

# Rayonnement thermique

## I Lois du rayonnement thermique

1. Émittance
2. Corps noir et loi de Stefan
3. Lois de Planck et de Wien
4. Exemples

## II Effet de serre

1. Principe : serre d'horticulture
  2. Température du globe terrestre sans atmosphère
  3. Température du globe terrestre avec atmosphère
  4. Bilan thermique terrestre détaillé
- 

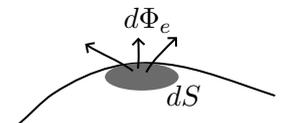
## I Lois du rayonnement thermique

Le programme officiel précise que les énoncés de concours doivent vous rappeler ces lois. J'exige cependant que vous connaissiez la définition d'un corps noir, la loi de Stefan et la loi de Wien, c'est à dire les trois encadrés sur fond gris.

### I.1 Émittance

Soit un corps (généralement un solide ou un liquide) de température de surface  $T$ . Sous l'effet de l'agitation thermique, les particules qui le constituent (atomes, molécules, électrons ...) s'agitent et émettent des ondes électromagnétiques : ce phénomène constitue le rayonnement thermique. Soit  $d\Phi_e$  (en watt) le flux émis par un élément d'aire  $dS$  de la surface de l'objet. On pose

$$d\Phi_e = \varphi_e dS \quad \text{ou} \quad \varphi_e = \frac{d\Phi_e}{dS} .$$



La grandeur  $\varphi_e$  s'exprime en  $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$  et se nomme « émittance ». Elle est souvent notée  $M$  dans les ouvrages spécialisés, mais plus souvent  $\varphi_e$  en prépa. Elle possède la même dimension que  $j$  dans la loi de Fourier et il ne faut pas la confondre avec  $\Phi_e$  (phi majuscule) qui est un flux thermique en watts. Un objet étendu dont la surface présente une aire  $S$  émet par rayonnement thermique le flux

$$\Phi_e = \int_S \varphi_e dS .$$

Le plus souvent  $\varphi_e$  est uniforme et  $\Phi_e = \varphi_e S$ . On prendra garde à ne pas confondre ce flux émis, produit par le corps lui-même, et celui qu'il pourrait réfléchir parce que d'autre corps l'illumineraient.

Le rayonnement thermique est émis dans toutes les directions et nous n'étudierons pas sa répartition angulaire. Nous le supposons isotrope, c'est à dire qu'il est émis de la même manière dans toutes les directions.

## I.2 Corps noir et loi de Stefan

### Définition

On appelle corps noir un corps qui absorbe tout rayonnement qui atteint sa surface.

Le corps noir est un modèle idéal dont certains objets réels se rapprochent, au moins sur certains domaines de longueur d'onde. Par exemple, un objet de couleur noire absorbe tout le rayonnement du le spectre visible.

### Loi de Stefan

Pour un corps noir,  $\varphi_e = \sigma T^4$  avec  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Pour mieux décrire la réalité, on modélise certains objets comme des « corps gris ». Ils sont caractérisés par un paramètre sans dimension  $\epsilon \in [0, 1]$ , nommé « émissivité ». Pour un corps gris, on a

$$\varphi_e = \epsilon \sigma T^4 \quad .$$

Une propriété à première vue étonnante relie  $\epsilon$  à l'absorbance  $a$  du matériau. L'absorbance est la fraction du rayonnement incident qu'un matériau absorbe. Selon la loi de Kirchoff, on a

$$\epsilon = a \quad .$$

Le cas particulier du corps noir correspond à  $a = 1$  (il absorbe tout) et donc  $\epsilon = 1$ . Au contraire, pour un objet très réfléchissant (et donc peu absorbant),  $a$  prend une valeur bien plus basse. Par exemple, si  $a = 10\%$ ,  $\epsilon = 0,1$  et  $\varphi_e = 0,1 \times \sigma T^4$  : le corps n'émet que un dixième du rayonnement thermique qu'émettrait un corps noir de même température.

