

CHAPITRE 2 - INTERFERENCES LUMINEUSES

Quand 2 ondes se rencontrent, elles peuvent se renforcer ou se détruire : c'est le phénomène d'interférences.

Valable pour divers types d'ondes pour des phénomènes linéaires.

En optique, c'est subtil à cause de la cohérence.

I. Superposition de deux vibrations

1. Intensité résultante

On introduit deux ondes : $s_1(x,t)$ et $s_2(x,t)$.

Principe de superposition :

$$s(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t)$$

En optique, on mesure \bar{I} , et non s .

$$\begin{aligned} \bar{I}(x) &= \langle s^2 \rangle \\ &= \langle s_1^2 + s_2^2 + 2s_1s_2 \rangle \\ &= \bar{I}_1(x) + \bar{I}_2(x) + \underbrace{2\langle s_1s_2 \rangle}_{\text{terme d'interférence}} \end{aligned}$$

2. Première condition d'interférences

On se limite aux ondes monochromatiques.

$$\begin{aligned} s_1 &= s_{01} \cos(\varphi_1(x) - \omega_1 t) & \bar{I}_1 &= \frac{1}{2} s_{01}^2 \\ s_2 &= s_{02} \cos(\varphi_2(x) - \omega_2 t) & \bar{I}_2 &= \frac{1}{2} s_{02}^2 \end{aligned}$$

$$s_1 s_2 = \frac{s_{01} s_{02}}{2} \left(\cos(\psi_1 + \psi_2 - (\omega_1 + \omega_2)t) + \cos(\psi_1 - \psi_2 - (\omega_1 - \omega_2)t) \right)$$

$$I(CH) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \left(\underbrace{\cos(\psi_1 + \psi_2 - (\omega_1 + \omega_2)t)}_{\langle \dots \rangle = 0} + \underbrace{\cos(\psi_1 - \psi_2 - (\omega_1 - \omega_2)t)}_{\text{si } \omega_1 \neq \omega_2 : \langle \dots \rangle = 0} \right)$$

Conclusion :

Deux ondes de fréquences distinctes n'interfèrent pas, leurs intensités s'ajoutent.

3. Formule de Fresnel

Dorénavant, $\omega_1 = \omega_2$. On le note ω .

Dès lors,

$$I(CH) = I_1^{(CH)} + I_2^{(CH)} + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi(CH))$$

$$\varphi(CH) = \varphi_2(CH) - \varphi_1(CH)$$



Notation \mathbb{C} : (car $\omega_1 = \omega_2$, sinon pas de sens).

$$s_1 = s_{01} e^{j(\psi_1 - \omega t)}$$

$$s_2 = s_{02} e^{j(\psi_2 - \omega t)}$$

$$\text{donc } s = s_1 + s_2 = (s_{01} e^{j\psi_1} + s_{02} e^{j\psi_2}) e^{-j\omega t}$$

$$I = \frac{1}{2} s s^*$$

$$= \frac{1}{2} (s_{01} e^{j\psi_1} + s_{02} e^{j\psi_2}) (s_{01} e^{-j\psi_1} + s_{02} e^{-j\psi_2})$$

$$= I_1 + I_2 + \frac{1}{2} s_{01} s_{02} (e^{j(\psi_1 - \psi_2)} + e^{j(\psi_2 - \psi_1)})$$

$$= I_1 + I_2 + \sqrt{I_1 I_2} \times 2 \cos(\varphi)$$

Remarque : Selon le signe de $\cos(\varphi)$ se renforcent mutuellement ($\cos(\varphi) > 0$, $\bar{I} > \bar{I}_1 + \bar{I}_2$) ou s'affaiblissent ($\cos(\varphi) < 0$, $\bar{I} < \bar{I}_1 + \bar{I}_2$).

4. Contraste

* Interférences constructives : $\cos(\varphi) = 1$.

$$\bar{I}_{\text{MAX}} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + 2\sqrt{\bar{I}_1\bar{I}_2} = (\sqrt{\bar{I}_1} + \sqrt{\bar{I}_2})^2 = \frac{1}{2}(s_{01} + s_{02})^2$$

* Interférences destructives : $\cos(\varphi) = -1$.

$$\bar{I}_{\text{MIN}} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 - 2\sqrt{\bar{I}_1\bar{I}_2} = (\sqrt{\bar{I}_1} - \sqrt{\bar{I}_2})^2 = \frac{1}{2}(s_{01} - s_{02})^2$$

On définit le contraste \mathcal{C} : (ou visibilité)

$$\mathcal{C} = \frac{\bar{I}_{\text{MAX}} - \bar{I}_{\text{MIN}}}{\bar{I}_{\text{MAX}} + \bar{I}_{\text{MIN}}}$$

D'après leur formule :

$$\mathcal{C} = \frac{4\sqrt{\bar{I}_1\bar{I}_2}}{2(\bar{I}_1 + \bar{I}_2)} = 2 \frac{\sqrt{\bar{I}_1\bar{I}_2}}{\bar{I}_1 + \bar{I}_2}$$

Par définition, $\mathcal{C} \in [0; 1]$.

Le meilleur contraste, $\mathcal{C} = 1$, s'obtient pour $\bar{I}_{\text{MIN}} = 0$, c'est-à-dire $\bar{I}_1 = \bar{I}_2$.

(cf. figure 1).

Pour $\bar{I}_1 = \bar{I}_2$. On le note \bar{I}_0 .

$$\bar{I} = 2\bar{I}_0 [1 + \cos(\varphi)]$$

5. Cas d'ondes incohérentes

Deux ondes de même fréquence, issues de 2 sources distinctes, n'interfèrent pas.

(Expérience des réverbères au sodium).

C'est un problème de cohérence.

Pendant \overline{T}_d , ψ_1 et ψ_2 fluctuent, varient de manière erratique, après une durée \overline{T}_c mais $\overline{T}_d \ll \overline{T}_c$.

De même, pour $\psi = \psi_2 - \psi_1$.

Dans la démonstration de la formule de Fresnel apparaît :

$$\langle \cos(\psi(t)) \rangle = 0$$

↑
prend des valeurs aléatoires

$$\text{donc } \overline{I} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2$$

Sources incohérentes. (cf. polycopié).

Deux ondes lumineuses émises par deux sources distinctes n'interfèrent pas parce que leur déphasage présente, pendant le temps de réponse du détecteur, une valeur aléatoire et fluctuante. On dit que ces ondes sont incohérentes. Leurs intensités s'ajoutent.

6. Obtention de deux ondes mutuellement cohérentes

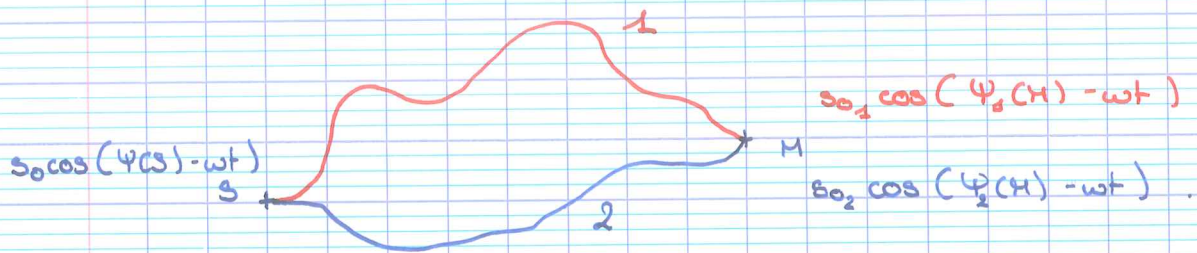
(cf. figure 2)

On dédouble la lumière à partir d'une seule source ^{ponctuelle} de départ.
On obtient ainsi deux ondes mutuellement cohérentes.

Division du front d'onde : on sépare les rayons en deux groupes.

Division d'amplitude : on divise chaque rayon en deux nouveaux rayons.

