

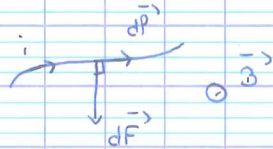
CHAPITRE 17 : MAGNETOSTATIQUE

I. Le champ magnétique

1. Forces magnétiques sur les charges en mouvement

* $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ (force de Lorentz)

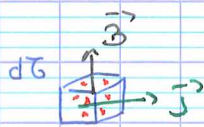
* $d\vec{F} = id\vec{P} \wedge \vec{B}$ (force de Laplace)



Si le fil est rectiligne et \vec{B} uniforme,

$$\vec{F} = \int id\vec{P} \wedge \vec{B} = i\vec{P} \wedge \vec{B}$$

* Courants volumiques :



$$d\vec{F} = \vec{j} dG \wedge \vec{B}$$

densité volumique de courant ($A.m^{-2}$).

Passage d'une forme à l'autre :

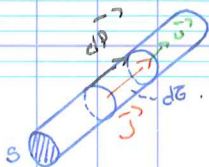
* Dans dG , il y a ndG porteurs qui subissent $q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Au total, la force est égale à $ndG\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{j}dG \wedge \vec{B}$.

* Fil de section S :

$$\vec{j} = \frac{i}{S} \vec{u} \quad \vec{j}dG \wedge \vec{B} = \frac{i}{S} \vec{u} dPs \wedge \vec{B}$$

$$= id\vec{P} \wedge \vec{B}$$



2. Cadre de la magnéto-statique

On étudie le champ \vec{B} créé par :

- * des courants permanents ($\text{div}(\vec{j}) = 0$)
- * des aimants

ODG :

- * Champ magnétique terrestre : $B_{\text{terre}} \approx 50 \mu\text{T}$.
- * Aimant permanent au néodyme : $B = 1\text{T}$.
- * Examen IRM : $B = 5\text{T}$
- * Record du monde : $B \approx 100\text{T}$.

3. Propriétés d'invariance et de symétrie

On considère des sources : $\vec{j}(\vec{r}, t)$ (ou : dans un fil).

Pour les invariances par translation et par rotation, on a les mêmes propriétés que pour \vec{E} .

Pour les symétries planes, tout est inversé.

On dit que \vec{B} est un « pseudo-vecteur ».

Plan de symétrie en magnéto-statique : (cf. encadré).

Plan d'antisymétrie en magnéto-statique : (cf. encadré)

4. Flux du champ magnétique

On admet que \vec{B} est à flux conservatif.

$$\text{Sur fermée, } \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\text{En tout point } M, \text{div}(\vec{B}(M)) = 0.$$



 ou  impossible pour \vec{B} .

Il n'existe pas de monopôle magnétique.



Exercice : (cf. FIGURE 3)

Le plan $(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan d'antisymétrie des sources.
donc $\vec{B} \in (M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$

$$\text{donc } \vec{B} = B_r(u_r, \varphi_0, u_z) \vec{u}_r + B_z(u_r, \varphi_0, u_z) \vec{u}_z$$

Si M appartient à l'axe \vec{u}_z , il est à l'intersection de plusieurs plans d'antisymétries donc $\vec{B}(M)$ est colinéaire à \vec{u}_z .

$$\text{Pour } r=0, \quad \vec{B} = \underbrace{B_z(0, z)}_{B_{\text{axe}}(z)} \vec{u}_z$$

Pour $r \ll a$, on peut exprimer B_r .

Conservation du flux sur un petit cylindre. Zoom : (cf. FIGURE 4)

$$\begin{aligned} \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} &= \int_{\text{dessous}} \vec{B}(r, z) \cdot (-dS \vec{u}_z) \\ &+ \int_{\text{dessus}} \vec{B}(r, z+dz) \cdot dS \vec{u}_z \\ &+ \int_{\text{latéral}} \vec{B}(r, z') \cdot dS \vec{u}_\varphi \\ &= - \int_{\text{dessous}} B_z(r, z) dS + \int_{\text{dessus}} B_z(r, z+dz) dS + \int_{\text{latéral}} B_r(r, z') dS \\ &\approx -B_{\text{axe}}(z) \pi r^2 + B_{\text{axe}}(z+dz) \pi r^2 + B_r(r, z) \times 2\pi r dz \end{aligned}$$

Comme \vec{B} est à flux conservatif, on a :

$$\pi r^2 [B_{axe}(z+dz) - B_{axe}(z)] + 2\pi r dz dz B_r(r, z) = 0.$$

Ainsi, $B_r \approx -\frac{r}{2} \frac{dB_{axe}}{dz}$

B_r indique l'inclinaison de la ligne de champ.

