

## CHAPITRE 3 - CONTRASTE ET COHERENCE

Chapitre précédente : sources ponctuelles et monochromatique  
 Dans ce chapitre, on va étudier l'étendue spatiale de la source (elle n'est plus ponctuelle) et l'étendue spectrale de la source (elle n'est plus monochromatique), c'est-à-dire la cohérence spatiale et la cohérence temporelle.

### I. Cohérence spatiale

#### 1. Source décalée (partie 1)

(cf. figure 1)

(concerne aussi figure 2)

$$\begin{aligned}
 \delta' &= \alpha_{SH,2} \cdot \alpha_{SH,1} \\
 &= SS_2 + S_2H - (SS_1 + S_1H) \\
 &= \delta + SS_2 - SS_1 \\
 &= \frac{p\alpha c}{D} + \frac{p\alpha s}{D_s} \quad (\text{par analogie})
 \end{aligned}$$

Par conséquent, les franges se décalent quand S se décale.

$$* \quad \gamma' = \frac{\delta'}{\lambda} = \gamma + \frac{p\alpha s}{D_s \lambda}$$

$$\Delta \gamma = \gamma' - \gamma = \frac{p\alpha s}{\lambda D_s} \quad \rightarrow \text{vers le bas}$$

\* autre approche : frange d'ordre  $\gamma'$  ?

$$\frac{p\alpha \gamma'}{D} + \frac{p\alpha s}{D_s} = \gamma' \lambda$$

$$\text{donc } \alpha \gamma' = \gamma' \frac{\lambda D}{p} - \frac{D}{D_s} \alpha s = \alpha \gamma' - \frac{D}{D_s} \alpha s$$

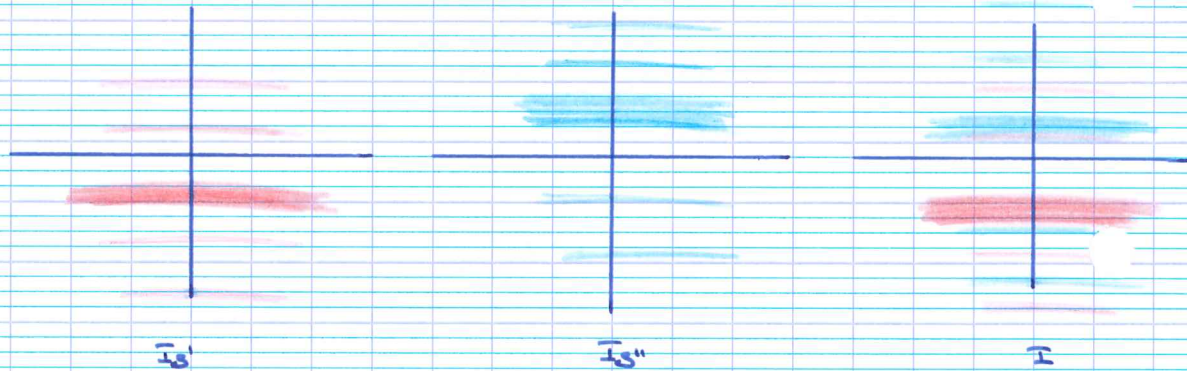
$\underbrace{\hspace{10em}}_{\text{vers le bas}}$

## 2. Source double

(cf. figure 3)

Les deux rayons issus de  $S'$  sont mutuellement cohérents.  
Les deux rayons issus de  $S''$  sont mutuellement cohérents.  
Mais ceux issus de  $S'$  sont incohérents avec ceux issus de  $S''$ .  
Alors, les intensités s'additionnent :

$$\bar{I}(H) = \bar{I}_{S'}(H) + \bar{I}_{S''}(H)$$



Sur l'écran se superposent deux familles de franges décalées.  
Ces deux familles de franges peuvent coïncider ou anti-coïncider.  
En H, donné,

$$\begin{aligned} * \quad \delta_{S'}(H) &= \frac{P_{oc}}{D} + \frac{P_{oc} s'}{D s} \\ &= \frac{P_{oc}}{D} + \frac{P_w}{2\lambda D s} \end{aligned}$$