7. Différence de marche



$$\psi_1(M) - \psi(S) = \frac{2\pi}{\lambda} \mathcal{L}_{SM,1}$$

$$\psi_2(M) - \psi(S) = \frac{2\pi}{\lambda} \mathcal{L}_{SM,2}$$

donc
$$\begin{aligned} \varphi(M) &= \psi_2(M) - \psi_1(M) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (\mathcal{L}_{SM,2} - \mathcal{L}_{SM,1}) \end{aligned}$$

Différence de marche entre deux rayons qui arrivent en un point :

$$\delta(M) = \mathcal{L}_{SM,2} - \mathcal{L}_{SM,1}$$

d'où
$$\varphi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)$$

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + 2\sqrt{\bar{I}_1 \bar{I}_2} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta(M)\right)$$

8. Rôle de la Longueur de cohérence

des deux ondes partent de S à t_1 (pour 1) et à $t_2 = t_1 + \Delta t$ (pour 2).

$$\text{i.e. } t_2 = t_1 + \frac{\delta}{c}$$

Rigoureusement :

$$\Psi_1(M) = \Psi_1(S, t_1) = \frac{2\pi}{\lambda} \varphi_{SM,1}$$

$$\Psi_2(M) = \Psi_2(S, t_2) = \frac{2\pi}{\lambda} \varphi_{SM,2}$$

$$\varphi = (\Psi_2(S, t_2) - \Psi_1(S, t_1)) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

$$\text{donc } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta + \underbrace{\Psi_2(S, t_2) - \Psi_1(S, t_1)}$$

Cette différence est nulle si $\Delta t \ll \tau_c$. OK.

Sinon, ce terme fluctue aléatoirement et on retrouve

$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$, les deux ondes deviennent incohérentes.

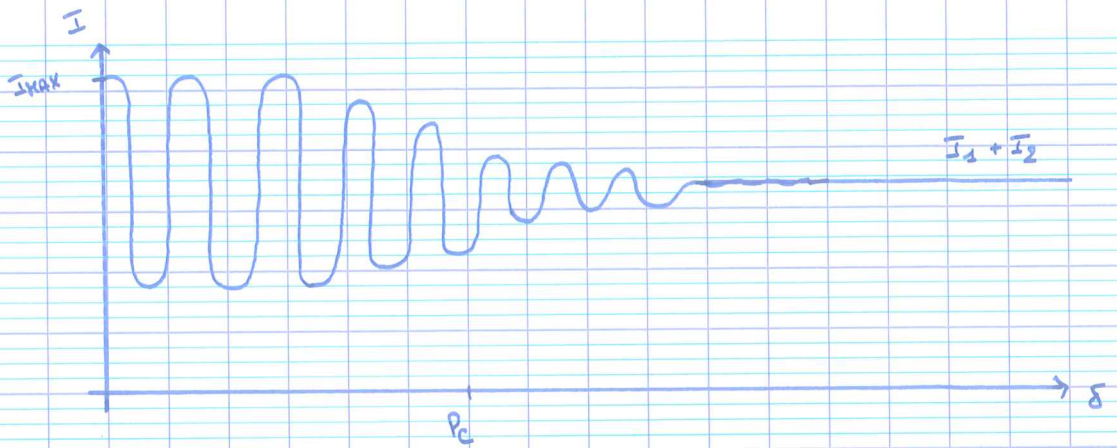
des deux ondes sont cohérentes si $\Delta t \ll \tau_c$

$$\text{donc si } \frac{\delta}{c} \ll \tau_c$$

$$\delta \ll c \tau_c$$

$$\text{donc si } \delta \ll l_c$$





En pratique, on perd progressivement la cohérence lorsque δ dépasse l_c .

Conclusion :

On obtient des interférences par superposition de deux ondes de même fréquence, issues d'une même source et présentant une différence de marche inférieure à la longueur de cohérence de cette source.

Ces conditions assurent la cohérence mutuelle des deux ondes. Dans ce cas,

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + 2\sqrt{\bar{I}_1\bar{I}_2} \cos(\psi)$$

$$\text{avec } \psi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

Si ces conditions ne sont pas respectées, les deux ondes sont incohérentes et

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2$$

II. Dispositif des trous d'Young

1. Description

(cf. figure 3)

Dispositif à division du front.

Source ponctuelle et monochromatique,

IP y a diffraction (trous petits), $a \leq 0,1 \text{ mm}$

$$\sin(\theta) \approx \frac{\lambda}{a} \quad \theta \approx \frac{\lambda}{a}$$

dès deux ondes se croisent, ce qui définit le champ d'interférences.

A cause de la diffraction, il est plus ou moins bien éclairé. Dans la suite, on néglige cet aspect.

Après les trous, on a quasiment des ondes sphériques.

En M, se rencontrent deux rayons cohérents, car issus de la même source : ils interfèrent.

2. Calcul de $\delta(M)$

(cf. figure 4)

\Rightarrow autres longueurs (P, α, y) .

$$\begin{aligned} \delta &= \cancel{S_1 M_1} - \cancel{S_2 M_2} \\ &= \underline{S_2 M} + S_2 H - (\underline{S_1 M} + S_1 H) \end{aligned}$$

$$M \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} ; S_1 \begin{pmatrix} +P/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix} ; S_2 \begin{pmatrix} -P/2 \\ 0 \\ -D \end{pmatrix}$$

$$S_2 M = \sqrt{\left(\alpha + \frac{P}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

$$S_2M = D \sqrt{1 + \frac{y^2 + (x + p/2)^2}{D^2}}$$

$$\approx D \left(1 + \frac{y^2 + (x + p/2)^2}{2D^2} \right)$$

De même, $S_1M \approx D \left(1 + \frac{y^2 + (x - p/2)^2}{2D^2} \right)$

donc $\delta = D \times \frac{1}{2D^2} \left[(x + p/2)^2 - (x - p/2)^2 \right]$

donc $\delta \approx \frac{1}{D} \times 2x \times p$

$$\delta \approx \frac{px}{D}$$



3. Description de la figure d'interférences

(cf. figure 5).

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi)$$

$$= 2I_0 (1 + \cos(\varphi))$$

On appelle frange un ensemble de points tel que $\delta = \text{cte}$
ou $\varphi = \text{cte}$. ou $\gamma = \text{cte}$.

On appelle ordre d'interférence :

$$\gamma(M) = \frac{\varphi(M)}{2\pi} = \frac{\delta(M)}{\lambda}$$

Ce nombre permet d'indexer les franges.

Ici, $\delta = \text{cte}$ donc $\alpha = \text{cte}$.

Donc les franges sont rectilignes et parallèles à (Oy) .

Franges lumineuses (ou brillantes) :

$$\cos(\varphi) = +1 \quad \varphi = 2q\pi \quad q \in \mathbb{Z}$$

$$p = \frac{\varphi}{2\pi} = q \in \mathbb{Z}$$

ordre entier

Franges sombres :

$$\cos(\varphi) = -1 \quad \varphi = \pi + 2q\pi \quad q \in \mathbb{Z}$$

$$p = \frac{1}{2} + q = \text{demi-entier}$$

Interfrange :

$$\text{Ici, } p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{p\alpha}{\lambda}$$

$$\text{On note alors : } \alpha_p = p \frac{\lambda}{p}$$

$$\text{donc } i = \alpha_{p+1} - \alpha_p$$

$$\text{d'où } i = \frac{\lambda}{p} \quad \leftarrow$$

$$\text{A.N. } p = 0,4 \text{ mm} ; D = 20 \text{ cm} ; \lambda = 600 \text{ nm}$$

$$\text{donc } i = 1,2 \text{ mm}$$

4. Montage de Fraunhofer

(cf. figure 6)

Le montage de Fraunhofer permet d'avoir des franges plus lumineuses que celui de Young.

En H , foyer secondaire, se rencontrent des rayons parallèles entre eux avant la Pentille.

En H se rencontrent deux rayons cohérents, issus de la même source, ils interfèrent.

$$\begin{aligned} \delta &= \mathcal{L}_{SH,2} - \mathcal{L}_{SH,1} \\ &= \frac{\mathcal{L}}{s_2} + \mathcal{L}_{S_2H} - \left(\frac{\mathcal{L}}{s_1} + \mathcal{L}_{S_1H} \right) \quad \neq \text{par symétrie.} \\ &= \mathcal{L}_{S_2H} - \mathcal{L}_{S_1H} \end{aligned}$$

Attention, épaisseur de verre inconnue dans les Pentilles.

