en aval du col une lentille convergente de distance focale f'. En utilisant une décomposition en ondes planes, déterminer à un facteur près le scalaire optique et l'intensité lumineuse dans le plan focal image et décrire la figure que l'on observera si on y place un écran. On notera X l'abscisse d'un point du plan focal.

3. On rappelle que le bruit $s_b(x)$ varie sur des échelles de longueur inférieures ou égales à a avec $a < w_0$ et que son amplitude est de l'ordre du dixième de s_0. Dans quels intervalles se situent les fréquences spatiales associées ? Représenter schématiquement le spectre spatial de s_b (sa forme précise n'a pas d'importance) puis décrire ce que produira le faisceau *réel*, par comparaison au faisceau idéal, dans le plan focal.

4. Au delà de F', dans le plan conjugué de celui du col par la lentille, on observe à un facteur de grandissement près une répartition de lumière identique à celle décrite dans la première question.

Quel type de filtrage faut-il opérer pour supprimer de cette image l'influence du bruit et la faire ressembler à celle du faisceau idéal ? Pour cette opération de filtrage, on utilise un trou de diamètre d, appelé sténopé, percé dans un écran opaque. Où convient-il de le placer ?

5. On donne $w_0 = 5\,\text{mm}$, $a = 0,1\,\text{mm}$, $f' = 10\,\text{mm}$, longueur d'onde $\lambda = 532\,\text{nm}$. Proposer une valeur pour le diamètre du sténopé. Pour information, les catalogues de matériel d'optique proposent des modèles dont les diamètres s'étendent de 1 à 1000 micromètres et fournissent des dispositif

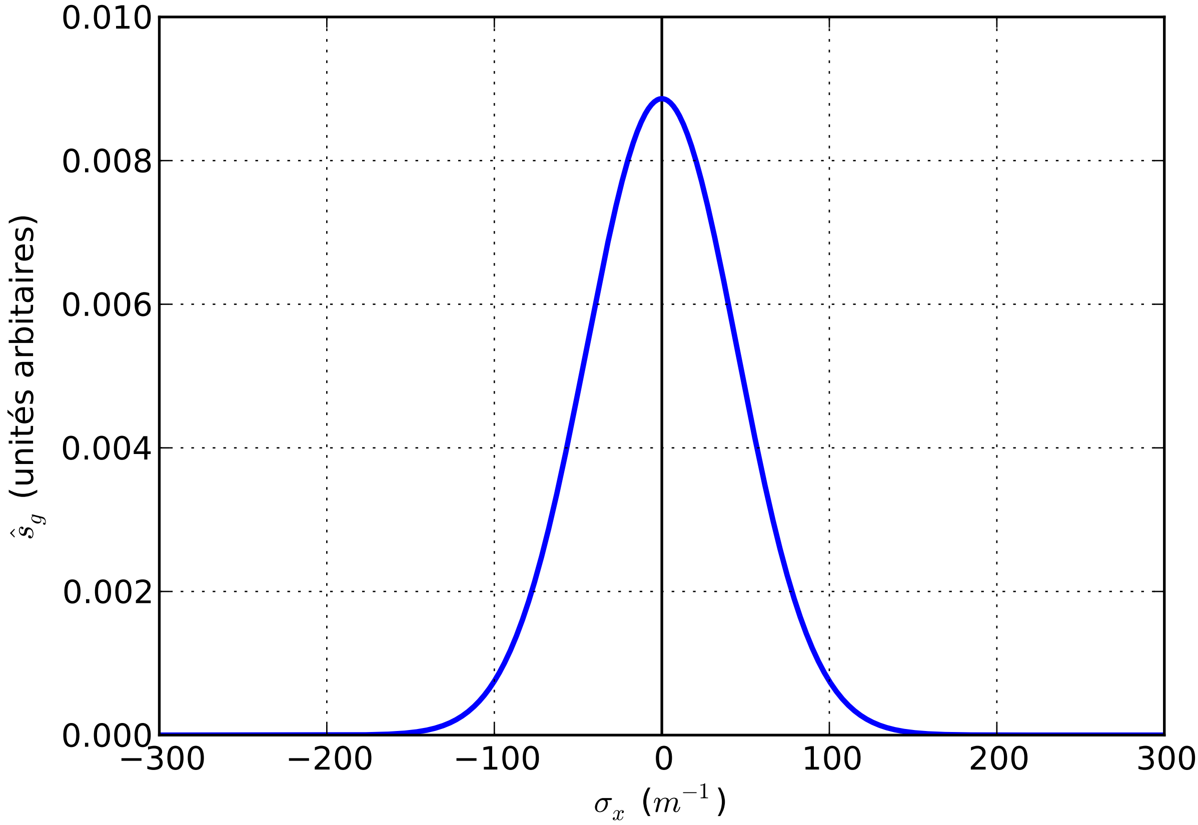

FIGURE 4 – Spectre spatial du scalaire optique gaussien défini au col d'un faisceau laser idéal.

permettant de les translater précisément orthogonalement à l'axe optique. Le marque Thorlabs recommande d'utiliser un trou de diamètre égal $1,3\lambda f'/w_0$.