On peut encore raffiner la description de la réalité en remarquant que  $a$  et donc  $\epsilon$  peuvent dépendre de la longueur d'onde. Par exemple, le verre est très absorbant pour les infrarouges ( $a$  proche de 1), mais très peu pour le visible. Il faudrait analyser introduire une fonction de la longueur d'onde  $a(\lambda) = \epsilon(\lambda)$  et s'intéresser au rayonnement émis dans chaque intervalle infinitésimal de longueur d'onde  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ . Nous n'irons pas aussi loin dans nos exercices.

## I.3 Lois de Planck et de Wien

Le rayonnement du corps noir présente un spectre continu : il se répartit sur toutes les longueurs d'onde. Pour le décrire, on introduit une densité spectrale d'émittance  $\varphi_{e\lambda}(\lambda)$ . L'émittance infinitésimale dans la bande de longueur d'onde  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$  est

$$d\varphi_e = \varphi_{e\lambda}(\lambda) d\lambda \quad ; \quad \varphi_{e\lambda} \text{ s'exprime en } \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{m}^{-1} \text{ ou } \text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \mu\text{m}^{-1} \quad .$$

Pour un corps noir,  $\varphi_{e\lambda}$  est donné par la loi de Planck

$$\varphi_{e\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} \quad .$$

Le graphe de  $\varphi_{e\lambda}(\lambda)$  est représenté sur la figure (1) pour diverses températures. On observe sur ces courbes que  $\varphi_{e\lambda}$  présente un maximum unique sur  $[0, \infty[$ , atteint pour une longueur d'onde  $\lambda_{\max}$ . Lorsque  $T$  augmente, la position de ce maximum se décale vers la gauche, c'est à dire vers les petites longueurs d'onde. Ces constatations peuvent être confirmées en cherchant une annulation de la dérivée de  $\varphi_{e\lambda}$  et on démontre ainsi qu'il existe une constante  $C$  telle que  $\lambda_{\max} T = C$ . Ce résultat constitue la loi de Wien que vous devez retenir, sans toutefois mémoriser la valeur de  $C$ .

### Loi de Wien

La longueur d'onde à laquelle la densité spectrale d'émittance du corps noir est maximale vérifie

$$\lambda_{\max} T = C_{ste} = 2898 \mu\text{mT} \quad .$$

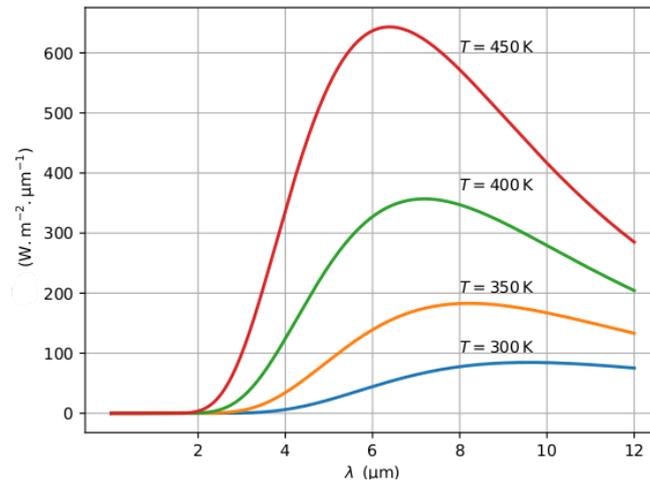


FIGURE 1 – Loi de Planck : représentation de  $\varphi_{e\lambda}(\lambda)$  à diverses températures. Plus la température augmente, plus le maximum se décale vers les petites longueurs d'onde, ce qu'exprime la loi de Wien. Quand  $T$  augmente, l'aire sous la courbe augmente fortement, ce qu'exprime la loi de Stefan.

L'interprétation de la loi de Wien est la suivante. Plus un corps est chaud, plus ses atomes s'agitent et plus grande est leur propension à émettre des photons plus énergétiques. Comme l'énergie d'un photon est  $E = h\nu = hc/\lambda$ , un corps plus chaud a tendance à émettre une plus forte proportion de photons de courte longueur d'onde.

