

# DYNAMIQUE DES FLUIDES

## I Dynamique locale des écoulements visqueux

1. Accélération particulaire
2. Équation de Navier-Stokes et conditions de bord
3. Écoulement de Poiseuille plan
4. Écoulement de Couette plan
5. Écoulement de Poiseuille cylindrique
6. Démarrage brutal d'un bord plan

## II Nombre de Reynolds et régimes d'écoulements

1. Analyse d'ordre de grandeur
2. Classification des écoulements
3. Règle empirique de Reynolds sur la turbulence
4. Écoulement autour d'une sphère
5. Chute d'une bille dans un liquide

## III Écoulement parfait

1. Couche limite selon le raisonnement de Stokes
2. Couche limite par analyse d'ordre de grandeur
3. Écoulement parfait et équation d'Euler
4. Exemples

## IV Relation de Bernoulli

1. Énoncé et démonstration
2. Formule de Torricelli
3. Effet Venturi
  - a. Aspect qualitatif
  - b. Mesure de débit par effet Venturi
4. Pression d'arrêt et tube de Pitot
5. Force de Magnus et portance
  - a. Force de Magnus sur un cylindre en rotation
  - b. Portance d'une aile d'avion

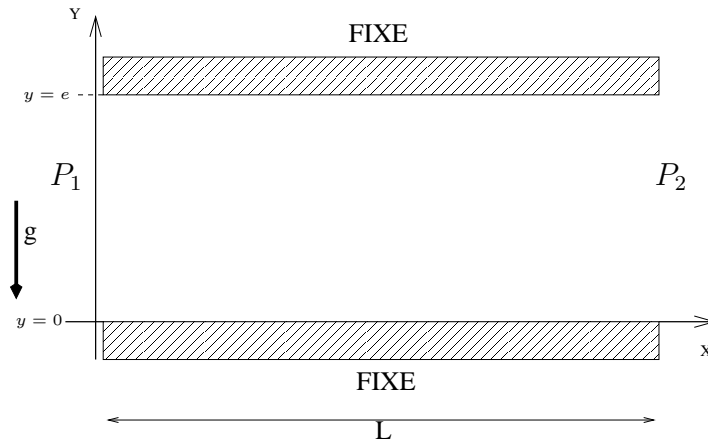


FIGURE 1 – Écoulement de Poiseuille plan

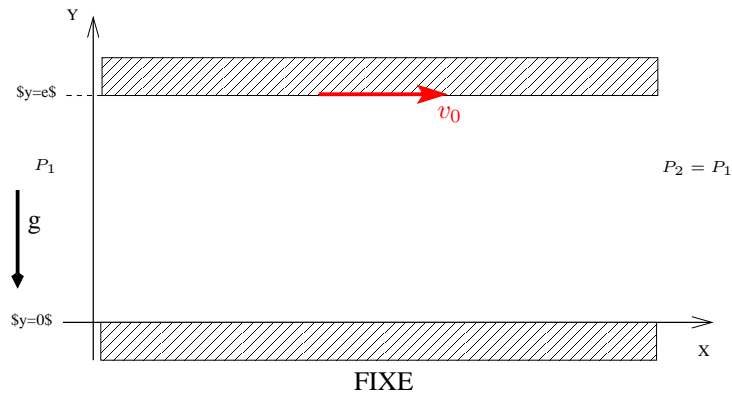


FIGURE 2 – Écoulement de Couette plan

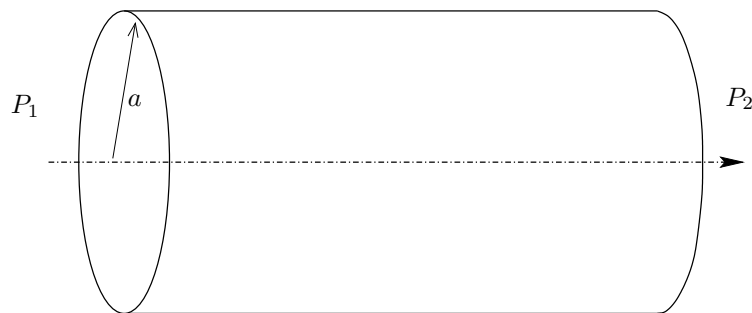