Il est le plus fort là où B_{axe} varie le plus.

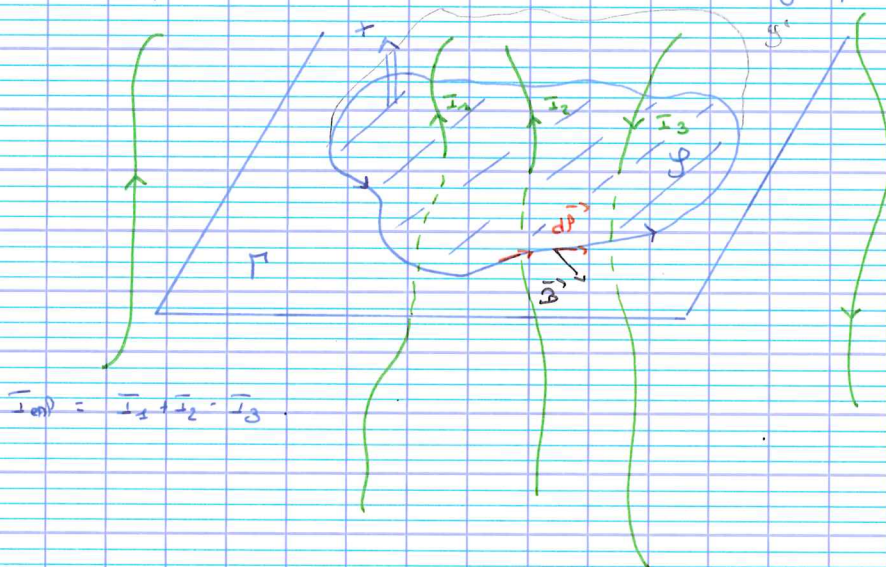
5. Circulation du champ magnétique

Théorème : Théorème d'Ampère

Soit Γ une courbe fermée orientée. Soit I_{enp} l'intensité totale des courants enlacés par Γ , algébrisés selon le sens de circulation choisi sur Γ . Alors, la circulation de \vec{B} le long de Γ est donnée par

$$\oint_{\Gamma} \vec{B}(M) \cdot d\vec{P} = \mu_0 I_{enp}$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ (perméabilité magnétique du vide).



Pour des courants volumiques, $\vec{I}_{\text{enp}} = \int_{\mathcal{V}} \vec{j} \cdot d\vec{S}'$.

On peut choisir \mathcal{S} ou \mathcal{S}' , pourvu qu'elle s'appuie sur Γ .
A travers \mathcal{S} ou \mathcal{S}' , \vec{I}_{enp} est le même grâce à l'hypothèse des courants permanents.

Si il n'y a que des courants volumiques,

$$\text{Stokes} \left\{ \begin{array}{l} \oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{P}' = \mu_0 \int_{\mathcal{V}} \vec{j} \cdot d\vec{S}' \\ \int_{\mathcal{S}} \text{rot}(\vec{B}) \cdot d\vec{S} = \mu_0 \int_{\mathcal{V}} \vec{j} \cdot d\vec{S}' \end{array} \right.$$

L'égalité a lieu pour toute surface \mathcal{S} , donc on en déduit :



$$\text{Equation de Maxwell-Ampère : } \forall M, \text{rot}(\vec{B}(M)) = \mu_0 \vec{j}(M).$$

Ceci rappelle $\text{rot}(\vec{v}) = 2\vec{\omega}$, le champ magnétique \vec{B} est analogue au champ de vitesse d'un écoulement incompressible tourbillonnant autour des courants.