$$\text{donc } \rho_{S'}(H) = \frac{P_{oc}}{\lambda D} + \frac{P_w}{2\lambda D s}$$

$$* \quad \rho_{S''}(H) = \frac{P_{oc}}{\lambda D} - \frac{P_w}{2\lambda D s}$$

$$\Delta \rho(H) = \rho_{S'}(H) - \rho_{S''}(H) = \frac{P_w}{\lambda D s}$$

Il y a coïncidence lorsque  $\Delta\gamma = q \in \mathbb{Z}^+$ .

$$\frac{p\omega}{\lambda D_s} = q \quad \text{donc si} \quad \omega_q = q \frac{\lambda D_s}{p}$$

Dans ce cas, on voit de belles franges, bien lumineuses.

Il y a anticoïncidence lorsque  $\Delta\gamma = q + \frac{1}{2}$  avec  $q \in \mathbb{Z}^+$ .

$$\text{donc si} \quad \omega_q = \left(q + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda D_s}{p}$$

Dans ce cas, les franges ne sont plus visibles, elles se brouillent, l'écran est uniformément éclairé.

### 1. Source décalée (partie 2)

(cf. figure 2)

$$\delta = \alpha_{SH,2} - \alpha_{SH,1}$$

$$= \alpha_{SH'} + H'S_2 + S_2H + \alpha_{HH} - (\alpha_{SS_1} + \alpha_{S_1H})$$

D'après le théorème de Malus,  $H'$  et  $S_2$  sont sur un même plan d'onde, donc  $\alpha_{SH'} = \alpha_{SS_1}$ .

De même,  $\alpha_{HH} = \alpha_{S_2H}$ .

$$\text{donc} \quad \delta' = H'S_2 + S_2H$$

$$= \frac{p\omega_2}{f_1'} + \frac{p\omega_1}{f_1'}$$

Les franges se décalent (elles défilent), comme dans le cas où l'on aurait pas mis les lentilles.

### 3. Source Parge

(cf. figure 4)

La source est vue comme une multitude de points  $S$  incohérents les uns avec les autres.

-> Un point donné produit deux rayons cohérents qui interfèrent en  $H$ .

Sur l'écran se superposent une multitude de familles de franges plus ou moins décalées.

Le décalage maximal s'établit entre  $A$  et  $B$ .

En  $H$  donné,

$$I_A(H) = \frac{P_{oc}}{\lambda D} - \frac{P_w}{2\lambda D_s} \quad (\text{comme } S'')$$

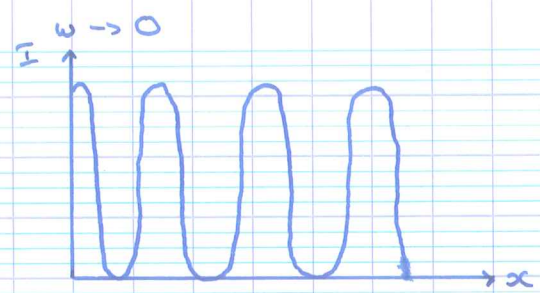
$$I_B(H) = \frac{P_{oc}}{\lambda D} + \frac{P_w}{2\lambda D_s} \quad (\text{comme } S')$$

$$\Delta_{I_{AB}}(H) = \frac{P_w}{\lambda D_s}$$

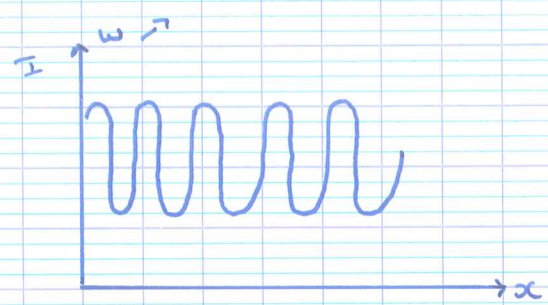
Les franges restent visibles si  $\Delta_{I_{AB}}(H) < \frac{1}{2}$ ,  
c'est-à-dire si

$$\frac{P_w}{\lambda D_s} < \frac{1}{2}, \quad \text{si } w < \frac{\lambda D_s}{2P}$$