Principe du retour inverse:


si la lumière partait de H vers la gauche, on aurait entre les trous et la Pentille une onde plane, donc des plans d'onde, d'après le théorème de Malus

On trace la perpendiculaire passant par S_2 (le plan d'onde).

donc $\mathcal{L}_{HS_2} = \mathcal{L}_{HH}$

d'où $\mathcal{L}_{S_2H} = \mathcal{L}_{HH}$

donc $\delta = \mathcal{L}_{S_2H} + \frac{\mathcal{L}}{s_1} - \frac{\mathcal{L}}{s_2} - \mathcal{L}_{S_1H}$

Ainsi, $\delta(H) = \mathcal{L}_{S_2H}$ 

Calcul de S_2H :



* Méthode 1 :

$$\vec{u} = \frac{1}{OM} \overrightarrow{OM}$$

$$\overrightarrow{S_2S_1} = \overrightarrow{S_2H} + \overrightarrow{HS_1}$$

$$\overrightarrow{S_2S_1} \cdot \vec{u} = \overrightarrow{S_2H} \cdot \vec{u} + \overrightarrow{HS_1} \cdot \vec{u}$$

0

$$\text{donc } \overrightarrow{S_2H} = \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}$$

$$\text{or } \vec{u} = \frac{f' \vec{u}_z + \alpha \vec{u}_x + y \vec{u}_y}{\sqrt{\alpha^2 + y^2 + f'^2}}$$

et $f' \gg \alpha, y$.

$$\text{DL ordre 1 : } \vec{u} \approx \vec{u}_z + \frac{\alpha}{f'} \vec{u}_x + \frac{y}{f'} \vec{u}_y$$

$$\overrightarrow{S_2S_1} = p \vec{u}_x$$

$$\text{donc } \delta = \overrightarrow{S_2H} = \frac{p\alpha}{f'}$$

* Méthode 2 :

$$\tan(\alpha) = \frac{\alpha}{f'} \quad \text{et} \quad \sin(\alpha) = \frac{S_2H}{p}$$

$$\alpha \text{ petit} \quad \text{donc} \quad S_2H = \frac{p\alpha}{f'}$$

↓

$$\tan(\alpha) \approx \sin(\alpha)$$

Attention, cette méthode occulte le rôle de y .

→ Un peu malhonnête.

$$\delta = \frac{p\alpha}{p'}$$

mêmes franges que dans II.3., mais \mathcal{D} est remplacé par p' .

Maintenant :
$$i = \frac{\lambda p'}{p}$$

5. Application interférométrique

(cf. figure 7)

$$\delta' = \alpha'_{S_2M} - \alpha_{S_2M}$$

$$\begin{aligned} \alpha'_{S_2M} &= \alpha_{S_2M} + n\epsilon - \epsilon \\ &= \alpha_{S_2M} + (n-1)\epsilon \end{aligned}$$

donc
$$\delta' = \alpha_{S_2M} + (n-1)\epsilon - \alpha_{S_2M}$$

d'où
$$\delta' = \delta + (n-1)\epsilon.$$

Par rapport à II.3., la figure d'interférence est translatée vers le bas.

\Rightarrow y a deux explications :

* Variation de p en M donné

$$p'(M) = \frac{\delta'(M)\lambda}{\lambda} = p(M) + \frac{(n-1)\epsilon}{\lambda}$$

donc
$$p'(M) = p(M) + \Delta p \quad \text{avec} \quad \Delta p = \frac{(n-1)\epsilon}{\lambda} > 0.$$

Par exemple, pour M donné, l'ordre passe de $p=3$ à $p'=8$.
des franges défilent vers le bas.

* Variation de α à γ donné

$$\alpha_p = \gamma \frac{\lambda D}{p} \quad \text{avant}$$

$$\text{ici, } \delta' = \frac{p\alpha}{D} + (n-1)e$$

$$\gamma' = \frac{p\alpha}{\lambda D} + (n-1)\frac{e}{\lambda}$$

$$\gamma' = \gamma \quad \text{donc} \quad \alpha_{\gamma'} = \gamma \frac{\lambda D}{p} - \frac{(n-1)e}{p}$$

$$\text{Ainsi, } \alpha_{\gamma'} = \alpha_p - \frac{(n-1)e}{p}$$

⇓
des franges défilent vers le bas.

Technique qui peut mesurer $(n-1)e$, donc qui permet de connaître l'épaisseur d'une lame de verre en connaissant son indice.

Exemple :

$$\text{A.N. } n = 1,5 \quad ; \quad \lambda = 600 \text{ nm}$$

$$\text{On mesure } \Delta\gamma = 83$$

$$\Delta\gamma = \frac{(n-1)e}{\lambda}$$

$$\text{donc } e = \frac{\lambda \Delta\gamma}{(n-1)} = 0,1 \text{ mm}$$

6. Aspect expérimental : trous ou fentes d'Young

Expérience des trous : jeu Poinéux.

On préfère les fentes d'Young.

(cf. figure 8)

des fentes diffractent les rayons dans des plans horizontaux.

M reçoit tous les rayons diffractés par rapport à CH venant de la fente 1 entière et de la fente 2 entière.

On a plutôt interférence de deux ondes (constituées de plusieurs rayons).

$$\begin{aligned}\delta &= d_{S_2M} - d_{S_1M} \\ &= d_{S_2M} - d_{S_1M} \quad (\text{car } d_{S_2} = d_{S_1}) \\ &= S_2 H\end{aligned}$$

On place le plan d'onde fictif passant par S_1 .

$$\text{donc } \delta = \overrightarrow{S_2 S_1} \cdot \vec{u}$$

$$\text{or } \overrightarrow{S_2 S_1} = P \vec{u}_x + h \vec{u}_y$$

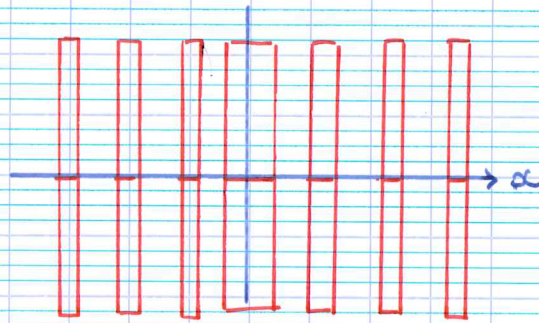
$$\text{et } \vec{u} = \frac{\overrightarrow{CH}}{CH} \approx \begin{pmatrix} \alpha, \beta \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \leftarrow \text{car les rayons sont horizontaux.}$$

δ est la même quelqu'il soit la hauteur de S_2 et S_1 .

$$\text{donc } \delta = \frac{P \alpha}{f'}$$

L'expression de II.4. s'applique.

C'est comme avec les trous, mais avec les fentes, la première n'est que sur l'axe $F'x$.



Finalement, on remplace S par un bâton de lumière vertical (fente source).

des différents points de cette source ne sont pas cohérents. Tous ces points donnent des figures analogues décalées sur la verticale : on reconstitue des franges.

Dans un schéma à 2D, on ne distingue pas les trous d'Young des fentes d'Young.

III. Interférences à ondes multiples

Plus que deux ondes peuvent interférer, à condition qu'elles soient cohérentes.

La formule de Fresnel n'est plus valable.