6. Exemple : analyse d'une carte de champ

(cf. FIGURE 5).

$$\int_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{P}' > 0$$

$$\text{donc } \vec{I}_{\text{enp}} > 0.$$

Analyser les plans de symétrie et d'antisymétrie.

II. Exemples de champs créés par des courants permanents

1. Champ créé par un câble rectiligne infini

(cf. FIGURE 6)

On admet que \vec{I} est uniformément réparti.

$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie des sources,

\vec{B} Poi. est donc orthogonal.

donc $\vec{B} = B(r, \theta, \frac{z}{2}) \vec{u}_\theta$

* $r \geq a$: $\vec{I}_{enl} = \vec{I}$

$$A : B(r) \times 2\pi r = \mu_0 I$$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

* $r \leq a$:

$$\vec{I}_{enl} = \int_V \vec{j} \cdot d\vec{S} \vec{u}_z$$

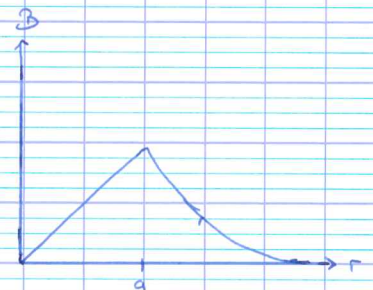
$$= \int_V \frac{\vec{I}}{\pi a^2} \vec{u}_z \cdot d\vec{S} \vec{u}_z$$

$$= \frac{\vec{I}}{\pi a^2} \times \pi r^2$$

$$= \vec{I} \frac{r^2}{a^2}$$

donc $A : B(r) \times 2\pi r = \mu_0 I \frac{r^2}{a^2}$

$$B(r) = \frac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$$



2. Champ créé par un solénoïde

(cf. FIGURE 7)

On néglige les effets de bords.

$(\vec{u}_r, \vec{u}_\phi, \vec{u}_z)$ est un plan d'antisymétrie des sources,
 \vec{B} lui appartient.

$(\vec{u}_r, \vec{u}_\phi, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie des sources,
 \vec{B} lui est orthogonal.

donc $\vec{B} = B(r, \phi) \vec{u}_z$ (solénoïde infini donc pas de dépendance en z).

On admet que $B(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} 0$.

$$\oint_{\mathcal{P}} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mathcal{B}(r)h - \mathcal{B}(r')h \\ = h(\mathcal{B}(r) - \mathcal{B}(r'))$$

* si $r' > a, r > a$: $\vec{i}_{enp} = 0$

$$A: h(\mathcal{B}(r') - \mathcal{B}(r)) = \mu_0 \times 0$$

$$\mathcal{B}(r) = \mathcal{B}(r').$$

\mathcal{B} est uniforme à l'extérieur, grâce à la limite admise, il est nul.

* si $r' > a, r < a$: $\vec{i}_{enp} = nh \vec{u}_z$.

$$A: h(\mathcal{B}(r) - \underbrace{\mathcal{B}(r')}_{=0}) = \mu_0 nh \vec{u}_z.$$

donc $\mathcal{B}(r) = \mu_0 n \vec{u}_z$ (le champ est uniforme dans le solénoïde).

On détermine l'autoinductance :

→

$$\Phi = LI$$

(solénoïde infini de longueur l).

flux magnétique propre (flux qui revient à lui-même)

1 spire : $\Phi_1 = \mu_0 n I \pi a^2$

$$\Phi = nP \times \Phi_1$$

$$= \mu_0 n^2 P \pi a^2$$

→

$$L = \mu_0 n^2 P \pi a^2$$

H

H.M⁻¹

3. Champ créé par une bobine plate

(cf. FIGURE 8)

$I = N i$ ← intensité dans une seule spire
 ↑
 nombre de tours

On a vu que :

$$\vec{B} = B_r \vec{u}_r + B_z \vec{u}_z$$

+ pour $r=0$, $\vec{B} = B_{axe}(z) \vec{u}_z$

+ $B_r \approx -\frac{r}{2} \frac{dB_{axe}}{dz}$ lorsque $r \ll a$.