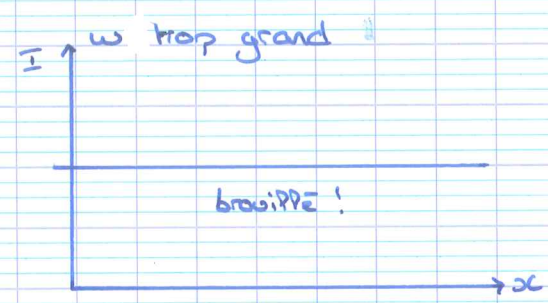
**Conclusion :** Dans un dispositif à division du front d'onde, l'élargissement de la source provoque un brouillage progressif de la figure d'interférences parce que l'ordre  $p$  en un point donné  $H$  de l'écran dépend du point  $S$  choisi sur la source. Le contraste reste acceptable si  $\Delta_{p_{max}} \leq \frac{1}{2}$ , où  $\Delta_{p_{max}}$  est la plus grande variation d'ordre d'un point à l'autre de la source.



=> bien contrasté  
mais peu lumineux !



=> moins contrasté



## II. Cohérence temporelle

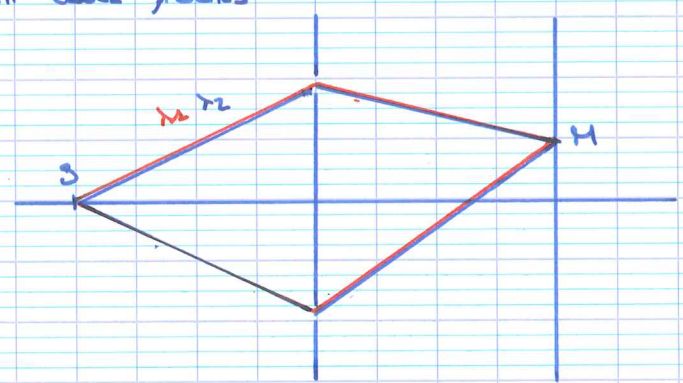
On considère désormais plusieurs longueurs d'onde.

1. Cas d'un doublet spectral  
→ les 2 λ sont assez proches

(cf. figure 5)

$$g_1 = \frac{1}{\lambda_1} ; g_2 = \frac{1}{\lambda_2}$$

$$\lambda_2 > \lambda_1$$



Chaque paire de rayon de longueur d'onde donnée donne une figure d'interférence. Par contre  $\lambda_1 \neq \lambda_2$  n'interfèrent pas entre eux

Dès lors,  $I(CH) = I_{\lambda_1}(CH) + I_{\lambda_2}(CH)$ .

Les deux familles de franges se recouvrent mais avec des interférences distinctes.

En H donné, l'ordre  $p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} = \delta \sigma_1$

et l'ordre  $p_2 = \frac{\delta}{\lambda_2} = \delta \sigma_2$

Exemple : A.N. doublet jaune Hg

$\lambda_1 = 577 \text{ nm}$  et  $\lambda_2 = 579 \text{ nm}$ .

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

$$= \delta \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)$$

$$= \delta \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2}$$

La 1<sup>ère</sup> anticoincidence se produit pour  $\Delta p = \frac{1}{2}$ .

$$\text{donc } \delta = \frac{1}{2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

$$p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_2}{\Delta \lambda} = 144,75$$

$$p_2 = \frac{\delta}{\lambda_2} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_1}{\Delta \lambda} = 144,25$$

Avec des trous d'Young, on n'atteint jamais des ordres aussi grand, dans le cas ici, le brouillage de ce doublet n'apparaît pas.

En pratique, on voit jusqu'à  $p_2 = 10$ .

donc  $\delta = 10 \lambda_2$ ,  $p_1 = \frac{10 \lambda_2}{\lambda_1} = 10,04$ .

