

Devoir surveillé n° 3 — statistiques

Novembre 2020

Mathématiques — PC* — lycée Henri POINCARÉ

1 À propos du sujet

2 Les notes

3 Barème détaillé

À propos du sujet

Ce sujet est constitué de trois problèmes portant sur des thèmes variés. Il teste des compétences calculatoires, des connaissances de cours, ainsi que la capacité d'initiative.

Les thèmes abordés sont ceux des chapitres récents : suites et séries de fonctions, convergence dans un espace vectoriel normé de dimension finie, calcul matriciel.

L'énoncé est plutôt long. La difficulté était plus élevée que dans les devoirs précédents, probablement trop à ce stade de l'année, comme en témoigne le nombre élevé de notes très basses.

À propos du sujet

Ce sujet est constitué de trois problèmes portant sur des thèmes variés. Il teste des compétences calculatoires, des connaissances de cours, ainsi que la capacité d'initiative.

Les thèmes abordés sont ceux des chapitres récents : suites et séries de fonctions, convergence dans un espace vectoriel normé de dimension finie, calcul matriciel.

L'énoncé est plutôt long. La difficulté était plus élevée que dans les devoirs précédents, probablement trop à ce stade de l'année, comme en témoigne le nombre élevé de notes très basses.

À propos du sujet

Ce sujet est constitué de trois problèmes portant sur des thèmes variés. Il teste des compétences calculatoires, des connaissances de cours, ainsi que la capacité d'initiative.

Les thèmes abordés sont ceux des chapitres récents : suites et séries de fonctions, convergence dans un espace vectoriel normé de dimension finie, calcul matriciel.

L'énoncé est plutôt long. La difficulté était plus élevée que dans les devoirs précédents, probablement trop à ce stade de l'année, comme en témoigne le nombre élevé de notes très basses.

À propos de la notation

Sur chaque copie, pour chaque question, je mets une note entre 0 et 4, avec une précision de 0,5, qui est mon évaluation de la proportion réussie de la question.

Ces « pourquatrages » sont alors reportés dans un tableur et pondérés, selon des coefficients détaillés dans les prochaines pages, pour constituer une note brute. Les notes brutes sont divisées par un coefficient de mon choix et arrondies au dixième par excès.

Pour ce devoir, le cumul brut est de 214 points. J'ai choisi un diviseur de 4,9.

À propos de la notation

Sur chaque copie, pour chaque question, je mets une note entre 0 et 4, avec une précision de 0,5, qui est mon évaluation de la proportion réussie de la question.

Ces « pourquatrages » sont alors reportés dans un tableur et pondérés, selon des coefficients détaillés dans les prochaines pages, pour constituer une note brute. Les notes brutes sont divisées par un coefficient de mon choix et arrondies au dixième par excès.

Pour ce devoir, le cumul brut est de 214 points. J'ai choisi un diviseur de 4,9.

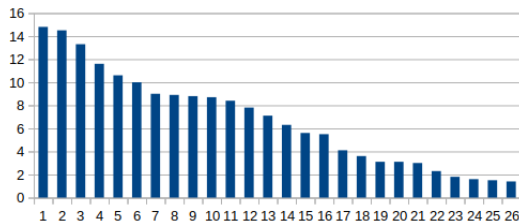
À propos de la notation

Sur chaque copie, pour chaque question, je mets une note entre 0 et 4, avec une précision de 0,5, qui est mon évaluation de la proportion réussie de la question.

Ces « pourquatrages » sont alors reportés dans un tableur et pondérés, selon des coefficients détaillés dans les prochaines pages, pour constituer une note brute. Les notes brutes sont divisées par un coefficient de mon choix et arrondies au dixième par excès.

Pour ce devoir, le cumul brut est de 214 points. J'ai choisi un diviseur de 4,9.

La répartition des notes



Moyenne : 6,78. Écart-type : 4,12. Médiane : 6,7.

