

CHAPITRE 5 - THERMODYNAMIQUE DES SYSTEMES OUVERTS

Définition :

Un système fermé n'échange pas de matière avec l'extérieur, un système ouvert en échange.

I. Rappels concernant les systèmes fermés

1. Premier principe

A. Énoncé

Pour tout système thermodynamique fermé, il existe une fonction d'état extensive U appelée énergie interne telle que, lorsque le système évolue d'un état \mathcal{E}_1 à un état \mathcal{E}_2 , la variation de U s'exprime par :

$$\Delta U = U(\mathcal{E}_2) - U(\mathcal{E}_1) = W + Q$$

Remarque : Avec E_m lorsque l'on a de l'énergie macroscopique (E_c, E_p).

* Transformation infinitésimale : $\underbrace{dU}_{\text{différentielle}} = \underbrace{\delta W + \delta Q}_{\text{quantité infinitésimale}}$
 $U: T, V \rightarrow U$.

B. Énergie interne du gaz parfait

Monoatomique : $U = \frac{3}{2} nRT$ $C_{v,m} = \frac{3}{2} R$

Diatomique : $U = \frac{5}{2} nRT$ $C_{v,m} = \frac{5}{2} R$

$$U = n C_{v,m} T$$

|
en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

On utilise aussi des grandeurs massiques :

$$U = \frac{m}{M} C_{v,m} T$$
$$= m \frac{C_{v,m}}{M} T$$



donc $U = m c_v T$ où $c_v = \frac{C_{v,m}}{M}$

|
en $J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$

C. Exemples

Exercice : Compression d'un gaz de Van der Waals.
Une quantité de 10 moles de CO_2 est comprimée de manière isotherme et mécaniquement réversible, à $T = 298 \text{ K}$, du volume $V_1 = 10 \text{ L}$ jusqu'au volume $V_2 = 1 \text{ L}$.
On adopte le modèle du gaz de Van der Waals dont l'équation d'état s'écrit, pour une seule mole :

$$\left(P + \frac{a}{V^2} \right) (V - b) = RT$$

Calculer le travail reçu par le gaz et le transfert thermique depuis le thermostat.

Pour n moles :

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

|
covolume

donc $P = \frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2}$ - traduit les interactions attractives entre les molécules.

$$\begin{aligned} W &= \int_{V_1}^{V_2} -P dV \\ &= \int_{V_1}^{V_2} -\frac{nRT}{V - nb} dV + \frac{n^2 a}{V^2} dV \\ &= -nRT \ln \left(\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right) + n^2 a \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right) \end{aligned}$$

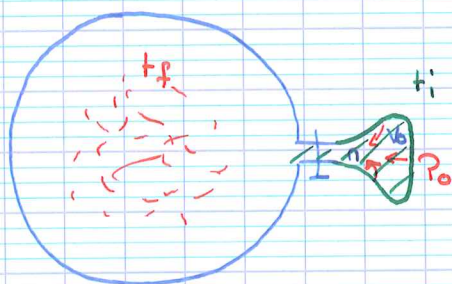
puis $\Delta U = W + Q$

On donne : $U = n C_{v,m} T - \frac{an^2}{V}$

$$\Delta U = -an^2 \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

donc $Q = \Delta U - W$
 $= nRT \ln \left(\frac{V_2 - nb}{V_1 - nb} \right)$

Exercice : Entrée d'air dans un ballon



Système : les n moles qui rentrent.

$Q = 0$ (car c'est rapide)

$$W = -\int_{V_0}^0 P_0 dV = -P_0 (-V_0) = P_0 V_0 = nRT_0$$

1^{er} principe : $\Delta U = W + Q$

donc $\frac{5}{2} nR(\overline{T}_f - \overline{T}_0) = nR\overline{T}_0$

$$\frac{5}{2} \overline{T}_f = \frac{7}{2} \overline{T}_0$$

donc $\overline{T}_f = \frac{7}{5} \overline{T}_0$

Exercice : Propulsion d'un obus.

Système = { gaz ; obus }

On lui applique le premier principe :

• $Q = 0$ (car la chaleur n'a pas le temps de se diffuser)

• $W = -P_0 \Delta V$
 $= -P_0 (SP - SP_2)$

$$\Delta(U + E_m) = W + Q$$

donc $n \frac{5}{2} R(\overline{T}_2 - \overline{T}_1) + \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m (0)^2 = -P_0 S (P - P_2)$

donc $v_f = \sqrt{\frac{2}{m} \left(\frac{5}{2} nR(\overline{T}_2 - \overline{T}_1) - \underbrace{P_0 S (P - P_2)}_{\text{négligé}} \right)}$

Si la détente est réversible, on peut utiliser la loi de Laplace :

$$P V^\gamma = \text{cte} \quad \text{donc} \quad T V^{\gamma-1} = \text{cte}$$

donc $\overline{T}_1 V_1^{\gamma-1} = \overline{T}_2 V_2^{\gamma-1}$

$$\overline{T}_1 (SP_1)^{\gamma-1} = \overline{T}_2 (SP)^{\gamma-1}$$

$\gamma = \frac{7}{5}$ ← GP diatomique

donc $\overline{T}_2 = \overline{T}_1 \left(\frac{P_1}{P} \right)^{\gamma-1}$

Ainsi, $v_f = 660 \text{ m.s}^{-1}$

2. Enthalpie

A. Définition et propriété

Définition : $H = U + PV$ (H : fonction d'état)

Propriété : transformation monobare

$$P_1 = P_2 = \underbrace{P_0}_{\text{extérieur}}$$

$$\begin{aligned} \Delta H &= \Delta U + \Delta(PV) \\ &= W' - P_0(V_2 - V_1) + P_2V_2 - P_1V_1 + Q \\ &= W' + Q \end{aligned}$$

W' : travail contre
la pression

souvent $W' = 0$.