FIGURE 3 – Écoulement de Poiseuille cylindrique

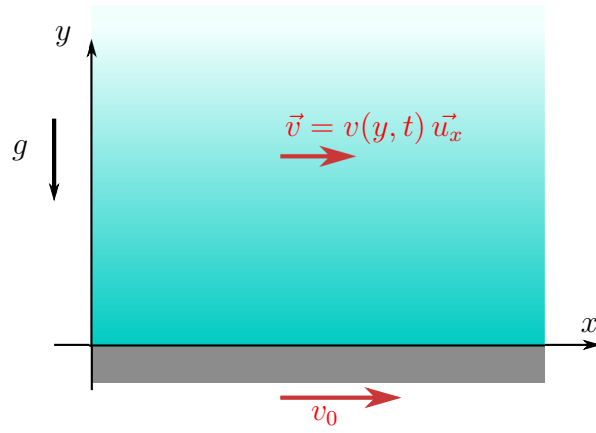


FIGURE 4 – Démarrage brutal d’un bord

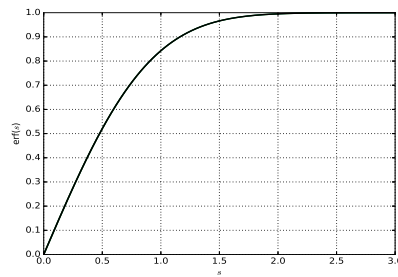


FIGURE 5 – Graphe de la fonction d’erreur

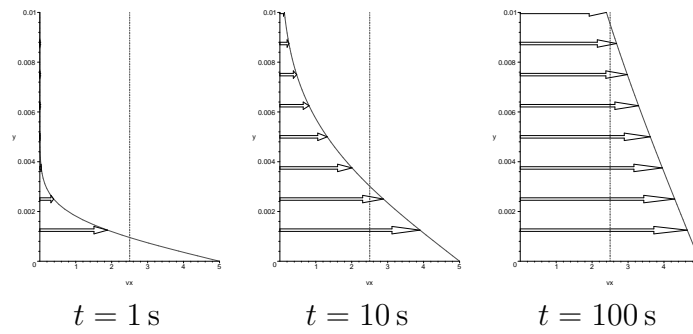


FIGURE 6 – Évolution du champ de vitesse près d’une paroi démarrant brutalement

### Écoulement laminaire

Dans un écoulement laminaire, les lignes de courants glissent les unes sur les autres et prennent l'allure de feuillets parallèles. Le champ de vitesses est bien ordonné à l'échelle macroscopique.

### Écoulement turbulent

Dans un écoulement turbulent, les lignes de courants s'entremêlent de manière inextricable jusqu'à se mélanger à très petite échelle. Le champ de vitesse est très désordonné et présente des variations chaotiques.

### Règle empirique de Reynolds

Le régime d'écoulement observé est déterminé par la valeur du nombre de Reynolds  $Re = UL/\nu$ , indépendamment des valeurs prises séparément par  $U$ ,  $L$  et  $\nu$ . Pour une géométrie donnée, il existe en général une valeur critique  $Re_c$  de l'ordre de quelques milliers telle que :

- Si  $Re \leq Re_c$ , l'écoulement est laminaire
- Si  $Re > Re_c$ , l'écoulement est turbulent