1. Une réalisation expérimentale

(cf. figure 9)

On a n trous identiques et équidistants.

$$\textcircled{1} \underline{s}(Y, t) = \underline{s}_1(Y, t) + \underline{s}_2(Y, t) + \underline{s}_3(Y, t) + \dots$$

$$\underline{s}_n = s_0 e^{j(\varphi_n(Y) - \omega t)}$$

Entre deux trous successifs, on a $\delta = \frac{p\alpha}{f_1}$ et $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$.

$$\begin{aligned} \psi(CH) &= \psi_2(CH) - \psi_1(CH) & \psi_2 &= \psi_1 + \varphi \\ \varphi &= \psi_3 - \psi_2 & \psi_3 &= \psi_2 + \varphi = \psi_1 + 2\varphi \end{aligned}$$

de même, $\psi_n = \psi_1 + (n-1)\varphi$.

$$\begin{aligned} \text{donc } \underline{s}_n &= s_0 e^{j(\psi_1 + (n-1)\varphi - \omega t)} \\ &= \underline{s}_1 e^{j(n-1)\varphi} \end{aligned}$$

2. Expression du scalaire optique

$$\begin{aligned} \underline{s} &= \underline{s}_1 + \underline{s}_2 + \dots + \underline{s}_N \\ &= \underline{s}_1 + \underline{s}_1 e^{j\varphi} + \underline{s}_1 e^{2j\varphi} + \underline{s}_1 e^{3j\varphi} + \dots + \underline{s}_1 e^{j(N-1)\varphi} \\ &= \underline{s}_1 \left(\frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}} \right) \quad \text{si } e^{j\varphi} \neq 1 \\ &= N \underline{s}_1 \quad \text{si } e^{j\varphi} = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \underline{s} &= \underline{s}_1 \frac{e^{j\frac{N\varphi}{2}} (e^{-j\frac{N\varphi}{2}} - e^{j\frac{N\varphi}{2}})}{e^{j\frac{\varphi}{2}} (e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}})} \\ &= \underline{s}_1 e^{j(N-1)\frac{\varphi}{2}} \frac{\sin(\frac{N\varphi}{2})}{\sin(\frac{\varphi}{2})} \end{aligned}$$

$$I = \frac{1}{2} \underline{s} \underline{s}^* = \frac{1}{2} s_1 s_1^* \left(\frac{\sin(\frac{N\varphi}{2})}{\sin(\frac{\varphi}{2})} \right)^2$$

$$I(CH) = \underline{s}_1(CH) \left(\frac{\sin(\frac{N\varphi}{2})}{\sin(\frac{\varphi}{2})} \right)^2$$

\Downarrow $\underbrace{\hspace{10em}}_{= f^2(\varphi)} \text{ } 2\pi\text{-périodique.}$

intensité en H si uniquement le signal 1 était allumé.

avec $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \frac{p\alpha}{f'}$.

(1)

On a des franges $\alpha = \text{cste}$.

3. Influence de la multiplicité N
(cf. figure 10)

* \bar{I} est maximum si $\varphi = 2q\pi \quad q \in \mathbb{Z}$
$$p = \frac{\varphi}{2\pi} = q \in \mathbb{Z}$$

Alors, les N ondes interfèrent constructivement.

①

$$\bar{I}_{\text{MAX}} = N^2 \times \bar{I}_1$$

Quand N augmente, les maximums grandissent et deviennent de plus en plus fins. Quand N est grand, une petite variation de p entraîne une grande variation de certains déphasages donc une baisse

de p intensité.

4. Demi-largeur des franges brillantes

On cherche autre de $\varphi = 0$ car φ est 2π -périodique.

$$f(\varphi) = 0 \text{ la } 1^{\text{ère}} \text{ fois lorsque } \sin\left(\frac{N\varphi}{2}\right) = 0$$

$$\text{donc lorsque } \frac{N\varphi}{2} = \pi$$

$$\text{i.e. } \varphi = \frac{2\pi}{N}$$

$$\text{à gauche du pic : } \varphi = \frac{-2\pi}{N}$$

②

Le pic d'ordre p est encadré par deux annulations, pour :

$$\varphi = 2p\pi \pm \frac{2\pi}{N}$$

$$= 2\pi \left(p \pm \frac{1}{N} \right) \quad p = q \in \mathbb{Z}$$

A cette largeur en φ correspond une largeur en α ,
d'autant plus petite que N est grand.

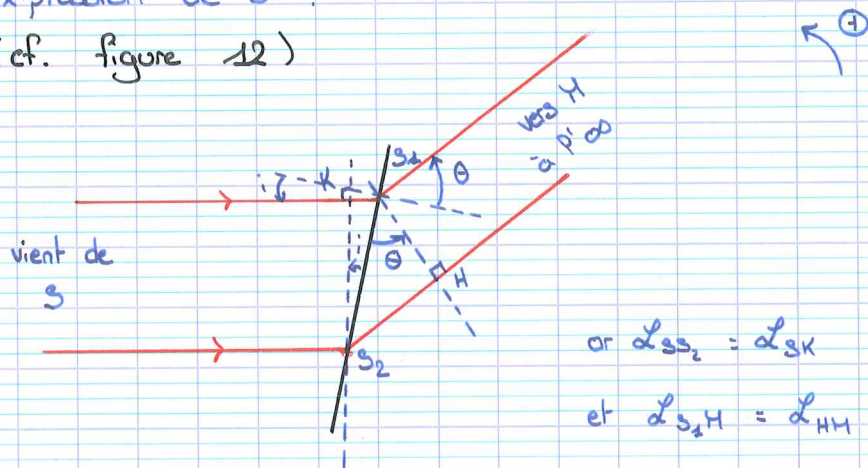
5. Lien avec les réseaux plans (cf. figure 11)

Un réseau est une série de fentes parallèles.

(fentes ou traits transparents parallèles les uns aux autres).
Les traits sont très fins, les N traits diffractent la lumière.
 $\sim \frac{1}{100}$ mm

Expérience : la lumière se concentre dans certaines directions
telles que $\varphi = q \in \mathbb{Z}$.

Expression de δ :
(cf. figure 12)



$$\text{or } \alpha_{S_2} = \alpha_{S_1}$$

$$\text{et } \alpha_{S_2H} = \alpha_{HH}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \delta &= \alpha_{S_2H} - \alpha_{KS_1} \\ &= S_2H - KS_1 \\ &= p \sin(\theta) - p \sin(i) \\ &= p(\sin(\theta) - \sin(i)) \end{aligned}$$

$$P = \frac{2\pi}{\lambda} P(\sin(\theta) - \sin(i)) \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{p}{\lambda} (\sin(\theta) - \sin(i))$$

Directions brillantes :

→

$$p \in \mathbb{Z} \quad \text{où} \quad \boxed{P(\sin(\Theta_p) - \sin(i)) = p\lambda}$$

= ordres du réseau

6. Pouvoir de résolution d'un réseau

Θ_p dépend de λ , le réseau est dispersif, on l'utilise en spectroscopie.

En TP, on mesure Θ_p , on en déduit λ .

On pose $n = \frac{1}{p}$.

On appelle n la linéarité, ou le nombre de traits par unité de longueur.

$$\sin(\Theta_p) - \sin(i) = p\lambda$$

Deux longueurs d'onde trop proches se confondent, ce qui limite sa résolution.

→

Définition : On appelle R le pouvoir de résolution.

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}}$$

↙
Ecart très petit autour de λ

* 2 limites :

- dispersion de i due à l'éclairage.
- demi-largeur des pics (cf. III.4.).

La limite est définie par le critère de Rayleigh :

À la limite de résolution, le maximum pour une longueur coïncide avec le premier minimum n^o de l'autre.

(cf. figure 13)

avec $\sin(\theta_{\lambda_1}) - \sin(i) = p\lambda_1$ où $p \in \mathbb{Z}$.

$$\sin(\theta_{\lambda_2}) - \sin(i) = p\lambda_2$$

On a : $\sin(\theta'_{\lambda_2}) - \sin(i) = (p + \frac{1}{N})n\lambda_2$

À la limite : $\theta'_{\lambda_2} = \theta_{\lambda_1}$ ↑ car on est sur une frange sombre comme on est à un minimum d'intensité.

donc $p\lambda_1 = (p + \frac{1}{N})n\lambda_2$

$$p(\lambda_1 - \lambda_2) = \frac{\lambda_2}{N}$$

donc $p\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{N}$

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} = pN$$

nombre de traits éclairés

A.N. $n = 600 \text{ mm}^{-1}$ 2cm éclairés

$N = 12 \cdot 10^3$ $p = 1$ $PR = 12 \cdot 10^3$

$\lambda = 600 \text{ nm}$ $\Delta\lambda_{\min} = \frac{\lambda}{PR} = 0,05 \text{ nm}$

→ trop optimiste.

Si le spectre est reçu par un capteur CCD, les pixels trop gros dégradent la résolution.
(ceci constitue une gêne limite).

IV. Autres dispositifs à division du front d'onde

1. Dispositifs à miroir

A. Miroir de Lloyd

(cf. figure 14)

$$\begin{aligned}\delta &= \alpha_{SM} - \alpha_{S'M} \\ &= S_1 + 1M - S_1M \\ &= S_1 + 1M - S_1M \\ &= S_1M - S_1M\end{aligned}$$

C'est comme si on avait deux trous d'Young S et S' .
Si D grand : $\delta = \frac{2Dx}{D}$ (ici).

$$\begin{aligned}\varphi &= \frac{2\pi}{\lambda} \delta + \pi \quad \swarrow \text{déphasage exceptionnel dû au miroir} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \left(\delta + \frac{\lambda}{2} \right)\end{aligned}$$

$$\varphi = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{\lambda} \times \frac{2Dx}{D} + \frac{1}{2}$$

Ne pas oublier sinon on échange les franges sombres et les franges brillantes.