→ calorimétrie

→ thermochimie

3. Gaz parfait

$$PV = nRT$$

Monoatomique $H = \frac{5}{2}nRT$ $C_{p,m} = \frac{5}{2}R$ $\gamma = 5/3$

Diatomique $H = \frac{7}{2}nRT$ $C_{p,m} = \frac{7}{2}R$ $\gamma = 7/5$

$$H = n C_{p,m} T$$

↑
capacité calorifique à pression cste molaire
(en $J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$).

$$\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{v,m}} \quad C_{p,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad C_{v,m} = \frac{R}{\gamma - 1}$$

Grandeurs massiques :

$$H = mh$$

↑
en $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$h = \frac{H}{m} = \frac{n C_{p,m} \bar{T}}{m} = \frac{C_{p,m} \bar{T}}{M}$$

$$c_p = \frac{C_{p,m}}{M} \quad \text{en } \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

donc $h = c_p \bar{T}$

→

C. Phase condensée idéale

idéal : incompressible

et inaltérable

$$\begin{aligned} dH &= C_p d\bar{T} \\ &= m c_p d\bar{T} \end{aligned}$$

$$\text{donc } H = \int m c_p d\bar{T} = m c_p \bar{T} + \text{cte}$$

(si c_p ne dépend pas de la température)

$$\Delta H = m c_p (\bar{T}_2 - \bar{T}_1)$$

$$c_{p,\text{eau}} = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

3. Second principe

A. Énoncé

(cf. polycopié)

$$\left. \begin{array}{l} * S(T, P) \\ * S(T, V) \end{array} \right\} \text{fourni par l'énoncé}$$

* Causes d'irréversibilités :

- réaction chimique $T\delta S_c = -\Delta_r G d\xi$
- échanges thermiques avec écart de température
- frottements, viscosité
- mouvements brutaux, écart de pression
- homogénéisation

→ Ce sont les processus dissipatifs de marche vers l'équilibre.

3. Identité thermodynamique et entropie des systèmes modèles

On considère un fluide, subissant une transformation infinitésimale réversible.

$$* \text{ donc } dS = \frac{\delta Q}{T_e} + \delta S_c$$

avec $T_e = T$ pour assurer la réversibilité.

$$\delta Q = T dS$$

$$* \delta W = -P_e dV \\ = -P dV \quad \text{pour assurer la réversibilité}$$

$$1^{\text{er}} \text{ principe : } dU = \delta W + \delta Q$$

→

$$dU = T dS - P dV$$

(valable même si la transformation n'est pas réversible)

$$dH = dU + d(PV)$$

$$= TdS - PdV + PdV + VdP$$



$$dH = TdS + VdP$$

On peut alors trouver l'expression de S.

* Gaz parfait :

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV$$

$$= nC_{v,m} \frac{dT}{T} + \frac{nR}{V} dV$$

$$S = nC_{v,m} \ln(T) + nR \ln(V) + \text{cste}$$

en partant de dH :

$$dS = \frac{dH}{T} - \frac{V}{T} dP$$

$$= \frac{nC_{p,m} dT}{T} - \frac{nR}{P} dP$$

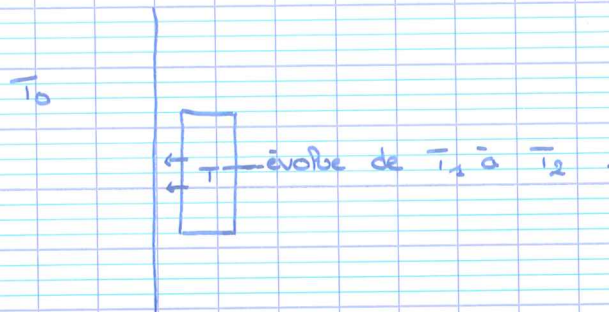
$$S = nC_{p,m} \ln(T) - nR \ln(P) + \text{cste}$$

De même, pour les phases condensées :

$$S = nC_{p,m} \ln(T) + \text{cste}$$

C. Exemples de phénomènes irréversibles

Exercice : Déséquilibre thermique

On souhaite calculer S_c .

$$\begin{aligned} \text{2}^{\text{d}} \text{ principe : } \Delta S &= S_c + S_e \\ &= \frac{Q}{T_0} + S_c \end{aligned}$$

$$S_c = \Delta S - \frac{Q}{T_0}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \Delta S &= nC_{p,m} \ln(T_2) - nC_{p,m} \ln(T_1) \\ &= nC_{p,m} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{et } \Delta H &= Q \\ &= nC_{p,m}(T_2 - T_1) \end{aligned}$$

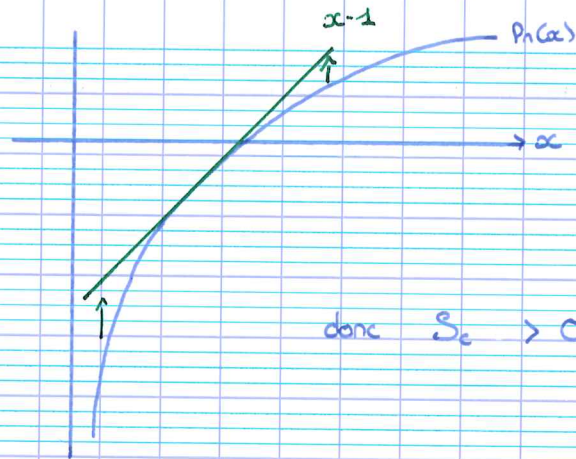
$$\text{donc } S_c = nC_{p,m} \left(\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{T_2 - T_1}{T_0} \right)$$

$$\text{Posons } \alpha_1 = \frac{T_1}{T_0} \text{ et } \alpha_2 = \frac{T_2}{T_0}$$

$$\text{donc } S_c = nC_{p,m} \left(\ln\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right) - (\alpha_2 - \alpha_1) \right)$$

A l'équilibre, $T_2 = T_0$, $\alpha_2 = 1$.

$$\text{donc } S_c = nC_{p,m} \left(\alpha_1 - 1 - \ln(\alpha_1) \right)$$



donc $S_c > 0$ si $\bar{T}_2 \neq T_0$.

L'échange de chaleur est irréversible.
 \rightarrow \mathcal{P} devient réversible dans la limite $\bar{T}_2 \rightarrow \bar{T}_0$,
 mais alors, l'échange est très lent.

Exercice : Brusque descente d'un piston (cf. PC81)

4. Efficacité des machines thermiques

Dans une machine typique, un fluide décrit des cycles.
 Grâce aux deux principes, on peut majorer
 l'efficacité de la machine sans savoir ce qu'il se
 passe à l'intérieur.

Voions un exemple où la température des "sources" peut changer.

Exercice : Climatiseur.

$$\delta Q_c < 0 \quad \text{et} \quad \delta Q_F > 0$$

Sur chaque partie infinitésimale du phénomène, on applique
 les deux principes au fluide caloporteur de la machine.

$$dU = \delta Q_c + \delta Q_f + \delta W$$

avec $dU = 0$ (car cyclique)

donc $\delta Q_c + \delta Q_f + \delta W = 0$

$$\underbrace{dS}_{0 \text{ cycle}} = \frac{\delta Q_c}{T_2} + \frac{\delta Q_f}{T} + \underbrace{\delta S_c}_{\geq 0}$$

température de la pièce

$$\text{donc } \frac{\delta Q_c}{T_2} + \frac{\delta Q_f}{T} \leq 0$$

$$\hookrightarrow \delta Q_c \leq -\frac{T_2}{T} \delta Q_f$$

$$\text{et } \delta W = -\delta Q_c - \delta Q_f$$

$$\text{donc } \delta W \geq \frac{T_2}{T} \delta Q_f - \delta Q_f$$

$$\text{donc } \delta W \geq \left(\frac{T_2}{T} - 1\right) \delta Q_f$$

Avec $\delta W = P dt$

1^{er} principe appliqué à la pièce : $dH = -\delta Q_f$
donc $C dT = -\delta Q_f$

$$\text{donc } P dt \geq -\left(\frac{T_2}{T} - 1\right) C dT$$

En intégrant

$$P \int_{t_i}^{t_f} dt \geq C \int_{T_i}^{T_f} \left(1 - \frac{T_2}{T}\right) dT$$

$$\text{donc } P \Delta t \geq C \left(T_f - T_i - T_2 \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \right)$$

$$\text{Ainsi, } \Delta t \geq \frac{C}{P} \left(T_f - T_i - T_2 \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \right)$$

Avec $C = 4 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

A.N. $t \geq 265 \text{ s}$.