La loi de Planck permet aussi de retrouver la loi de Stefan. En effet, l'émissance totale d'un corps noir s'obtient par intégration sur les longueurs d'onde :

$$\varphi_e = \int_0^\infty \varphi_e(\lambda) d\lambda = \int_0^\infty \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k_B T}} - 1} d\lambda \quad .$$

Le changement de variable  $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$ , permet d'obtenir

$$\varphi_e = \sigma T^4 \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15h^3 c^2} \quad .$$

Si vous voulez effectuer les calculs menant à ce résultat, vous devrez utiliser l'intégrale  $\int_0^\infty x^3/(e^x - 1) dx = \pi^4/15$ .

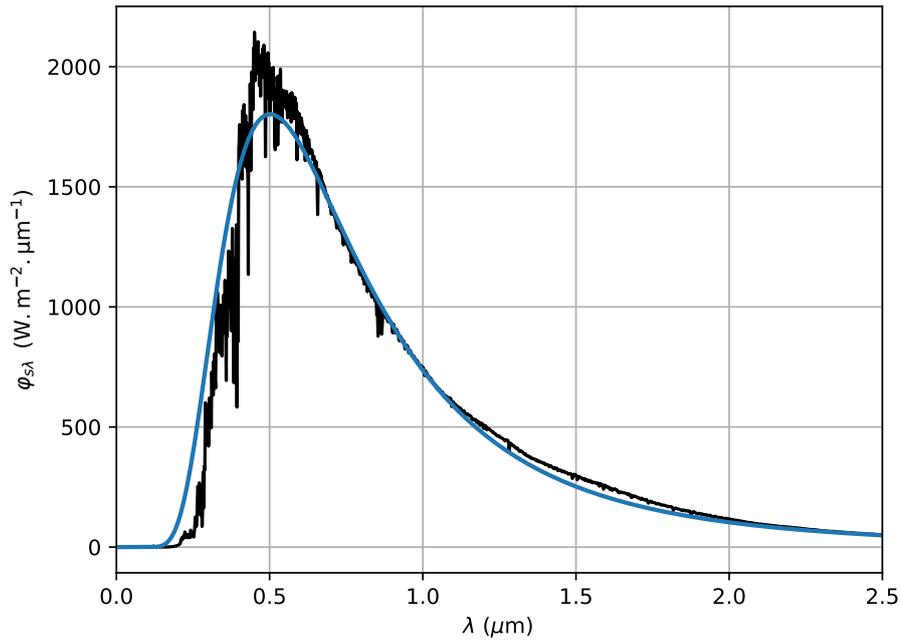


FIGURE 2 – Densité spectrale du flux solaire mesuré du dessus de l’atmosphère, et comparaison avec celui d’un corps noir de température  $T = 5777$  K.

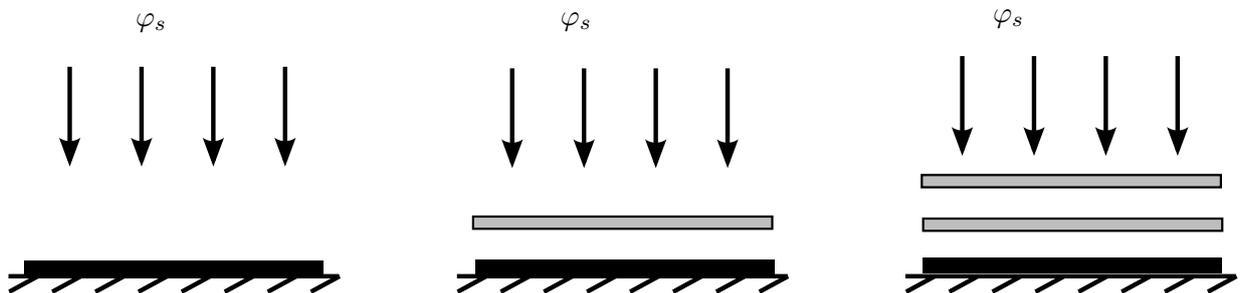


FIGURE 3 – Température d’une plaque noire au soleil, avec éventuellement la présence de vitres pour modéliser le fonctionnement d’une serre.