Le décalage est donc négligeable.

Avec un interféromètre de Michelson, on peut avoir  $\delta$  énorme, donc  $\rho$  énorme et atteindre le brouillage, voire  $\rho$  plusieurs brouillages.

$$\Delta p = q + \frac{1}{2} \quad q \in \mathbb{N}$$

$$\delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda_1 \lambda_2} = q + \frac{1}{2}$$

$$\text{donc } \delta = \left(q + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\Delta \lambda}$$

→

$$\delta_q = \left(q + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

(cf. TP)

## 2. Cas d'une raie large

(cf. figure 6)

Pour  $\lambda$  donné, deux rayons cohérents donnent des franges, mais les différentes longueurs d'onde n'interfèrent pas entre elles.

Il y a recouvrement d'une multitude de systèmes de franges.

En  $\lambda$  donné,

$$\rho(\lambda) = \frac{\delta}{\lambda}$$

$\lambda$  varie  $\rightarrow$   $\rho$  varie

$$\Delta \rho_{\text{max}}(\lambda) = \rho_1 - \rho_2$$

$$\rho_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} \quad ; \quad \rho_2 = \frac{\delta}{\lambda_2}$$

$$= \delta \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \delta \Delta \sigma$$

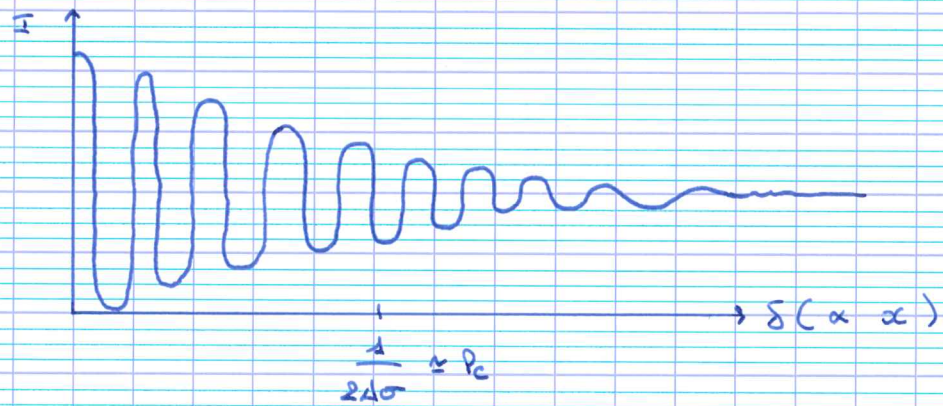
$$= \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}$$

de contraste reste acceptable si  $\Delta \rho_{\text{max}} \leq \frac{1}{2}$ ,  $\delta \Delta \sigma \leq \frac{1}{2}$ ,

→

$$\delta \leq \frac{1}{2 \Delta \sigma} \quad (\text{cf.})$$

En pratique, le contraste est excellent près de  $\delta = 0$ , puis il diminue quand  $\delta$  augmente.



Lien avec  $p_c = c\tau_c$

Il y a cohérence, donc interférences, si  $\delta < p_c$   
 (car  $p_c$  est la différence de marche maximale telle que la phase en un point reste relativement stable).

$$\text{donc si } \delta < c\tau_c \approx c \frac{1}{\Delta\nu}$$

$$\approx \frac{1}{\Delta\sigma}$$

$$\delta < \frac{1}{\Delta\sigma}$$

On retrouve le même résultat que dans (\*) mais avec un autre point de vue.

La longueur et le temps de cohérence sont liés à l'étendue spectrale de la source.

En cherchant la valeur de  $\delta$  où le brouillage apparaît, on mesure  $p_c$ .