Cela semble optimiste, la machine réelle est irréversible, cela prendra plus de temps.

5. Changements d'état des corps purs
(cf. figure 2)

A. Diagramme d'équilibre et enthalpie de changement d'état
Pour T donnée, il y a équilibre si $P = P_{eq}(T)$.

Enthalpie de changements d'états: $1 \rightleftharpoons 2$

$$\Delta h_{12}(T) = h_{12}(T)$$

$$\frac{1}{\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}} = h_2(T, P_{eq}(T)) - h_1(T, P_{eq}(T))$$

Entropie de changement d'état:

$$\Delta s_{12}(T) = s_2(T, P_{eq}(T)) - s_1(T, P_{eq}(T))$$

→

$$\Delta s_{12}(T) = \frac{\Delta h_{12}(T)}{T}$$

B. Equilibre liquide vapeur
(cf. figure 3)

$P_{eq}(T) = P_s(T)$: pression de vapeur saturante

Théorème des moments :

$$v = \frac{V}{m} = \frac{V_p + V_g}{m}$$

$$= \frac{m_p v_p + m_g v_g}{m}$$

$$= \alpha_p v_p + \alpha_g v_g \quad \text{où } \alpha_p = \frac{m_p}{m} \quad \text{et } \alpha_g = \frac{m_g}{m} = 1 - \alpha_p$$

$$= \alpha_p v_p + (1 - \alpha_p) v_g$$



$$v = \alpha_p v_p + (1 - \alpha_p) v_g \quad (*)$$

= moyenne pondérée

$$\text{Aussi, } \alpha_p = \frac{v - v_g}{v_p - v_g} = \frac{v_g - v}{v_g - v_p} = \frac{MG}{LG}$$

$$\alpha_v = \frac{ML}{LG} \quad (\text{idem})$$

La relation (*) s'applique à d'autres grandeurs massiques :

$$s = \alpha_p s_p + (1 - \alpha_p) s_g$$

$$h = \alpha_p h_p + (1 - \alpha_p) h_g$$

Exercice :

$$v = \frac{V}{m} = 10 \text{ L} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\alpha_p = \frac{22 - 10}{22 - 1,4} = 0,58$$

$$m_p = \alpha_p m = 0,58 \text{ kg}$$

$$m_g = 0,42 \text{ kg}$$

Humidité relative :



Équilibre si $p_e = p_{\text{sat}}(T)$

$\sim \frac{p}{p_0}$

$$HR = \frac{p_e}{p_{\text{sat}}(T)} \quad \text{-- pression partielle d'eau}$$

- Si $HR < 1$: hors équilibre
→ vapeur sèche
→ si on introduit de l'eau liquide, elle tend à s'évaporer.
- Si $HR = 1$: il y a équilibre.
- Si $HR > 1$: hors équilibre
→ la vapeur se liquéfie pour revenir à l'équilibre.

II. Application du premier principe aux systèmes ouverts

1. Cadre d'étude

(cf. figure 4) → schéma très concret dans l'industrie.

On étudie une machine (un système) avec des entrées et des sorties continues de matière.

C'est un système ouvert.

$$\mathcal{E}_1 : T_1, P_1, h_1, u_1, v_1, e_{m1}$$

↑
volume
massique

$$\mathcal{E}_2 : T_2, P_2, h_2, u_2, v_2, e_{m2}$$

↑
énergie mécanique
massique.

En traversant la machine, le fluide échange pendant la durée dt

* du travail utile : $\delta W_u = \underbrace{P_u}_{\text{puissance utile en W ou J.s}^{-1}} dt$

* de la chaleur : $\delta Q = \underbrace{P_q}_{\text{puissance calorifique en W (flux thermique)}} dt$

La machine est supposée en régime permanent : son contenu n'évolue pas.

Dans ces conditions, les débits massiques sont les mêmes à l'entrée et à la sortie.

$$\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$$

↑
en kg.s⁻¹

Pendant dt , la machine est traversée par : $dm = \mathcal{D}_m dt$

On pose :

$$\begin{aligned} \delta W &= w_u dm \\ \delta Q &= q dm \\ &\text{en J.kg}^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{On a : } w_u dm &= P_u dt \\ \text{donc } P_u &= w_u \frac{dm}{dt} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P_u &= w_u \mathcal{D}_m \\ P_q &= q \mathcal{D}_m \end{aligned}$$

2. Premier principe « industriel »
(cf. figure 5)

On se ramène à un système fermé en accompagnant par la pensée un domaine de fluide.

$$d(U + E_m) = \delta W + \delta Q$$

$$\begin{aligned} * dU &= U_{A'B'}(t+dt) - U_{AB}(t) \\ &= U_{A'B'}(t+dt) + \delta U_{A'B'}(t+dt) \\ &\quad - \delta U_{AA'}(t) - U_{A'B}(t) \end{aligned}$$

(termes égaux en régime permanent).

$$= \delta U_{A'B'}(t+dt) - \delta U_{AA'}(t)$$

petite quantité

$$\text{donc } dU = u_2 dm - u_1 dm$$

$$* dE_m = e_{m_2} dm - e_{m_1} dm$$

$$* \delta Q = q dm$$

$$* \delta W = w_u dm + P_1 \delta V_1 - P_2 \delta V_2$$

$$\text{donc } \delta W = w_u dm + P_1 v_1 dm - P_2 v_2 dm$$

On en déduit, du 1^{er} principe, le 1^{er} principe industriel :

$$u_2 dm - u_1 dm + e_{m_2} dm - e_{m_1} dm = q dm + w_u dm + P_1 v_1 dm - P_2 v_2 dm$$

$$u_2 + e_{m_2} + P_2 v_2 - (u_1 + e_{m_1} + P_1 v_1) = q + w_u$$

$$\left[h + e_m \right]_1^2 = q + w_u \quad \Rightarrow \quad \mathcal{D}_m \left[h + e_m \right]_1^2 = \mathcal{P}_q + \mathcal{P}_u$$

1^{er} principe industriel

$$\text{i.e. } \underline{\Delta(h + e_m)} = q + w_u \quad ; \quad \underline{\mathcal{D}_m \Delta(h + e_m)} = \mathcal{P}_q + \mathcal{P}_u$$

3. Exemples

(cf. figure 6)

A. Chauffage central

$$T_1 = 75^\circ \text{C} \quad ; \quad T_2 = 65^\circ \text{C}$$

Le radiateur fournit 2kW à la pièce.