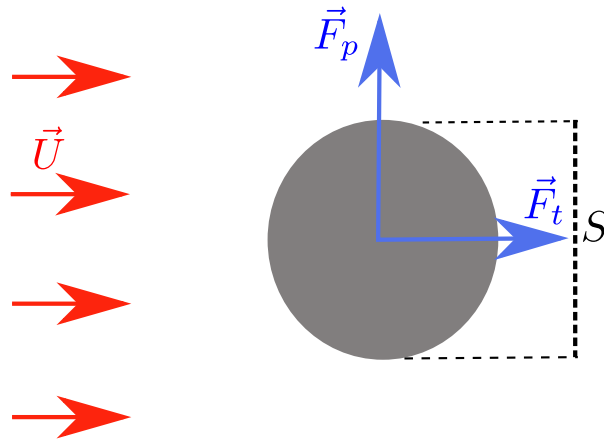


FIGURE 7 – Forces de traînée et de portance

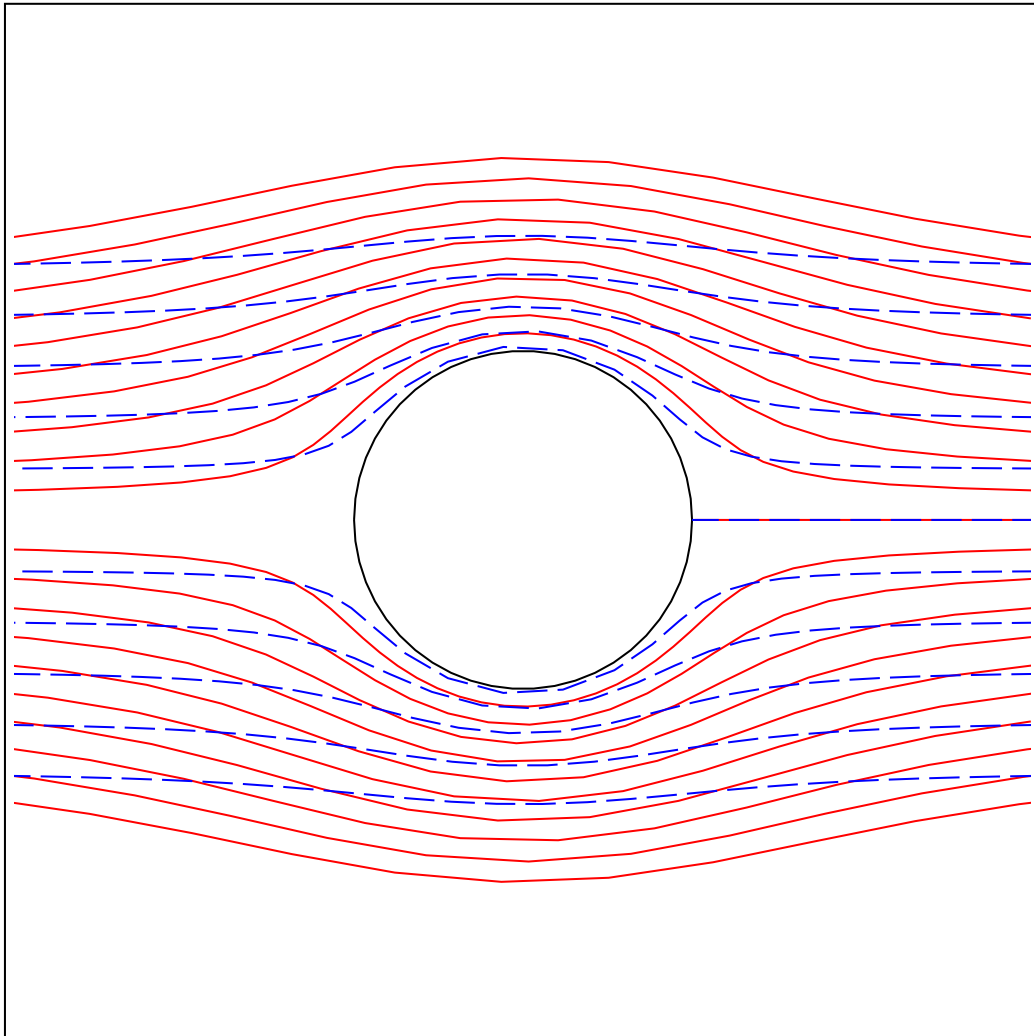


FIGURE 8 – **Comparaison de l'écoulement rampant de Stokes et de l'écoulement potentiel autour d'une sphère.** Les traits pleins correspondent à l'écoulement rampant (solution de Stokes). Les pointillés correspondent à l'écoulement potentiel. Comme on pouvait s'y attendre, l'écoulement rampant est davantage affecté par la présence de la sphère. La viscosité du fluide impose en effet une annulation de la vitesse à la paroi solide. Les lignes de courants apparaissent plus déviées au niveau de la boule et redeviennent moins vite horizontales quand on s'éloigne de la boule.