(cf. figure 7)  $0,6 \mu\text{m}$  (rouge)  
 On observe  $P_c \approx 10 \lambda_{\text{moy}} \approx 6 \mu\text{m}$

$$\text{et } P_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma} \approx \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \approx \frac{0,6^2}{0,025} \approx \frac{36 \cdot 10^{-2}}{0,25 \cdot 10^{-1}} \approx 14 \mu\text{m}.$$

→ ordre de grandeur de  $P_c$  :  $\sim 10 \mu\text{m}$

### 3. interférences en lumière blanche

$$\lambda \in [\lambda_1 ; \lambda_2]$$

$0,4 \mu\text{m} \quad 0,8 \mu\text{m}$

$$\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1} = 2,5 \mu\text{m}^{-1} \quad \sigma_2 = 1,25 \mu\text{m}^{-1}$$

$$\Delta\sigma = 1,25 \mu\text{m}^{-1}$$

$$\text{donc } P_c \approx \frac{1}{\Delta\sigma} \approx 1 \mu\text{m}.$$

⇒ Valeur très petite, on peut seulement voir les franges  
 $p = 0$ ,  $p = \pm 1$  ou peut-être  $p = \pm 2$ .

Tenons compte de l'aspect colorimétrique.

(cf. figure 8)

Pour  $\delta$  donné, dans le blanc d'ordre supérieur, la lumière est privée de certaines longueurs d'ondes. Son spectre présente des **connelures**, le spectre est **canalé**.

Les longueurs d'ondes éteintes sont celles telles que :

$$p = \frac{\delta}{\lambda} = q + \frac{1}{2} \quad q \in \mathbb{N}.$$

$$\lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_2$$

$$\frac{1}{\lambda_2} \leq \frac{1}{\lambda} \leq \frac{1}{\lambda_1}$$

$$\frac{\delta}{\lambda_2} - \frac{1}{2} \leq q \leq \frac{\delta}{\lambda_1} - \frac{1}{2}.$$

A.N.  $\delta = 4 \mu\text{m}$

$4,5 \leq q \leq 9,5$

$$\lambda = \frac{\delta}{q + \frac{1}{2}}$$

voici les  $\lambda$  manquants  
(cannelures)

\*  $q = 5$  :  $\lambda = 0,73 \mu\text{m}$

\*  $q = 6$  :  $\lambda = 0,61 \mu\text{m}$

\*  $q = 9$  :  $\lambda = 0,42 \mu\text{m}$

Si  $\delta$  augmente, chaque cannelure se décale vers le rouge ( $\lambda$  augmente) et les cannelures deviennent plus nombreuses (car l'intervalle de  $q$  augmente).