3. Mirrors de Fresnel

(cf. figure 15).

$$\begin{aligned}\delta &= (SJ + JM) - (SI + IH) \\ &= (S_2J + JM) - (S_1I + IH) \\ &= S_2M - S_1M\end{aligned}$$

C'est comme si on avait deux trous d'Young S_1 et S_2 .
Si l'écran est parallèle à S_1S_2 :

$$\delta \approx \frac{P\alpha}{D} \quad P = S_1S_2$$

On veut trouver P . avec α , $SA = S_1A = S_2A$.

$$\begin{aligned}y &= (\alpha + \beta) + \alpha - \beta \\ &= 2\alpha\end{aligned}$$

$$P = S_1S_2 = 2S_1O_1 = 2S_1A \sin\left(\frac{y}{2}\right)$$

$$P \approx 2SA\alpha$$

$$i = \frac{\lambda D}{P} = \frac{\lambda D}{2SA\alpha}$$

Quand α diminue, i interférence augmente.

2. Interférences d'ondes planes

(cf. figure 16)

Pour Young, la lumière vient de deux points donc on a des ondes sphériques.

Le champ d'interférence est un faisceau.

des rayons sont issus d'une même source ponctuelle, ils sont monochromatiques et cohérents: ils interfèrent.

$$\begin{aligned}
 S_1 &= s_0 e^{j(\Psi_1(CH) - \omega t)} \\
 \Psi_1(CH) &= \vec{k}_1 \cdot \vec{OH} + \Psi_1(O) \\
 S_2 &= s_0 e^{j(\Psi_2(CH) - \omega t)} \\
 \Psi_2(CH) &= \vec{k}_2 \cdot \vec{OH} + \Psi_2(O)
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} S_1 \\ \Psi_1(CH) \\ S_2 \\ \Psi_2(CH) \end{aligned}} \right\} \text{ondes planes}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \Psi_2(CH) - \Psi_1(CH) \\
 &= (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{OH} + \underbrace{\Psi_2(O) - \Psi_1(O)}_{=0} \\
 &= \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{OH}
 \end{aligned}$$

$$\text{or } \vec{u}_1 \begin{pmatrix} -\sin(\theta) \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{u}_2 \begin{pmatrix} \sin(\theta) \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{pmatrix}$$



$$\vec{u}_2 - \vec{u}_1 = 2\sin(\theta) \vec{u}_x$$

$$\text{donc } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \times \underbrace{2\sin(\theta)x}_{=d}$$

$$\text{et } \tau = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{2}{\lambda} x \sin(\theta)$$

$$\text{loi de Descartes : } n \sin(\alpha) = \sin(\theta + \alpha)$$

$$n\alpha = \theta + \alpha$$

$$\theta = (n-1)\alpha$$

Forme des franges : segments de droite

$$x_p = \frac{\lambda}{2\sin(\theta)} p$$

$$i = x_{p+1} - x_p$$

$$= \frac{\lambda}{2\sin(\theta)} \approx \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha}$$

3. Montage à b Lentille

(cf. figure 17)

$$\begin{aligned} \delta &= \mathcal{L}_{S_2'H} + \mathcal{L}_{S_2'H} \\ &= \underbrace{\mathcal{L}_{S_2'S_1'}}_{\text{indépendant du rayon}} + \mathcal{L}_{S_2'H} - \underbrace{(\mathcal{L}_{S_2'S_1'} + \mathcal{L}_{S_2'H})}_{\text{idem}} \\ &= \mathcal{L}_{S_2'S_1'} - \mathcal{L}_{S_2'S_1'} \end{aligned}$$

théorème du stigmatisme \rightarrow

or, par symétrie, $\mathcal{L}_{S_2'S_1'} = \mathcal{L}_{S_2'S_1'}$.

donc $\delta = S_2'H - S_2'H$, comme pour les trous d'Young

d'où $\delta = \frac{P\alpha}{D}$.

Calcul de P :

$$\begin{aligned} A_1'S_1' &= A_1S \times \frac{O_2A_2'}{O_2A_2} \\ &= a \times \frac{O_2A_2'}{O_2A_2} \end{aligned}$$

On se donne $p = O_2A_2$.

et on note $p' = O_2A_2'$.

Relation de conjugaison : $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$.

donc $\frac{1}{p'} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{p} = \frac{p-f'}{pf'}$.

donc $p' = \frac{pf'}{p-f'}$.

donc $A_1'S_1' = a \frac{f'}{p-f'}$.

$$\text{or } P = 2(A_1 S_1 + a)$$

$$= 2a \left(\frac{f'}{p-f'} + 1 \right)$$

$$P = 2a \frac{?}{p-f'}$$

Interférences lumineuses

I Superposition de deux vibrations

1. Intensité résultante
2. Première condition d'interférences
3. Formule de Fresnel
4. Contraste
5. Cas d'ondes incohérentes
6. Obtention de deux ondes mutuellement cohérentes
7. Différence de marche
8. Rôle de la longueur de cohérence

II Dispositif des trous d'Young

1. Description
2. Calcul de $\delta(M)$
3. Description de la figure d'interférences
4. Montage de Fraunhofer
5. Application interférométrique
6. Aspect expérimental : trous ou fentes d'Young ?

III Interférences à ondes multiples

1. Une réalisation expérimentale
2. Expression du scalaire optique
3. Influence de la multiplicité N
4. Demi-largeur des franges brillantes
5. Lien avec les réseaux plans
6. Pouvoir de résolution d'un réseau

IV Autres dispositifs à division du front d'onde (HP ?)

1. Dispositifs à miroir
2. Interférences d'ondes planes
3. Montage à bilentille (HP)

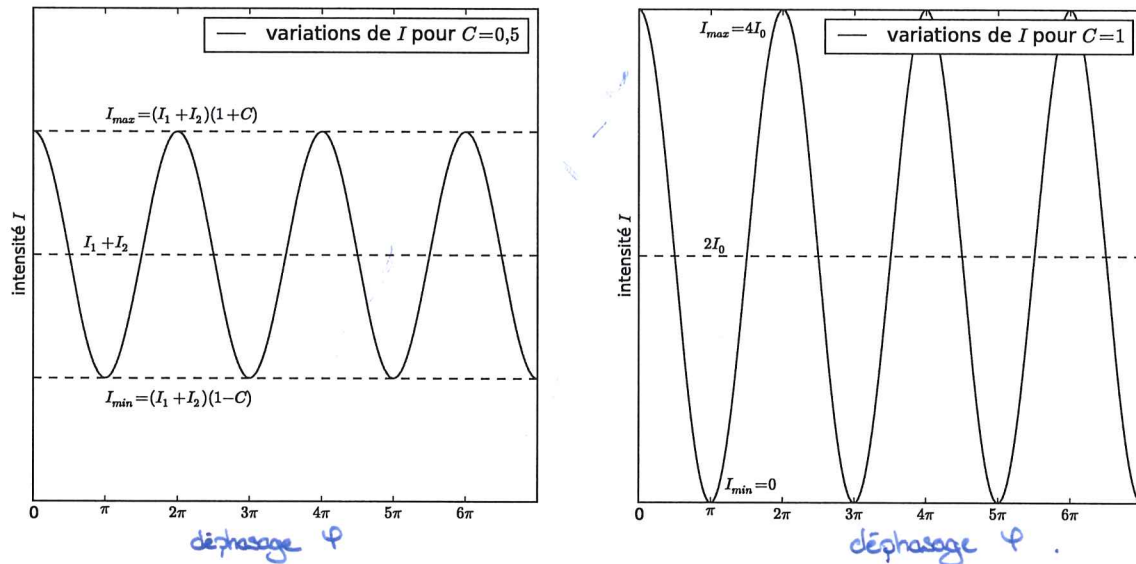


FIGURE 1 – Évolution de l'intensité en fonction de φ pour deux valeurs du contraste C

Sources incohérentes

Deux ondes lumineuses émises par deux sources distinctes n'interfèrent pas parce que leur déphasage présente, pendant le temps de réponse du détecteur, une valeur aléatoire et fluctuante. On dit que ces ondes sont incohérentes. Leurs intensités s'ajoutent.