On admet que : $B_{axe}(z) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}}$

donc $B_r = \frac{-\mu_0 I}{4} r a^2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) \frac{2z}{(a^2 + z^2)^{5/2}}$

$$= \frac{3}{4} \mu_0 I \frac{a^2 r z}{(a^2 + z^2)^{5/2}}$$

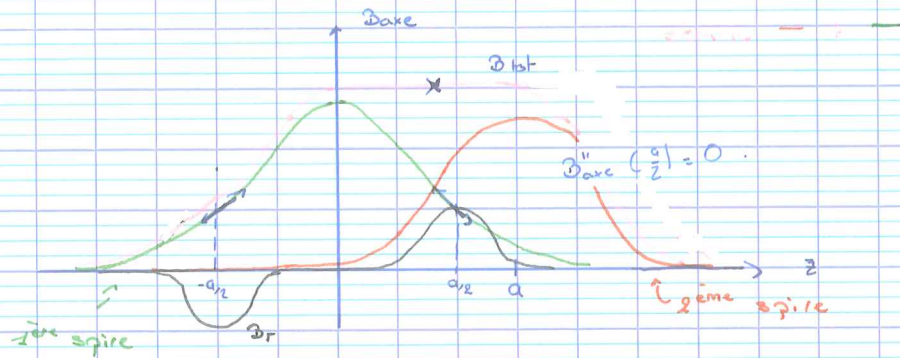
$z=0$

Ici $B(-z) = -B(z)$

↳ par rapport au plan $z=0$.



B_{axe} est paire en z et B_r est impaire en z .



En combinant deux spires de rayons a , placées à une distance a l'une de l'autre, on obtient une bobine de Helmholtz. Le champ est presque uniforme au milieu.

$$B_{tot,z} = B_{axe}(z) + B_{axe}(z-a)$$

Au voisinage du centre, $z = \frac{a}{2} + \epsilon$.

$$\begin{aligned} B_{tot} &= B_{axe}\left(\frac{a}{2} + \epsilon\right) + B_{axe}\left(-\frac{a}{2} + \epsilon\right) \\ &= B_{axe}\left(\frac{a}{2} + \epsilon\right) + B_{axe}\left(\frac{a}{2} - \epsilon\right) \\ &\approx 2B_{axe}\left(\frac{a}{2}\right) + \epsilon \underbrace{\frac{dB_{tot}}{dz}}_{0}\left(\frac{a}{2}\right) + \frac{\epsilon^2}{2} \underbrace{\frac{d^2 B_{tot}}{dz^2}}_{\text{s'annule (point d'inflexion)}} + \frac{\epsilon^3}{3} \underbrace{\frac{d^3 B_{tot}}{dz^3}}_{0}\left(\frac{a}{2}\right) + o(\epsilon^3). \end{aligned}$$

(pas symétrique avec le terme en ϵ).

Il y a donc de très petites variations seulement au centre ($o(\epsilon^3)$).

III. Dipôles magnétiques

1. Moment dipolaire d'une boucle de courant.

(cf. FIGURE 9)

Pour un petit circuit, on pose :

→

$$\vec{M} = i \vec{S}$$

moment dipolaire

(attention à l'orientation)

$$\text{spire : } \vec{M} = i \pi a^2 \vec{u}$$

\vec{M} caractérise le champ magnétique produit par le circuit et les efforts que le circuit subit.

Approximation dipolaire : $a \ll$ autres distances

2. Champ magnétique produit

(cf. FIGURE 10)

$$\vec{B}(r, \theta) = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos(\theta) \vec{u}_r + \sin(\theta) \vec{u}_\theta)$$

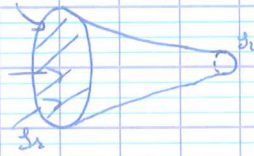
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} [3(\vec{M} \cdot \vec{u}_r) \vec{u}_r - \vec{M}]$$

$$r = OM \quad \text{et} \quad \vec{u}_r = \frac{\vec{OM}}{OM}$$

Formule indépendante d'un système de coordonnées, parfois plus pratique !

$$\vec{M} = M (\cos(\theta) \vec{u}_r - \sin(\theta) \vec{u}_\theta)$$

En O, les lignes de champ semblent se toucher : aberration!



$$\int_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

La surface ne peut pas se réduire à O (par conservation du flux).