# Contraste et cohérence

## I Cohérence spatiale

1. Source décalée
2. Source double
3. Source large

## II Cohérence temporelle

1. Cas d'un doublet spectral
2. Cas d'une raie large
3. Interférences en lumière blanche

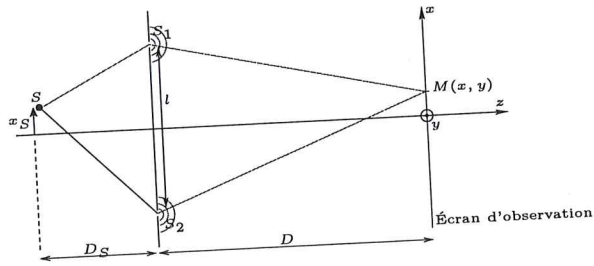


FIGURE 1 – Trous d'Young avec source décalée

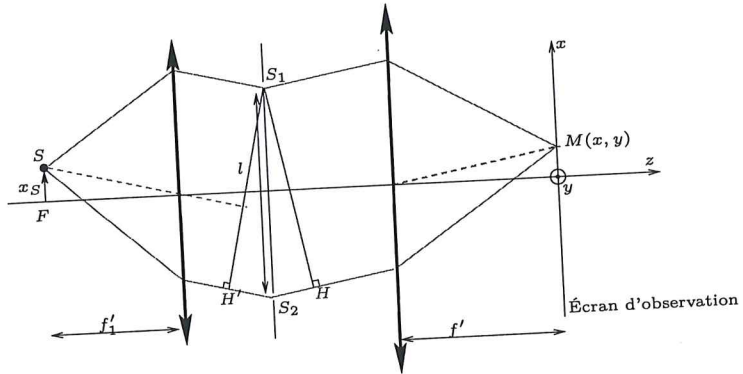


FIGURE 2 – Trous d'Young dans le montage de Fraunhofer avec source décalée

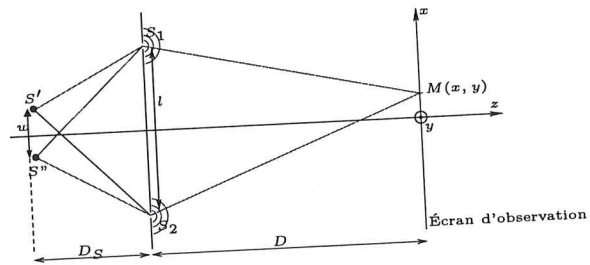


FIGURE 3 – Trous d'Young avec source double

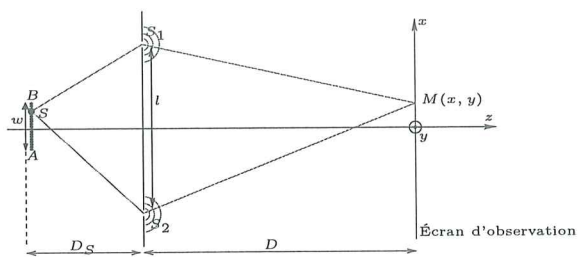


FIGURE 4 – Trous d'Young avec source large

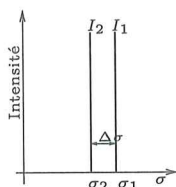


FIGURE 5 – Spectre d'un doublet

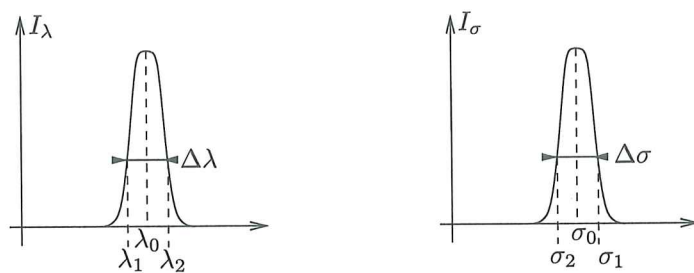


FIGURE 6 – Profil spectral d'une source lumineuse

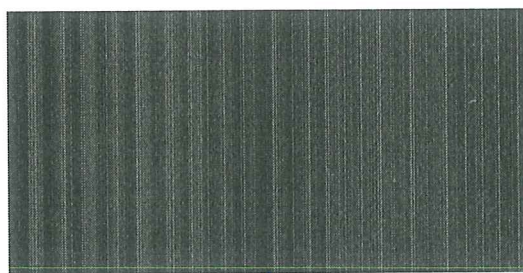


FIGURE 7 – Figure d'interférence obtenue avec une source rouge de profil spectral de largeur 25 nm

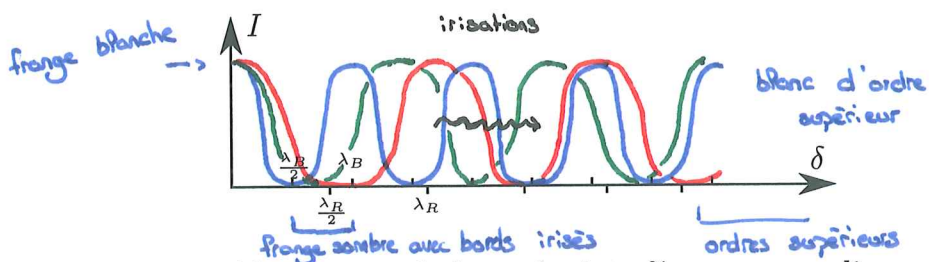


FIGURE 8 – Intensité lumineuse résultant des interférences pour diverses longueurs d'onde