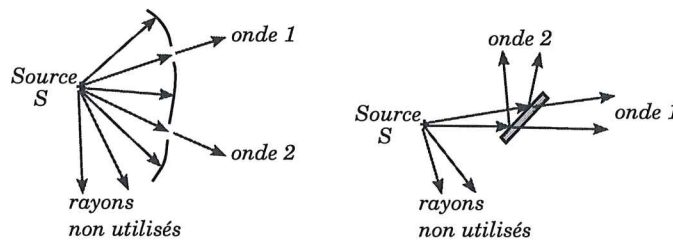


FIGURE 2 – Division du front d'onde (à gauche) et division d'amplitude (à droite).

On obtient des interférences par superposition de deux ondes de même fréquence, issues d'une même source et présentant une différence de marche inférieure à la longueur de cohérence de cette source. Ces conditions assurent la cohérence mutuelle des deux ondes. Dans ce cas,

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi \quad \text{avec} \quad \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta$$

Si ces conditions ne sont pas respectées, les deux ondes sont incohérentes et $I = I_1 + I_2$.

$0 \quad \alpha = \frac{\pi}{2} \quad \alpha_{\max} = \frac{\lambda}{a} \quad \alpha_{\max} = \frac{\lambda}{a} f' \quad \text{— du à la diffraction}$

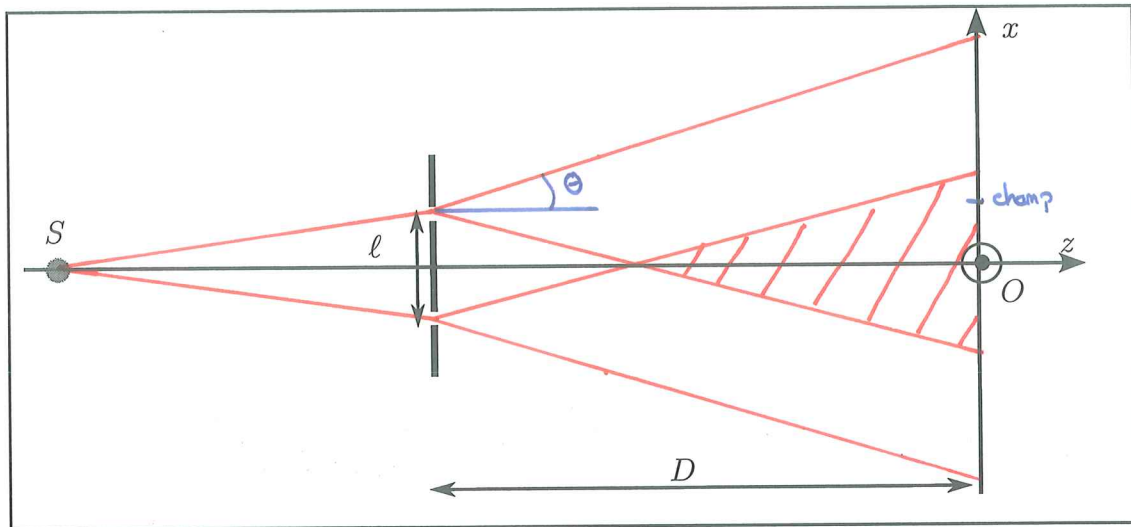


FIGURE 3 – Rôle de la diffraction dans les trous d'Young

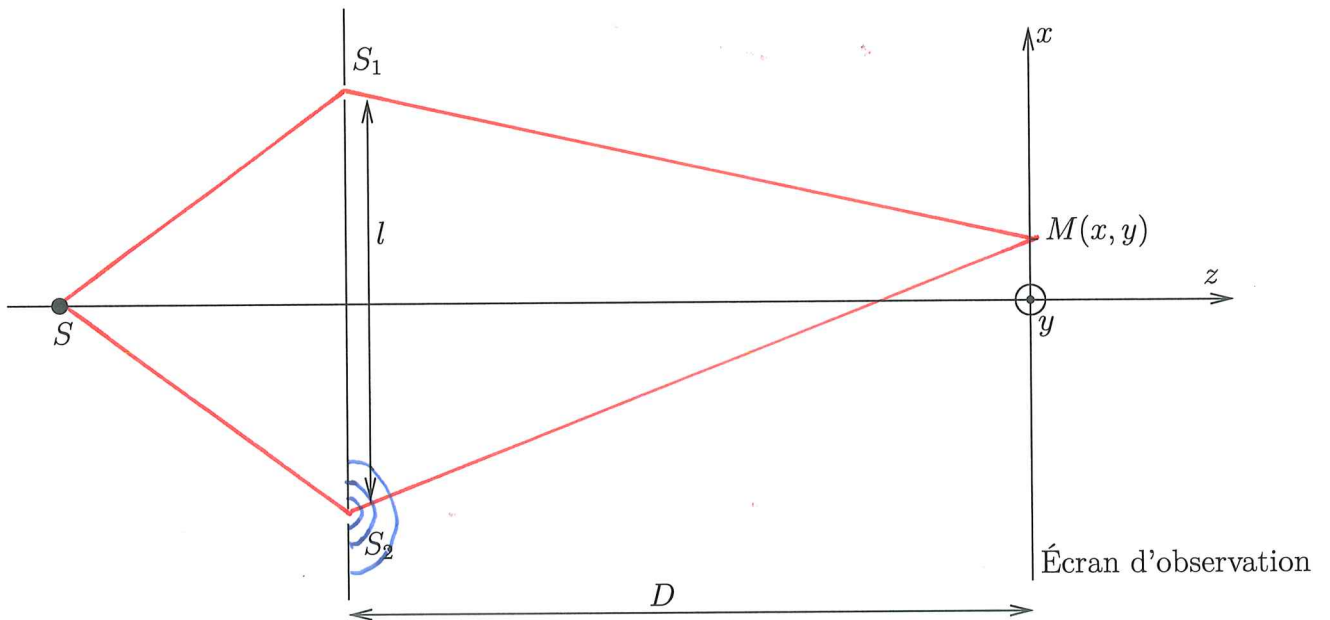


FIGURE 4 – Dispositif des trous d'Young.