Barème du problème 1

	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5a	Q5b
Barème	0,5	2	1	2,5	0,5	1
Réussite	73,1 %	33,7 %	20,2 %	25,0 %	40,9 %	27,9 %

	Q6	Q7	Q8	Q9a	Q9b	Q10
Barème	0,5	1	2	2	3	2
Réussite	63,5 %	23,6 %	0,0 %	9,1 %	1,0 %	2,9 %

Maximum théorique : 72.

Moyenne de la classe : 12,68.

Meilleur total : 31.

Barème du problème 2

	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
Barème	1	1	1,5	1,5	1,5
Réussite	76,4 %	38,5 %	9,1 %	11,5 %	12,5 %

	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
Barème	1	1	1,5	1,5	1,5
Réussite	56,3 %	13,9 %	23,1 %	24,0 %	5,3 %

	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25	Q26	Q27
Barème	2	1	1	1	2	1	1
Réussite	0,0 %	39,9 %	22,6 %	26,0 %	2,4 %	0,0 %	0,0 %

Maximum théorique : 100.

Moyenne de la classe : 17,12.

Meilleur total : 56.

Barème du problème 3

	Q29	Q30	Q31	Q32	Q33	Q34
Barème	1	1,5	2	2	3	1
Réussite	35,6 %	1,0 %	6,3 %	13,5 %	0,0 %	3,8 %

Maximum théorique : 42.

Moyenne de la classe : 3,21.

Meilleur total : 16.

À propos du problème 1

Ce problème est le premier tiers de l'épreuve 2 du CCP 2010 en filière PC.

Mon unique modification porte sur la question 9, où l'énoncé précisait quel encadrement était attendu, à savoir

$$\int_{x+1}^{+\infty} \frac{dt}{t^2} \leq U(x) \leq \int_x^{+\infty} \frac{dt}{t^2}.$$

À propos du problème 1

Question 1. Beaucoup d'entre vous ont justifié la convergence par une inégalité fausse alors qu'un équivalent n'aurait pas posé de problème.

Il y a eu également beaucoup de confusions entre la série numérique $\sum_{n \geq 1} u_n(x)$ et la série de fonctions $\sum_{n \geq 1} u_n$.

Je veux insister là-dessus : il est essentiel de bien distinguer les deux notions.

À propos du problème 1

Question 2. Le calcul de $u_n^{(p)}$ est souvent faux.

Il est parfois correct mais non justifié.

Je lis beaucoup de dérivations à x fixé. C'est une grosse erreur de logique que j'ai déjà signalée de nombreuses fois. Il est urgent de régler ce malentendu.

Comme à la première question, il y a beaucoup de confusions entre la fonction $u_n^{(p)}$ et le nombre $u_n^{(p)}(x)$. Là aussi, il est urgent de corriger cette erreur une fois pour toutes et de passer à autre chose.

À propos du problème 1

Question 3. Je rappelle la définition suivante

$$\|u_n^{(p)}\|_{\infty,[a,b]} = \sup \left\{ \left| u_n^{(p)}(x) \right| ; x \in [a, b] \right\}.$$

Toute distinction selon la parité de p est hors sujet puisque la valeur absolue nous débarrasse du signe $(-1)^p$. La fonction $|u_n^{(p)}|$ s'écrit

$$x \mapsto \frac{(p+1)!}{(x+n)^{p+2}}$$

donc elle est décroissante sur $[a, b]$ (sans faire de grands discours).

À propos du problème 1

Question 4. Le théorème de dérivation dans sa version $\mathcal{C}^p$ n'est pas bien connu (j'ai valorisé la connaissance de ce théorème même quand il a été mal appliqué). Surtout, l'étape de passage du local au global a presque systématiquement été effectuée au mauvais endroit.

Rappel :

- la continuité, la dérivabilité, la classe $\mathcal{C}^k$, la classe $\mathcal{C}^\infty$ sont des propriétés qui passent du local au global ;
- la convergence uniforme et la convergence normale ne passent pas du local au global.

Ce point de méthode est à retravailler.

À propos du problème 1

Question 5. Quand on effectue un décalage d'indice, on le dit. On ne force pas la personne qui vous lit à devoir deviner quelle est la manipulation effectuée. Surtout quand cette manipulation est la seule à faire pour répondre à la question.