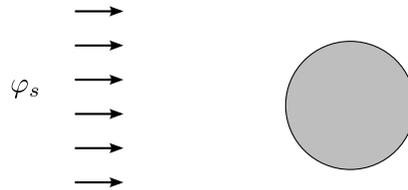
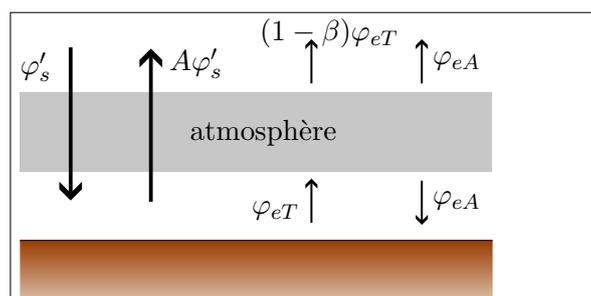


FIGURE 4 – Estimation de la température de la Terre sans atmosphère

FIGURE 5 – Estimation de la température de la Terre sans avec prise en compte de l'atmosphère. On raisonne avec le flux moyen  $\varphi'_s = \varphi_s/4 = 342 \text{ W.m}^{-2}$ .

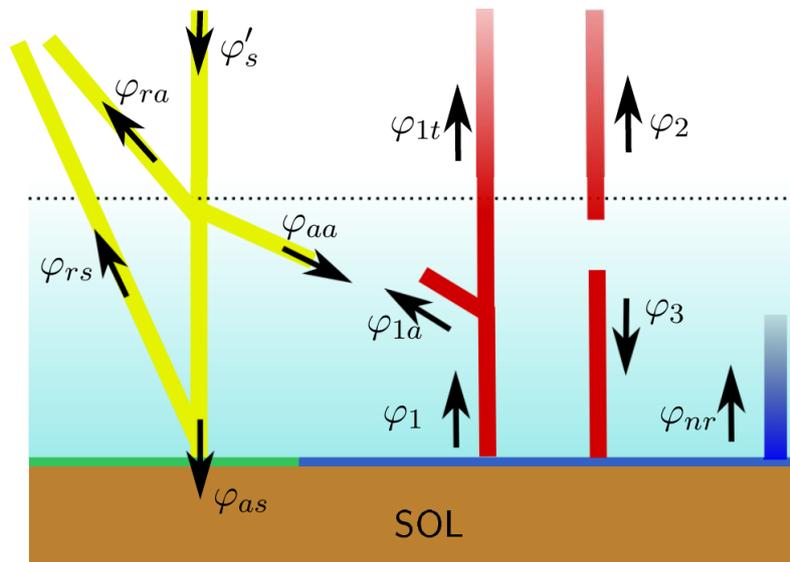


FIGURE 6 – Bilan thermique de la Terre. Données GIEC 2002, cités par M.A. Mélières (site du CNRS). Voir aussi l'article *Earth's global energy budget*, K. Trenberth, J.T. Fasullo, J. Kiehl, American Meteorological Society, mars 2009, p 311 (disponible en ligne). Les échanges sont caractérisés par leur flux par unité de surface.

Terme	$\text{W.m}^{-2}$	phénomène décrit
$\varphi'_s$	342	flux solaire moyen au dessus de l'atmosphère (visible et proche infra-rouge)
$\varphi_{ra}$	77	partie du flux solaire réfléchi par l'atmosphère
$\varphi_{aa}$	67	partie du flux solaire absorbée par l'atmosphère
$\varphi_{rs}$	30	partie du flux solaire réfléchi par le sol
$\varphi_{as}$	168	partie du flux solaire absorbée par le sol
$\varphi_1$	390	rayonnement thermique émis par le sol (infra-rouge)
$\varphi_{1a}$	350	partie du rayonnement thermique émis par le sol absorbée par l'atmosphère
$\varphi_{1t}$	40	partie du rayonnement thermique émis par le sol transmise par l'atmosphère
$\varphi_2$	195	rayonnement thermique émis par l'atmosphère vers l'espace
$\varphi_3$	324	rayonnement thermique émis par l'atmosphère vers la Terre
$\varphi_{nr}$	102	échanges non radiatifs de la terre vers l'atmosphère (cycle de l'eau avec évaporation et condensation, chauffage de l'air par le sol et ascension par convection).

TABLE 1 – Termes du bilan thermique terrestre.