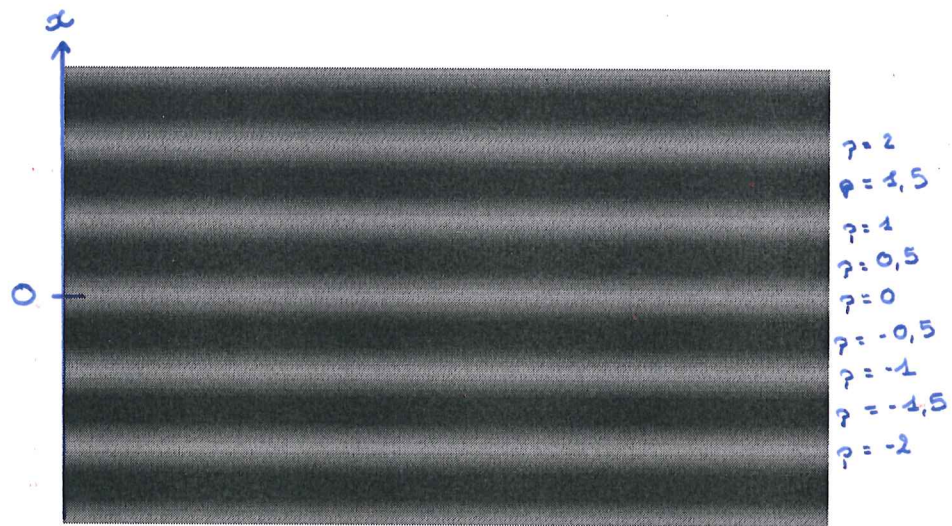


FIGURE 5 – Figure d’interférences obtenue dans le dispositif d’Young

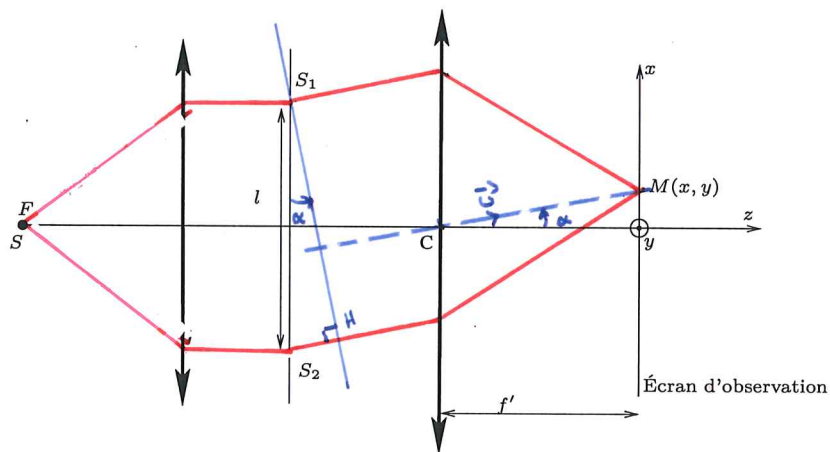


FIGURE 6 – Trous d’Young dans le montage de Fraunhofer

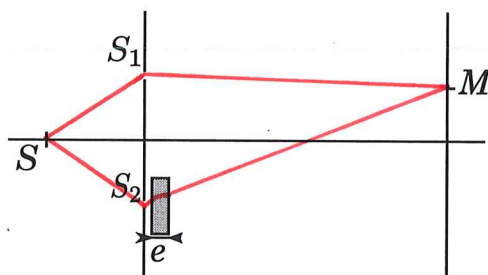


FIGURE 7 – Montage d’Young avec lame de verre sur l’un des trajets.

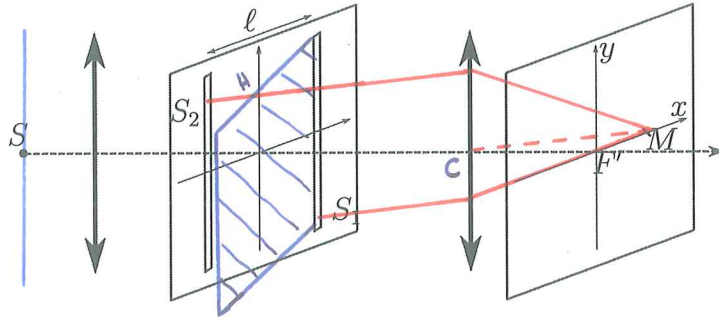


FIGURE 8 – Fentes d'Young dans la configuration de Fraunhofer.

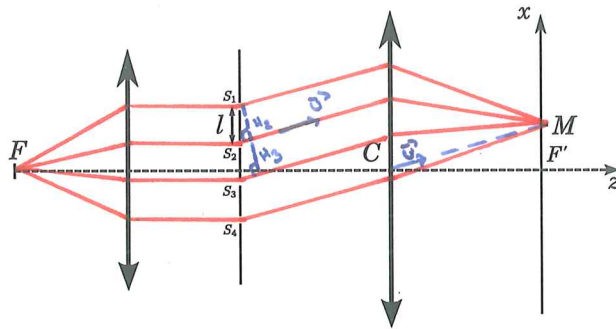


FIGURE 9 – Trous d'Young multiples

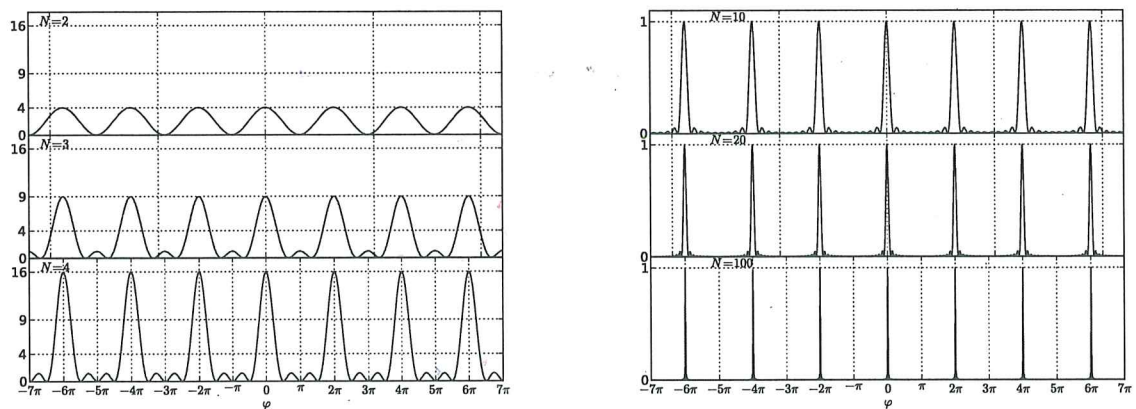


FIGURE 10 – Graphe de la fonction $|f(\varphi)|^2$ pour diverses valeurs de N . Pour les valeurs $N = 10$, $N = 20$ et $N = 100$, on a tracé $|f(\varphi)|^2/N^2$ pour conserver la valeur maximale égale à 1.

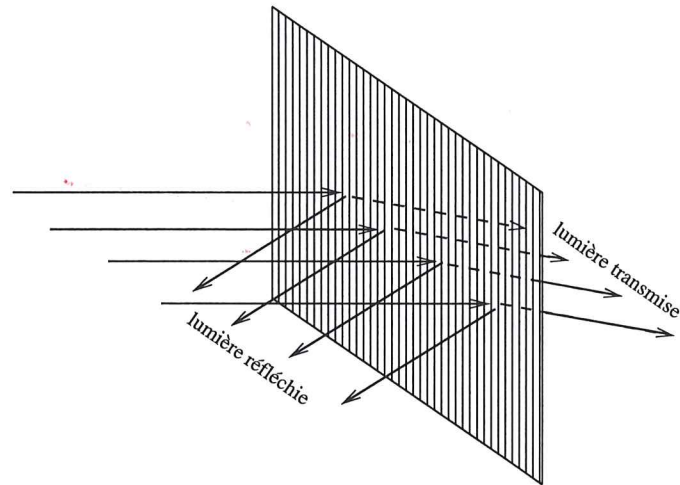


FIGURE 11 – Représentation schématique d'un réseau plan.

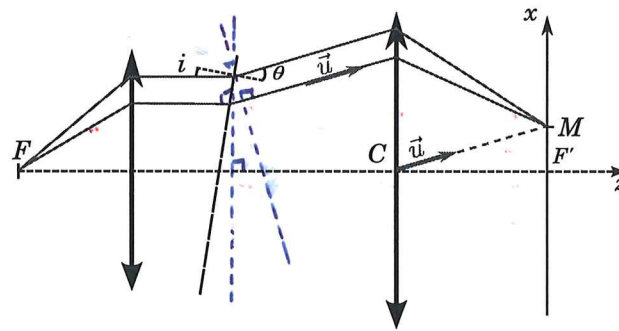


FIGURE 12 – Interférences à ondes multiples produites par un réseau plan.

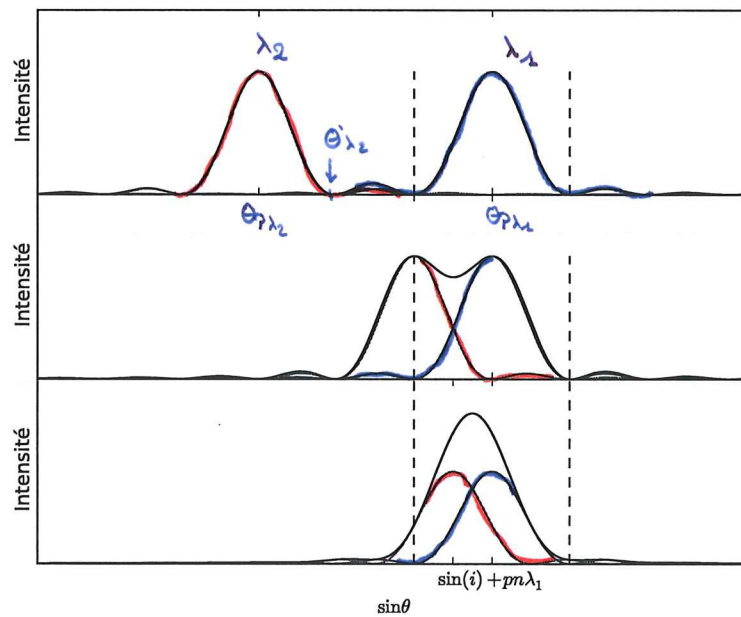


FIGURE 13 – Intensité transmise par un réseau plan éclairé par deux longueurs d'onde λ_1 et $\lambda_2 < \lambda_1$. On a représenté l'intensité que chaque raie seule produirait ainsi que l'intensité totale.