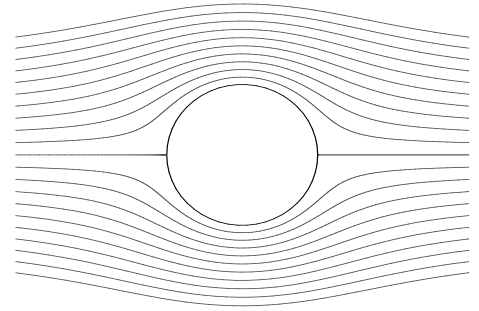
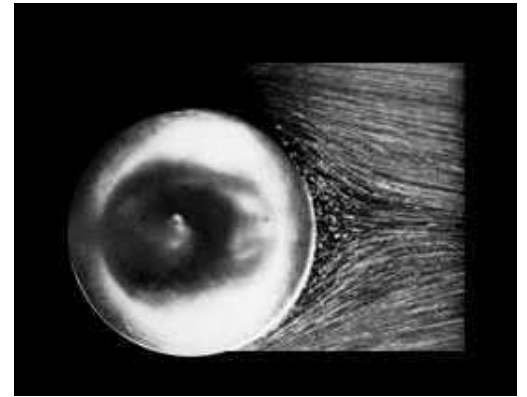
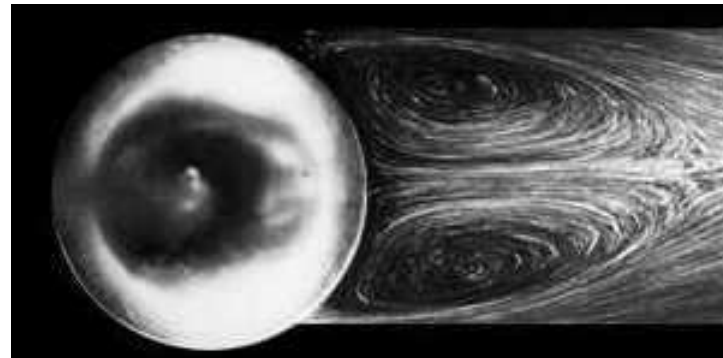
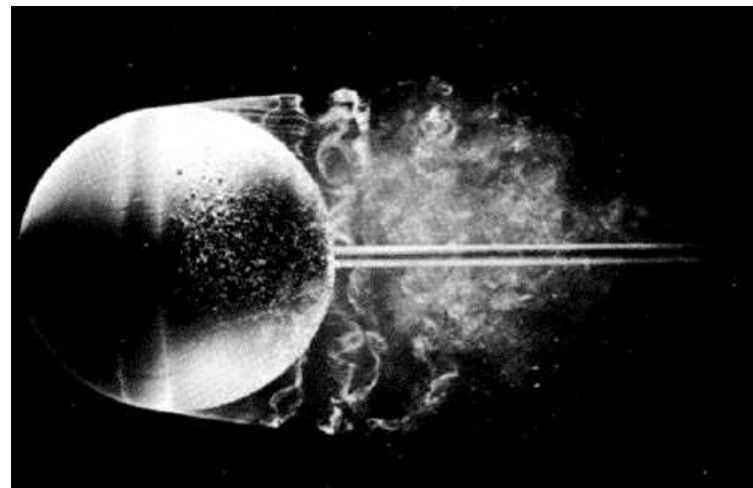
## Régimes d'écoulement autour d'une sphère

 $Re \rightarrow 0$ 

$$\boxed{Re \ll 1}$$

L'écoulement est **laminaire** et rampant. Les lignes de courant sont davantage affectées par la boule que pour un écoulement potentiel. La force de traînée s'exprime par

$$F = 6\Pi\eta R V$$


 $Re=27$ 

 $Re=118$ 

 $Re=15000$ 


$$\boxed{1 \lesssim Re \lesssim 3 \cdot 10^1}$$

L'écoulement est **laminaire**. La traînée d'admet pas d'expression simple.

$$\boxed{3 \cdot 10^1 \lesssim Re \lesssim 10^3}$$

L'écoulement est toujours **laminaire** mais non symétrique entre l'amont et l'aval. Il apparaît en arrière deux tourbillons de recirculation.