On veut chercher \mathcal{D}_m .

$$e_m = gz + \frac{1}{2} \text{Vitesse}^2$$

On suppose Δe_m négligeable.

Il n'y a pas de pièce mobile dans le radiateur.

$$\text{Donc } \mathcal{P}_0 = 0$$

$$\mathcal{D}_m \Delta h = \mathcal{P}_q$$

$$\mathcal{D}_m c_p (\bar{T}_2 - \bar{T}_1) = \mathcal{P}_q$$

$$\text{donc } \mathcal{D}_m = \frac{\mathcal{P}_q}{c_p (\bar{T}_2 - \bar{T}_1)}$$

$$\text{A.N. } \mathcal{D}_m = \frac{-2000}{4,18 \cdot 10^{-3} \cdot (-10)} = 4,8 \cdot 10^2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{donc } \mathcal{D}_v = 172 \text{ L} \cdot \text{h}^{-1}$$

↓
débit volumique.

B. Compresseur

$$T_1 = 298 \text{ K}$$

$$P_1$$

→

$$T_2$$

$$P_2 = 9P_1$$

$$\text{car : } c_p = \frac{7}{2} \frac{R}{M} \quad \mathcal{D}_m = 100 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$$

On veut chercher la puissance consommée.

On néglige \mathcal{P}_q . (hypothèse: compression adiabatique)

1^{er} principe industriel : (c_p)

$$\mathcal{D}_m \Delta h = \mathcal{P}_0$$

$$\text{donc } \mathcal{D}_m \frac{7}{2} \frac{R}{M}$$

Si la compression est réversible, on peut utiliser Pa-Pa: de Laplace: (hypothèse: air GP)

$$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

$$\text{donc } T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \times 9^{2/7}$$

$$\left(\text{car } \frac{1-\gamma}{\gamma} = \frac{1-7/5}{7/5} = -2/7 \right)$$

$$\text{donc } P_0 = \dot{m} \frac{\gamma}{2} \times \frac{R}{M} T_1 (9^{2/7} - 1)$$

$$\text{A.N. } P_0 = 26 \text{ kW}$$

C. Turbine motrice à gaz

Le gaz se déprend et entraîne une hélice.

On suppose P_g négligeable (car trop rapide) et e_m négligeable.

$$\text{P.P. : } \dot{m} \Delta h = P_0$$

Comme b., mais ici $P_2 < P_1$ et $T_2 < T_1$.

On fait les mêmes hypothèses que dans b.

$$P_0 = -\frac{\gamma}{2} \frac{R}{M} \dot{m} T_1 \left(1 - \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{2/7} \right)$$

$$\text{A.N. } \dot{m} = 5 \text{ kg.s}^{-1} \quad \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{10}$$

$$P_0 = -3,1 \text{ MW}$$

~ puissance d'une grande éolienne.

D. Détente de Joule-Thomson

- (= vanne de détente
- = vanne d'étranglement
- = vanne de laminage) .

On suppose la détente lente (matériau poreux) et adiabatique, donc $\mathcal{P}_q = 0$ et e_m négligée

IP n'y a pas de pièce mobile, donc $\mathcal{P}_0 = 0$.

D'après le premier principe industriel :

$$\Delta h = 0$$

donc $h_2 = h_1$.

Cette détente est isenthalpique.

2^{de} Loi de Joule : pour un GP, $h = h(T)$.

donc $h_1 = h_2 \Rightarrow \bar{T}_1 = \bar{T}_2$.

(pour un gaz réel, \bar{T} peut varier).

Exemple : diagramme de P' hélium

(cf. figure 3')

Prenons $P_1 = 12 \text{ atm}$ $\xrightarrow{\text{JT}}$ $P_2 = 1 \text{ atm}$
 $\bar{T}_1 = 13 \text{ K}$

Alors, on lit $\bar{T}_2 = 10,8 \text{ K}$.

Mais, pour $P_1 = 60 \text{ atm} \rightarrow P_2 = 50 \text{ atm}$, $\bar{T}_2 > \bar{T}_1$.

Exemple : H_2O diagramme (h, P)

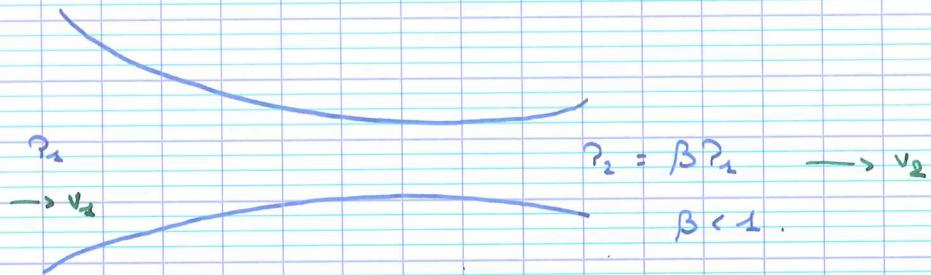
(cf. figure A)

$P \downarrow$ à h constante : \downarrow vertical

Selon les cas, $T \downarrow$ ou $T \uparrow$. (frontière : "inversion")

E. Tuyère.

On détend les gaz pour qu'ils prennent de la vitesse.



il n'y a pas de pièce mobile donc $P_u = 0$.

On néglige P_q car c'est rapide : $P_q = 0$.

1^{er} pi : $h_2 + e_{c_2} - (h_1 + e_{c_1}) = 0$
 $\frac{1}{2} v_2^2$ négligé car le gaz arrive lentement.

On traite le gaz comme parfait.

$$c_p (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} v_2^2 = 0$$

donc $v_2 = \sqrt{2c_p(T_1 - T_2)}$

Laplace : $T_2 = T_1 \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

A.N. $T_1 = 3300 \text{ K}$ (valeurs dans une fusée Ariane 5)

$\gamma = 1,2$
 $P_1 = 110 \text{ bar}$
 $P_2 = 1 \text{ bar}$

$v_2 = 3,1 \text{ km.s}^{-1}$ (en réalité, $v_2 = 4 \text{ km.s}^{-1}$)

La valeur d'eau n'est sans doute pas un GP, voilà une source d'imprécision.