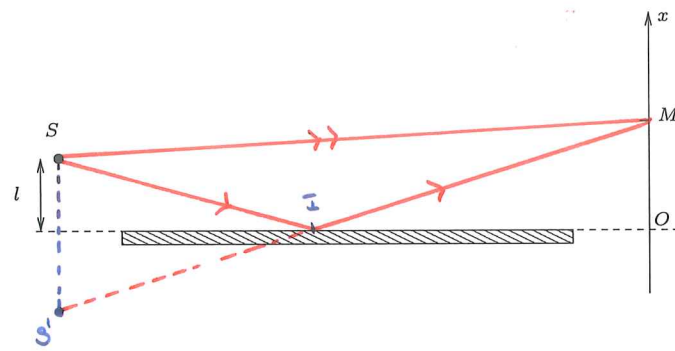


FIGURE 14 – Miroir de Lloyd

Dans cette expérience, on fait en sorte qu'il n'y ait pas de rayon direct SH. (par exemple, on peut mettre une feuille de papier sur le trajet de SH).

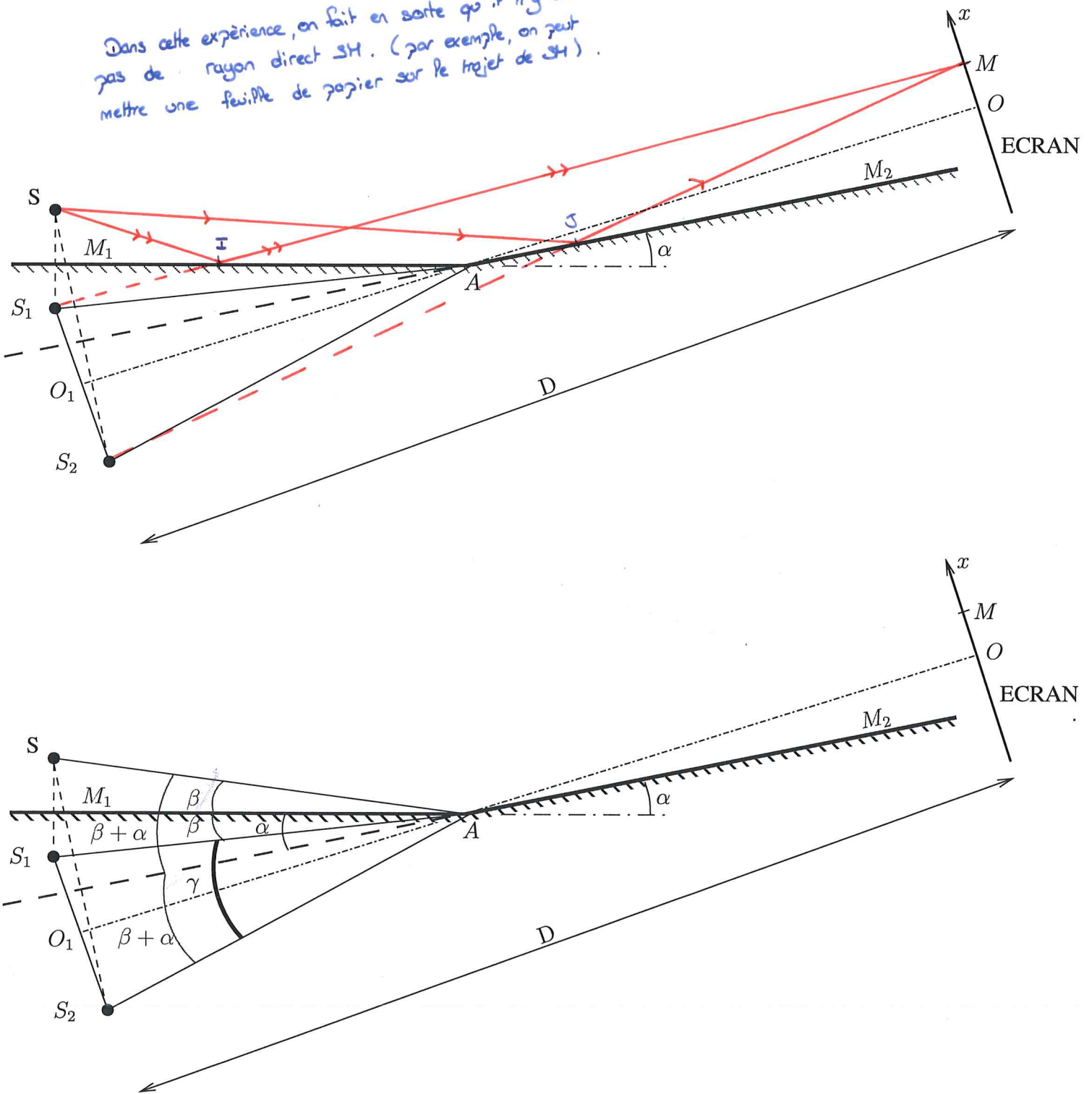


FIGURE 15 – Miroirs de Fresnel : en haut l'aspect optique, en bas l'aspect géométrique

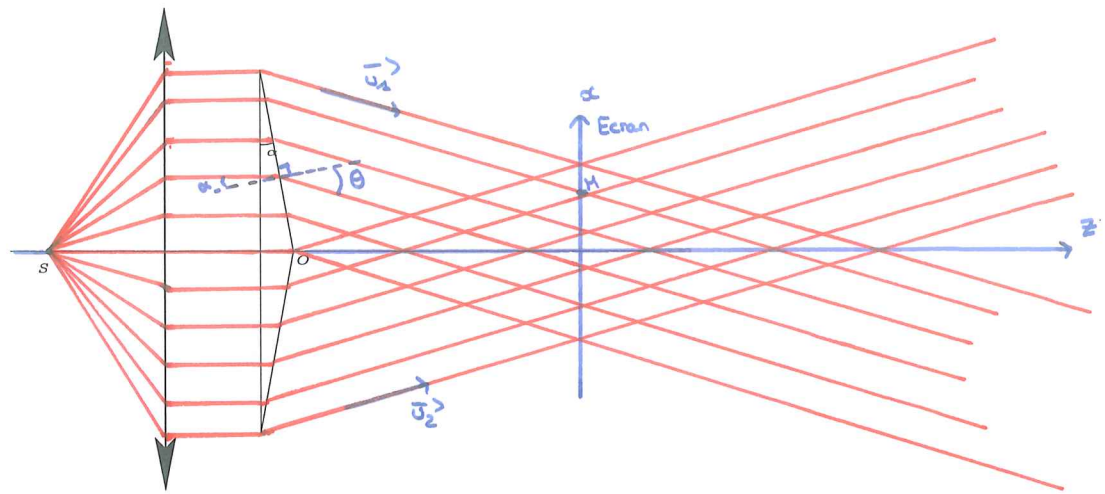


FIGURE 16 – Biprisme éclairé par un faisceau collimaté.

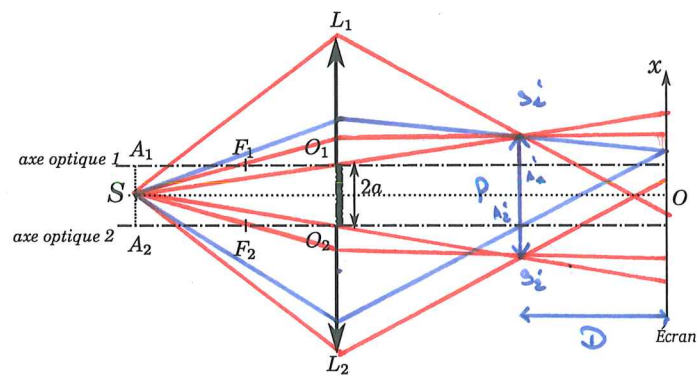


FIGURE 17 – Montage des bivalentes de Billet.