$$\boxed{Re \gtrsim 10^3}$$

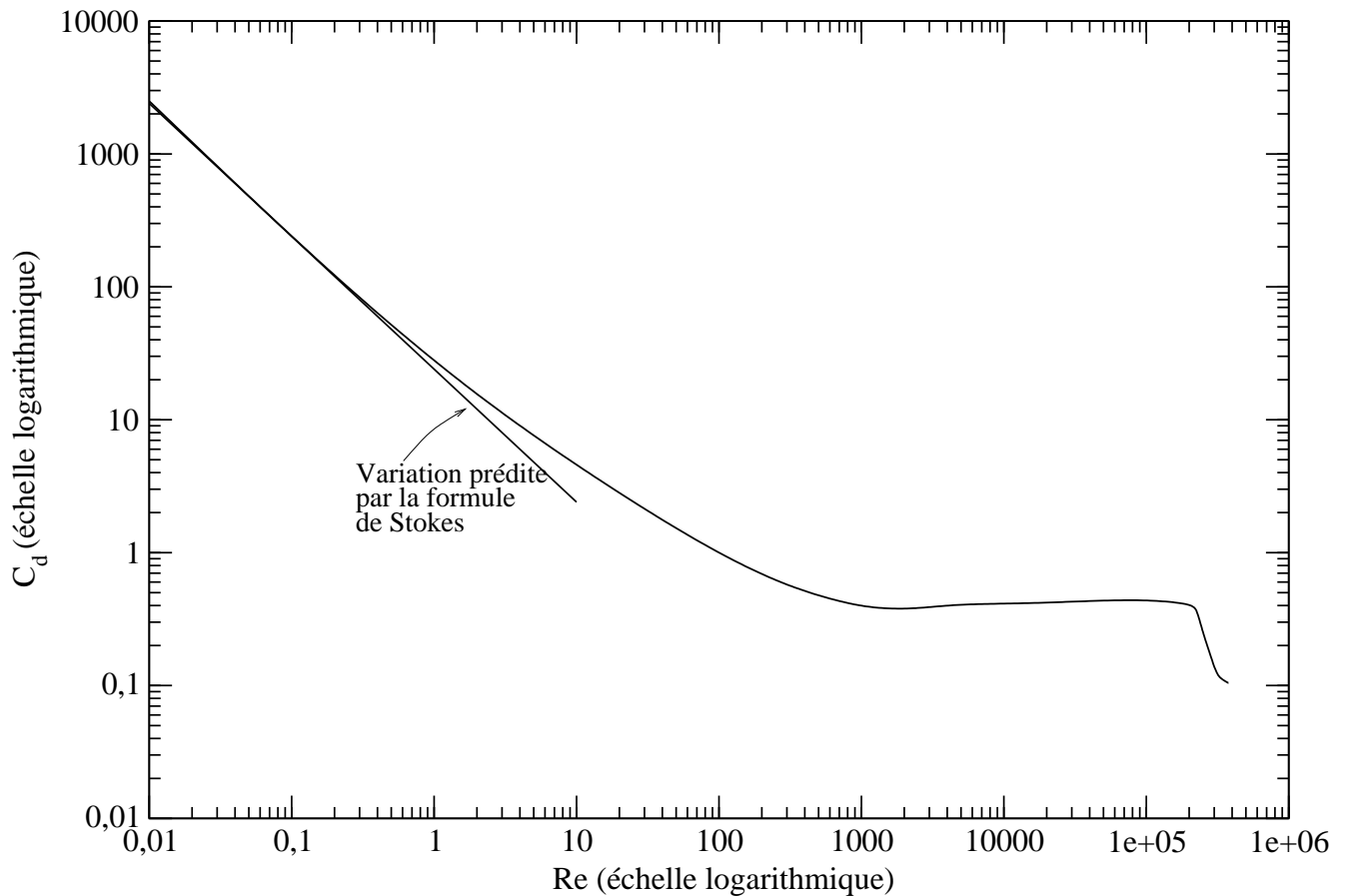
la couche limite est décollée de la sphère. L'écoulement dans son sillage est **turbulent**. La force de traînée s'exprime par

$$F = C_d \pi R^2 \frac{1}{2} \rho V^2 \quad \text{avec} \quad C_d \simeq 0,4$$

## Coefficient de traînée d'une sphère

La courbe représente les variations du coefficient de traînée  $C_d$  d'une sphère de diamètre  $D$  dans un fluide de vitesse  $U$ . En abscisse est porté le nombre de Reynolds  $Re = UD/\nu$ .