À propos du problème 1

Question 7. Il s'agit ici de mentionner la possibilité de dériver terme à terme donnée par le théorème appliqué à la question 4. Sans cet argument, les calculs effectués ne sont pas justifiés.

À propos du problème 1

Question 9. Je le redis : la méthode des rectangles est une méthode à connaître et à savoir appliquer. Elle est parfois détaillée dans les épreuves écrites mais pas toujours. Même si l'énoncé d'origine était moins ouvert que le mien, il ne détaillait pas pour autant les étapes à suivre.

À propos du problème 2

Ce problème est inspiré d'une moitié de l'épreuve 1 de Mines-Ponts 2017 en filière PC. L'autre moitié explore les liens entre matrices stochastiques et probabilités.

Beaucoup d'erreurs ont été commises sur la nature des objets (confusion entre matrices carrées, matrices colonnes et nombres).

À propos du problème 2

Question 11. Cette question très facile a parfois vu des résolutions de plus d'une page, ce qui ne semble pas raisonnable.

Plus gênant, dans certaines copies, il est supposé que la matrice A est stochastique alors que l'énoncé ne parle que de la condition (2). Attention à ne pas lire de travers ce qui est demandé.

À propos du problème 2

Question 12.

La condition (1) est souvent oubliée.

La condition (2) est souvent traitée via les sommes de coefficients d'une ligne. Certes c'est faisable de cette manière mais la question 11 vient de donner une méthode pour court-circuiter ces calculs. Il est vraiment dommage de ne pas utiliser les outils qu'on vous donne.

À propos du problème 2

Question 13. La présence dans notre programme de la notion de partie convexe est un vrai mystère, dans la mesure où on n'en fait absolument rien.

En 2017, trois épreuves de concours ont fait démontrer qu'une certaine partie d'un espace vectoriel est convexe. Dans les trois cas, on n'en faisait absolument rien ensuite.

Cette question inutile pouvait néanmoins rapporter des points faciles dans le cas où la définition était connue.

À propos du problème 2

Question 14. Dans un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension finie, la convergence d'une suite de vecteurs équivaut à la convergence coordonnée par coordonnée. C'est un aspect tellement important de cette notion que c'est quasiment le seul que nous ayons travaillé en TD.

J'espérais donc une réussite bien plus importante à cette question.

Une erreur étonnamment fréquente a été de noter

$A_p = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq n}$. Ça n'a pas de sens de procéder ainsi puisque ça sous-entend que les coefficients de la matrice A_p ne dépendent pas de p .

J'ai vu aussi la notation $a_{p,i,j}$ pour les coefficients de A_p , mais ça n'a pas de sens non plus : la notation $p_{i,j}$ désigne quelque chose qui dépend de (i,j) (et donc la nature est inconnue) mais qui ne dépend pas de p .

À propos du problème 2

Question 15. Presque tous les calculs que j'ai lus sur cette question comportaient une erreur à un moment.

Je rappelle que pour majorer une norme infinie, lorsqu'elle est définie par un maximum, le mieux est de commencer par prendre un indice qui réalise le maximum puis de procéder à des calculs avec cet indice fixé.

À propos du problème 2

Partie II. La principale difficulté de cette partie consistait, à la question 17, de remarquer l'inégalité

$$\|A^k U\|_\infty \leq \|U\|_\infty.$$

Celle-ci découle, au choix, d'une itération de l'inégalité de la question 15 ou juste de l'inégalité de la question 15, après avoir remarqué que A^k est une matrice stochastique par application de la question 12.

À propos du problème 2

Partie III. La principale difficulté de cette partie réside dans la question 21, qui requiert une astuce pas évidente à repérer.

Les questions qui suivent ne sont pas forcément très difficiles. En particulier, la question 25 ressemble à un exercice traité en classe (chapitre 8, exercice 25, question a).

Beaucoup d'erreurs sur les dernières questions viennent de confusions entre les types d'objets manipulés (matrices carrées, matrices lignes, matrices colonnes, nombres).