4. Cas des systèmes présentant plusieurs entrées et/ou sorties

entrées : $\dot{E}_i, \dot{D}_{m_e,i}$

sorties : $\dot{E}_j, \dot{D}_{m_s,j}$

Dans ①, nous avons :

$$\dot{D}_{m_s} (h_2 + e_{m_2}) - \dot{D}_{m_e} (h_1 + e_{m_1}) = \dot{P}_0 + \dot{P}_q$$

Généralisation du 1^{er} principe industriel :

$$\sum_{j \text{ sorties}} \dot{D}_{m_s,j} (h_j + e_{m_j}) - \sum_{i \text{ entrées}} \dot{D}_{m_e,i} (h_i + e_{m_i}) = \dot{P}_0 + \dot{P}_q$$

III. Application du second principe aux systèmes ouverts

1. Second principe « industriel »
 (cf. figure 5)
 Même système que II (fermé).

$$dS = \frac{\delta Q}{T_e} + \delta S_c$$

$$\begin{aligned} * dS &= S_{A'B'}(t+dt) - S_{AB}(t) \\ &= S_{A'B'}(t+dt) + \delta S_{AB'} - (\delta S_{AA'} + S_{A'B}(t)) \\ &\text{(égaux car régime permanent)}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } dS &= dm s_2 - dm s_1 \\ &= dm (s_2 - s_1) \end{aligned}$$

$$* \delta Q = P_q dt = q dm$$

On reporte :

$$dm (s_2 - s_1) = \frac{q dm}{T_e} + \delta S_c$$



$$s_2 - s_1 = \frac{q}{T_e} + s_c$$

où

$$s_c = \frac{\delta S_c}{dm}$$

$$D_m (s_2 - s_1) = \frac{P_q}{T_e} + \dot{s}_c$$

où

$$\dot{s}_c = s_c D_m = \frac{\delta S_c}{dt}$$

entropie créée par unité de temps

Calculer s_c permet de pointer du doigt les causes d'irréversibilité dans une machine.

2. Exemples

(cf. figure 6)

A. Chauffage central

$$\text{eau : } dS = \frac{c_p dT}{T}$$

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} ds = c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

$$\text{1er principe : } q = \Delta h = c_p (T_2 - T_1).$$

$$\begin{aligned} \text{donc } s_c &= \Delta s - \frac{q}{T_e} \\ &= c_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - c_p \frac{T_2 - T_1}{T_e} \end{aligned}$$

$$\text{On prend } T_e = 20^\circ\text{C} = 293\text{ K.}$$

$$\begin{aligned} \text{A.N. } s_c &= 20,7 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \\ \dot{s}_c &= 0,99 \text{ J.K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

B. Compresseur

→ Hypothèse : adiabatique réversible

$$q = 0 \quad | \quad s_c = 0$$

$$s_2 - s_1 = 0$$

$$s_1 = s_2 \quad \rightarrow \quad \text{isentropique.}$$

* Hypothèse : irréversible et adiabatique

$$P_2' = P_2 = 9 \text{ bar}$$

$$T_2' = ?$$

$$s_2' - s_1 = \frac{q}{T_c} + \underbrace{s_c}_{> 0}$$

$$s_2' = s_1 + s_c$$

$$> s_1$$

donc $s_2' > s_c$.

$$PV = nRT$$

$$\frac{3}{n} V = v = \frac{RT}{MP}$$

Or, $ds = \frac{dh}{T} - \frac{v}{T} dP = \frac{c_p dt}{T} - \frac{v}{T} dP$

$$\underbrace{s_2' - s_2}_{s_c > 0} = c_p \ln\left(\frac{T_2'}{T_2}\right) - \frac{v}{T} \ln\left(\frac{P_2'}{P_2}\right)$$

donc $T_2' > T_2$.

??i : $P_0' = D_m \Delta h$
 $= D_m c_p (T_2' - T_2)$

donc $P_0' > P_0$ car $T_2' > T_2$.

C. Détente de Joule-Thomson

Détente adiabatique : $q = 0$.

2nd pi : $s_2 - s_1 = \frac{q}{T_c} + s_c \geq 0$

$$\text{Or } \Delta h = T ds + v dp$$

$$\text{ici, } dh = 0$$

$$\text{donc } ds = -\frac{v}{T} dp$$

$$s_c = s_2 - s_1 = \int_{p_1}^{p_2} -\frac{v}{T} dp > 0 \quad \text{car } p_2 < p_1.$$

Conclusion, la détente de Joule-Thomson est irréversible.
Cette irréversibilité est due aux frottements dans le matériau poreux.

* Pour un GP :

$$s_c = \int_{p_1}^{p_2} -\frac{R}{Mp} dp = -\frac{R}{M} \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) > 0$$

* Pour un gaz réel : exemple de l'hélium
(cf. figure 3')

On voit bien que quand $p \downarrow$ avec h constante, on va vers la droite : $s_2 > s_1$.

Pour les mêmes valeurs que dans l'exemple précédent :

$$s_1 = 9,5 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

$$s_2 = 14 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

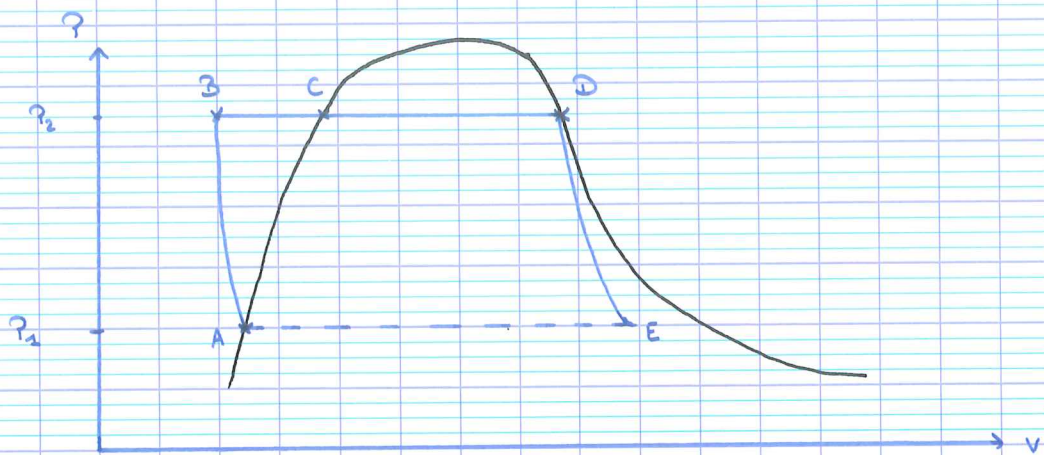
$$\text{donc } s_c = 4,5 \text{ J.g}^{-1}.\text{K}^{-1}$$

IV. Etude de machines avec changement de phase

1. Cycle de Rankine (cf. figure 7 et figure 8)

C'est un cycle moteur utilisé dans les centrales nucléaires.

