

Chapitre 18 — courbes et surfaces

1 Courbes

1.1 Arcs paramétrés

Arc paramétré de classe $\mathcal{C}^k$. Vecteur vitesse. Vecteur accélération.

Point régulier. Tangente en un point régulier.

Cas particulier du graphe d'une fonction d'une variable.

Compléments : longueur d'une portion d'arc ; aire délimitée par une courbe fermée simple. Ou pas.

1.2 Courbes définies par une équation implicite

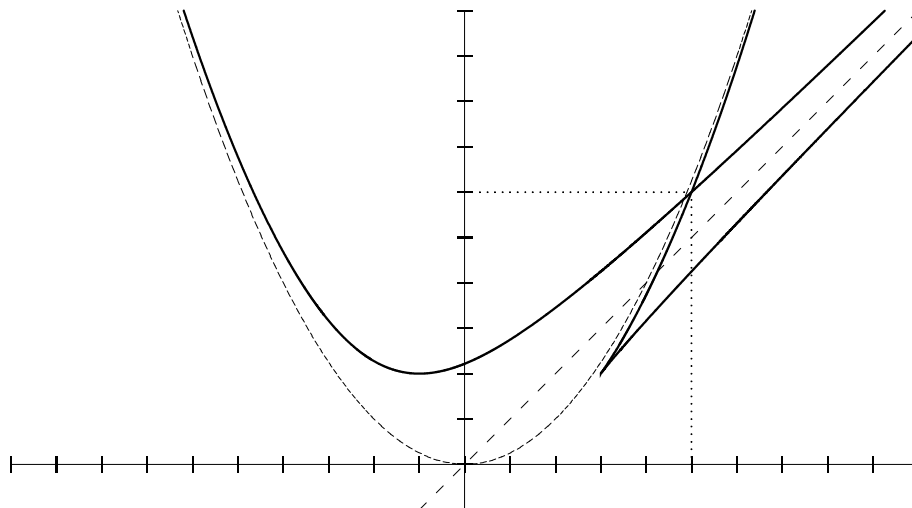
Courbe du plan définie par une équation de la forme $f(x, y) = 0$. Point régulier.

Existence d'un paramétrage local au voisinage d'un point régulier. En un tel point (x_0, y_0) , la tangente admet pour vecteur normal $\nabla f(x_0, y_0)$.

Le gradient est orthogonal aux lignes de niveaux de la fonction f et il est orienté dans le sens des valeurs croissantes de f .

1.3 Étude détaillée d'une courbe paramétrée

On étudie la courbe paramétrée par $x(t) = t^2 + \frac{2}{t}$ et $y(t) = t^2 + \frac{1}{t^2}$, dont le tracé figure ci-dessous.



Représentation graphique avec `matplotlib`.

2 Surfaces

2.1 Surfaces définies par une équation implicite

Surface définie par une équation de la forme $f(x, y, z) = 0$. Point régulier.

Plan tangent en un point régulier (x_0, y_0, z_0) : c'est le plan passant par ce point qui admet $\nabla f(x_0, y_0, z_0)$ pour vecteur normal.

Courbes tracées sur la surface. Tangentes aux courbes régulières.

2.2 Graphe d'une fonction de deux variables

Il s'agit de la surface paramétrée par $(x, y) \mapsto (x, y, f(x, y))$.

Tous les points sont réguliers. Plan tangent.