- Pour  $Re \ll 1$ , l'écoulement est rampant. la traînée est donnée par la formule de Stokes et  $C_d = 24/Re$  ou  $\log C_d = \log 24 - \log Re$ . En échelle logarithmique, cette variation linéaire est bien vérifiée tant que  $Re \lesssim 1$ .
- Pour  $1 \lesssim Re \lesssim 10^3$ , l'écoulement est laminaire et la force de traînée ne possède pas d'expression simple.
- Pour  $Re \gtrsim 1000$ , l'écoulement est turbulent et  $C_d \simeq 0,4$  reste constant.
- Au delà de  $Re = 2 \cdot 10^5$ , on observe une chute du coefficient de traînée associée à la transition vers une couche limite turbulente. Ce phénomène est appelé *crise de la traînée*. Sur les balles de sport (golf, tennis), on la favorise par la présence d'aspérités de surface.



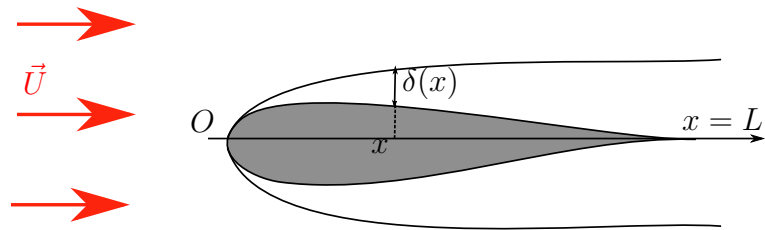


FIGURE 9 – Raisonnement de Stokes pour déterminer l'épaisseur de la couche limite

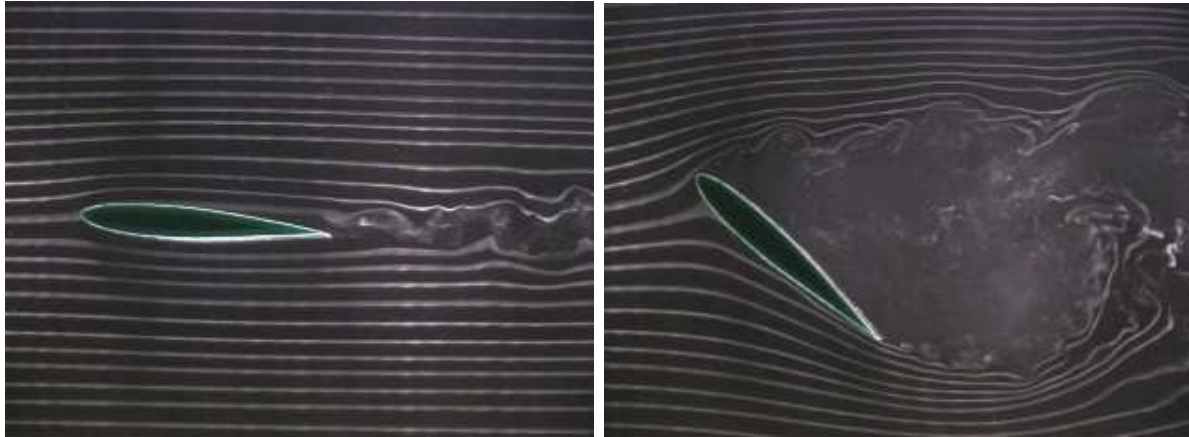


FIGURE 10 – Ces photographies illustrent les insuffisances du concept de couche limite. Sur la photo de gauche, les lignes de courant sont guidées par l'obstacle et les effets visqueux se concentrent dans la couche limite proche de l'aile. Le modèle du fluide parfait convient dans presque tout l'écoulement. Sur la photo de droite, l'écoulement aborde l'obstacle avec un fort angle d'incidence. Les lignes de courant ne le suivent plus et il apparaît un sillage complexe. On dit que la couche limite « décolle » de l'obstacle. On ne peut plus utiliser le modèle du fluide parfait pour étudier l'écoulement.