Appare du cycle :



(cf. figure A)

Trouvons h_E .

$$s_E = s_D$$

(diagramme (h, P))

AB : \uparrow s cste

BCD : P cste

DE : s cste

↳ diphasé à P_2 .

Soit x_E le titre en vapeur.

$$s_E = \underbrace{x_E s_v(T_2)}_K + (1-x_E) \underbrace{s_p(T_2)}_A$$

$$\text{donc } x_E = \frac{s_E - s_p(T_2)}{s_v(T_2) - s_p(T_2)}$$

$$\text{A.N. } x_E = 0,676$$

$$h_E = x_E h_v(T_2) + (1-x_E) h_L(T_2) = 1845 \text{ u}$$

|
unité

On recommence dans un diagramme (s, \bar{T}) .
(cf. figure 3)

AB : s cst
 \bar{T} presque cst

BC : \bar{T} cst

CD : \bar{T} cst = \bar{T}_2

DE : s cst ↓

Lecture de h délicate.

Echanges d'énergie :

$$\Delta h = w + q$$

* AB : $h_B - h_A = 0$
 $q_{AB} = 0$ donc $w_{AB} = 0$

* BC : il n'y a pas de pièce mobile donc $w_{BC} = 0$
 $q_{BC} = h_C - h_B = 1400 - 250 = 1150 \text{ kJ.kg}^{-1}$
ou directement : $q_{20} = h_{20} - h_B = 2750 - 250 = 2500 \text{ kJ.kg}^{-1}$

* DE : $q_{DE} = 0$
 $w_{DE} = h_E - h_D = 1845 - 2750 = -905 \text{ kJ.kg}^{-1}$

* EA : $w_{EA} = 0$ (pas de pièce mobile)
 $q_{EA} = (h_E - h_A) = -(1845 - 250) = -1595 \text{ kJ.kg}^{-1}$
↓
vers l'environnement

$$\text{Rendement : } r = \left| \frac{\text{production}}{\text{dépense}} \right| = \frac{-W_{DE}}{q_{DB}} = 0,36$$

L'étape EA ne coûte rien, on ne la met pas dans le rendement.

On vérifie :

$$W_{DE} + q_{DB} + q_{EA} = 0$$

Comparaison avec r_{Carnot} :

$$r_c = 1 - \frac{T_{\text{Froid}}}{T_{\text{chaud}}}$$

• Pour effectuer le transfert q_{DB} de la source chaude, il est nécessaire que $T_{\text{chaud}} \geq T_2$.
Prends $T_{\text{chaud}} = T_2$.

• De même, pour réaliser q_{EA} , il est nécessaire d'avoir $T_{\text{froid}} \leq T_1$.
Prends $T_{\text{froid}} = T_1$.

$$\text{A.N. } r_c = 0,43$$

L'écart entre r et r_c s'explique par l'irréversibilité du cycle.

$$r < r_c \Rightarrow \text{cycle irréversible.}$$

Analyse entropique :

$$\Delta s = \underbrace{\frac{q}{T_e}}_{s_e} + s_c$$

* AB et DE : étapes réversibles donc $s_c = 0$.

* CD : $\Delta s_{cd} = s_D - s_C = 5,64 - 3,40 = 2,24 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

Cela représente ici l'entropie de changement d'état.

$$\text{or } \Delta s_{cd} = \frac{\Delta h_{vap} C_{T_2}}{T_2}$$

$$s_{e,cd} = \frac{q_{cd}}{T_{chaud}} = \frac{h_D - h_C}{T_{chaud}} = \frac{\Delta h_{vap} C_{T_2}}{T_2}$$

car on a supposé que $T_{chaud} = T_2$.

$$\text{donc } s_{c,cd} = \Delta s_{cd} - s_{e,cd} = 0$$

↓
normal car il n'y a pas d'écart de température entre le fluide et la source.

* EA : idem $s_{c,EA} = 0$

* BC : Au contraire, il y a un choc thermique lors de cette étape.

$$\Delta s_{bc} = s_c - s_B = 3,40 - 0,84 = 2,56 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$s_{e,bc} = \frac{q_{bc}}{T_{chaud}} = \frac{1150}{584} = 1,97 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$$

$$\text{donc } s_{c,bc} = \Delta s_{bc} - s_{e,bc} = 0,59 \text{ kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1} > 0$$

" $s_{c,cycle}$

Interprétation de $r < r_c$:

Sur un cycle,

$$0 = \Delta u = w_{2E} + q_{20} + q_{EA}$$

$$0 = \Delta s = \frac{q_{20}}{T_2} + \frac{q_{EA}}{T_1} + s_c$$

$$q_{EA} = -\frac{1}{T_1} \left(\frac{q_{20}}{T_2} + s_c \right)$$

$$\text{donc } w_{2E} + q_{20} - \frac{T_1}{T_2} q_{20} - T_1 s_c = 0$$

$\frac{1}{q_{20}}$ ↙

$$-r + 1 - \frac{T_1}{T_2} - \frac{T_1 s_c}{q_{20}} = 0$$

$$\text{donc } r = \underbrace{1 - \frac{T_1}{T_2}}_{r_c} - \frac{T_1 s_c}{q_{20}}$$

$$\text{A.N. } r = r_c - 0,07 = 0,36 \quad //$$

C'est vraiment l'entropie créée qui explique pourquoi $r < r_c$.

2. Pompe à chaleur

Pompe à chaleur
et frigo : cycles
inversés.

C'est un système de chauffage.

* AB : s cste * BC : ? cste ← * CD : h cste ↓

Cycle moteur :
(montre)



Cycle inverse :
(frigo) - (frigo)



	A	B	C	D
T °C	5	47	39	1
h (kJ.kg ⁻¹)	400	425	255	255
s (kJ.K ⁻¹ .kg ⁻¹)	1,74	1,74	1,10	1,20

Analyse énergétique :

* AB : $q_{AB} = 0$ (adiabatique)

$$w_{AB} = \Delta h_{AB} = 25 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

* BC : pas de pièce mobile donc $w_{BC} = 0$

$$q_{BC} = \Delta h_{BC} = -170 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

* CD : isenthalpique, sans pièce mobile

$$\Delta h_{CD} = w_{CD} = q_{CD} = 0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

* DA : pas de pièce mobile donc $w_{DA} = 0$

$$q_{DA} = \Delta h_{DA} = 145 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\text{Vérification : } q_{DA} + q_{BC} + w_{AB} = 0 = \Delta u_{\text{cycle}} //$$

Rendement / efficacité :

$$e = \left| \frac{\text{production}}{\text{dépense}} \right| = \frac{-q_{BC}}{w_{AB}} = 6,8$$

Efficacité de Carnot :

$$e_c = \frac{\overline{T}_{\text{chaud}}}{\overline{T}_{\text{chaud}} - \overline{T}_{\text{froid}}}$$

Trempis,

$$\overline{T}_{\text{chaud}} = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ K environ}$$

($< \overline{T}_c$, le transfert fonctionne)
↑
point C

$$\overline{T}_{\text{froid}} = 5^\circ\text{C}$$

$$\text{donc } e_c = \frac{293}{15} = 19,5.$$

L'écart s'explique par la création d'entropie.

* BC et DA : chocs thermiques (grand écart entre T_{fluide} et T_{source})

* CD : frotte - Thomson (frottements).

$$\text{Au total, } s_{c, \text{cycle}} = 0,06 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \\ (\approx 3 \times 0,02).$$

↓
responsabilité bien partagée.

On veut une puissance de chauffage de 10 kW . ($= \text{kJ} \cdot \text{s}^{-1}$)

Quel débit faut-il ?

$$P = | \dot{D}_m q_{ac} |.$$

$$\dot{D}_m = \frac{P}{|q_{ac}|} = \frac{10}{170} = 59 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Puissance consommée :

$$P_{AB} = \dot{D}_m w_{AB} \\ = \dot{D}_m \frac{|q_{ac}|}{e} \\ = \frac{P}{e} \approx 1,5 \text{ kW}.$$

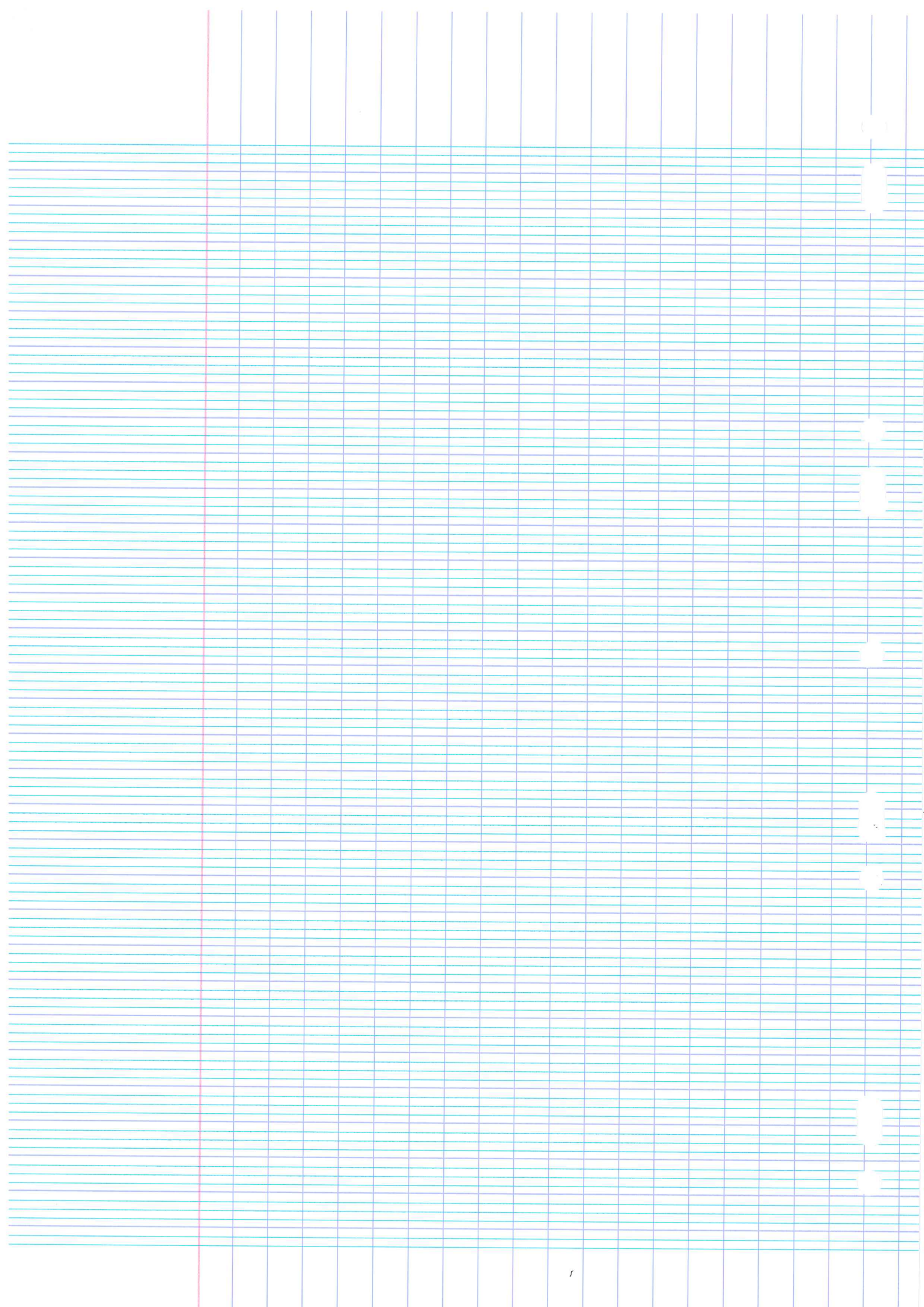
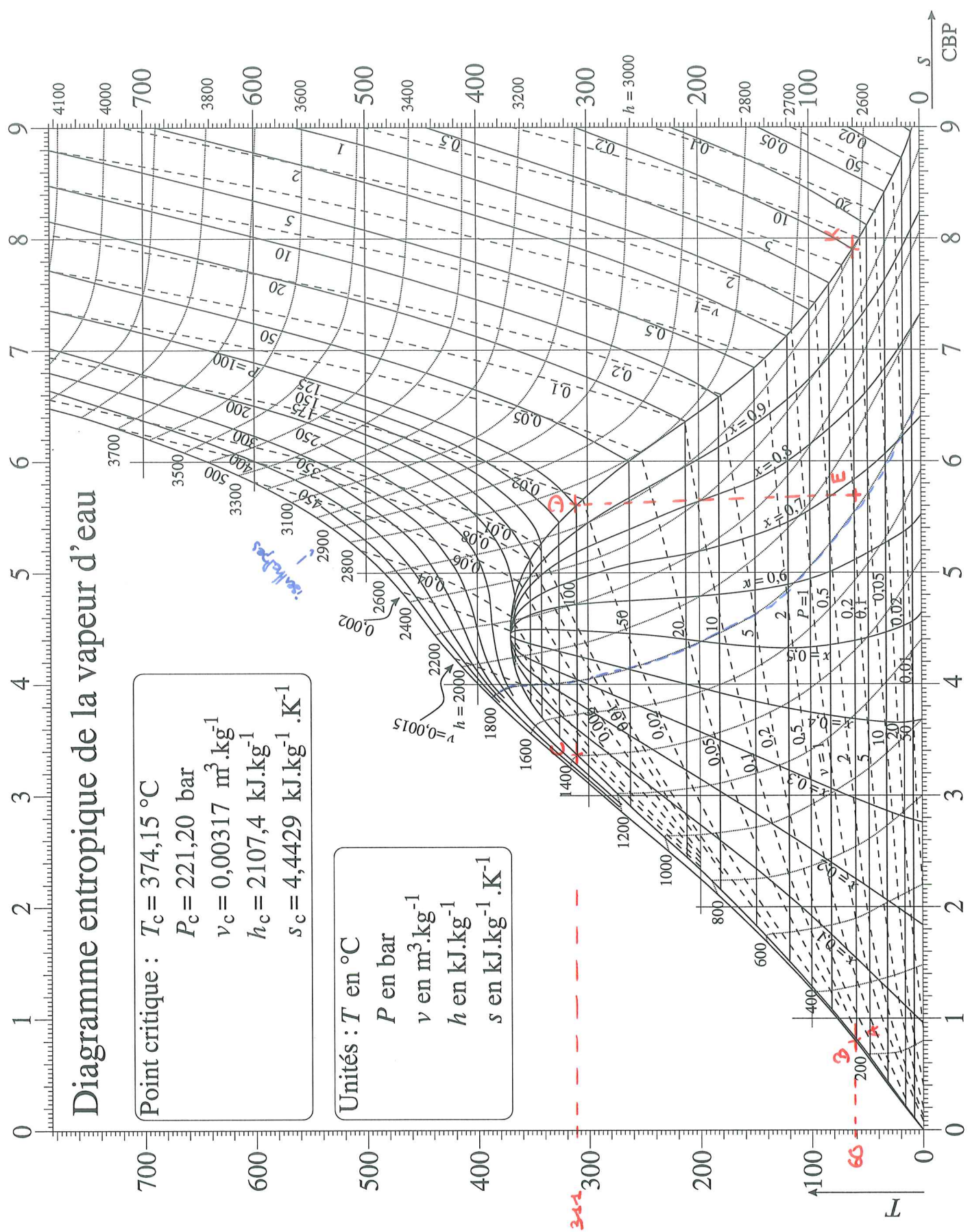
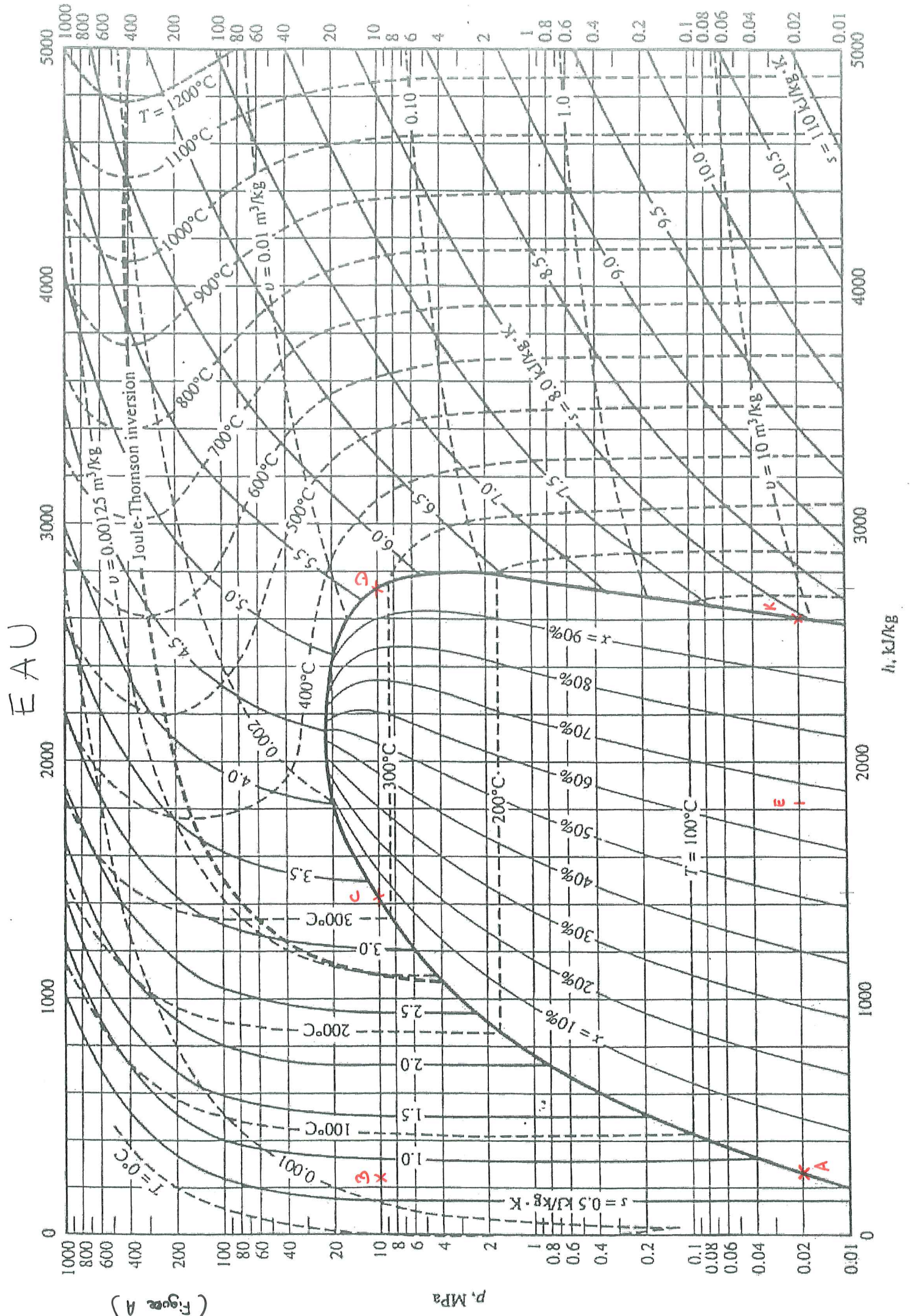


Diagramme entropique de la vapeur d'eau

Point critique : $T_c = 374,15\text{ }^\circ\text{C}$
 $P_c = 221,20\text{ bar}$
 $v_c = 0,00317\text{ m}^3.\text{kg}^{-1}$
 $h_c = 2107,4\text{ kJ.kg}^{-1}$
 $s_c = 4,4429\text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Unités : T en $^\circ\text{C}$
 P en bar
 v en $\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$
 h en kJ.kg^{-1}
 s en $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$





(Figure A)



Diagramme de Mollier