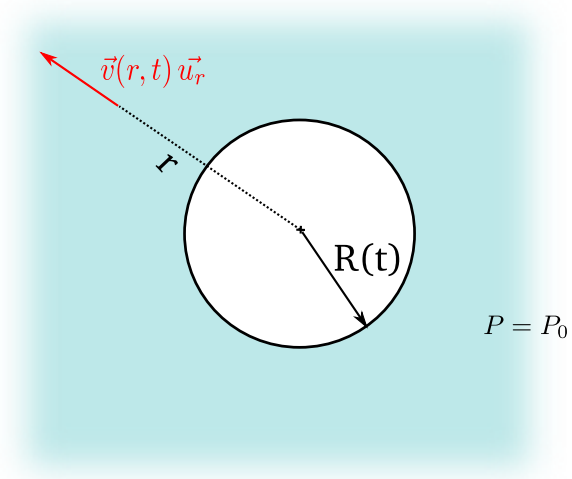


FIGURE 11 – Implosion d’une cavité sphérique

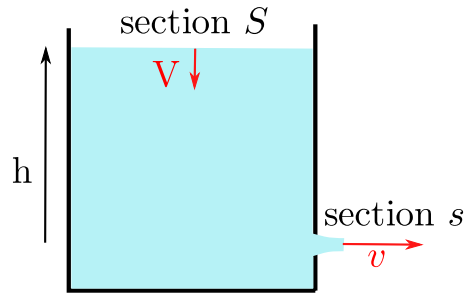


FIGURE 12 – Expérience de Torricelli

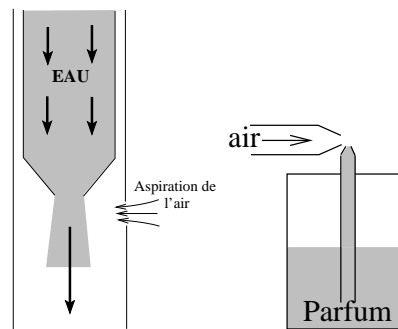


FIGURE 13 – Illustrations de l’effet Venturi : trompe à eau, pulvérisateur

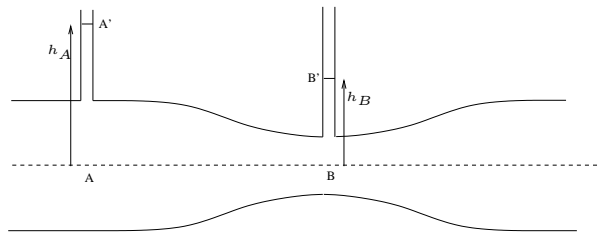


FIGURE 14 – Mesure de débit par effet Venturi

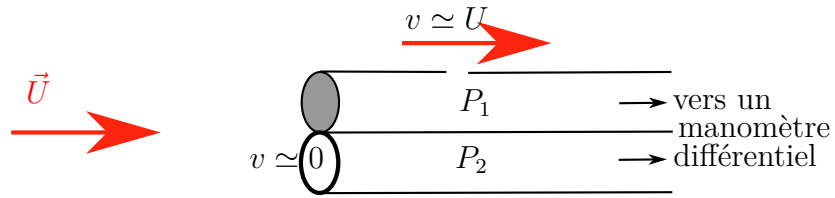


FIGURE 15 – Tube de Pitot

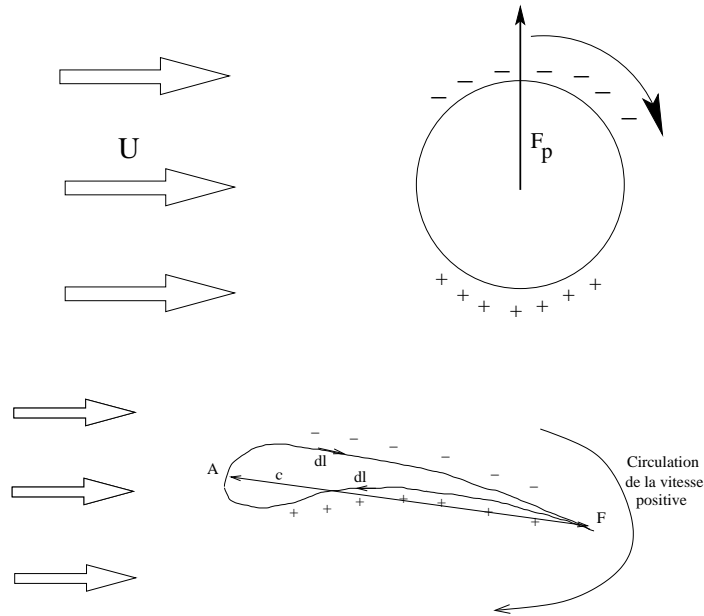


FIGURE 16 – Force de Magnus sur un cylindre en rotation et sur une aile