L'allure précise près du circuit est donnée sur la FIGURE 8.

Remarque : pour $\theta = 0$.

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r^3} \vec{u}_z \quad \text{avec } r = z$$

Compatible avec le résultat de II.3. ($z \gg a$).

3. Matière aimantée



L'aimant crée le même champ qu'un petit circuit.

On lui attribue un moment dipolaire magnétique.

\vec{M} est expérimental.

En TP, on en verra : $\vec{M} = 12 \text{ A} \cdot \text{m}^2$.

Comparons avec un circuit de surface $S = 5 \text{ cm}^2$. $\odot i$

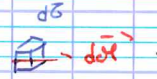
$$iS = M \quad \text{donc } i = \frac{M}{S} = \frac{12}{5 \cdot 10^{-4}} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ A}$$

Cela montre que ces aimants sont vraiment très puissants!

On définit le vecteur aimantation : $\vec{M} = \frac{d\vec{p}}{dV}$ (en $A.m^{-1}$).
(moment dipolaire par unité de volume)

Polarisation magnétique

$$\vec{J} = \mu_0 \vec{M} \quad (\text{en } T)$$



J mesure la force d'aimantation d'une matière aimantée.

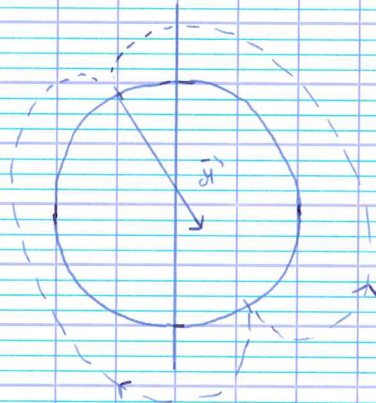
Pour les très bons aimants, $J \approx 1,5 T$.

\vec{M} est extensif

\vec{M}, \vec{J} sont intensifs.

Le fer peut s'aimanter lorsqu'on le plonge dans un champ magnétique puis se désaimanter.
 \Rightarrow acquiert \vec{M} puis le perd.

La Terre tout entière se comporte aussi comme un champ magnétique.



4. Efforts sur un dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique extérieur

Plongé dans \vec{B} , un dipôle subit des efforts.

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \text{grad}(\vec{M} \cdot \vec{B})_{M \text{ et } B} \\ &= (\vec{M} \cdot \text{grad}) \vec{B} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 * \text{ Couple: } \vec{\Gamma}_0 &= \vec{d} \wedge \vec{B}(0) \\
 * \vec{\tau} &= -\vec{d} \cdot \vec{\nabla} B(0)
 \end{aligned}$$

Cela se démontre à partir des forces de Laplace.

À l'équilibre, $\vec{\Gamma}_0 = \vec{0}$, \vec{d} et $\vec{B}(0)$ sont colinéaires.
 Le dipôle tend à tourner pour s'aligner sur le champ.
 Une fois aligné, le dipôle est attiré par la zone de forts champs.

A. Force exercée par une bobine plate sur un aimant
 (cf. FIGURE 11)

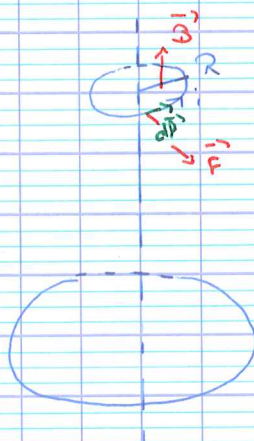
$$\vec{d} \cdot \text{grad} = d \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\begin{aligned}
 \vec{F} &= d \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z \right) \quad (\text{cf. I.3.}) \\
 &= \frac{\mu_0 I a^2}{2} \times d \times \left(\frac{-3}{2} \right) \frac{2z}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \vec{u}_z
 \end{aligned}$$

L'aimant est attiré par la spire, si on le retourne, \vec{d} devient $-\vec{d}$,
 \vec{d} est repoussé.

On remplace l'aimant par une spire de rayon R et d'intensité i .
 Alors, $d = \pi R^2 i$.

$$\begin{aligned}
 d\vec{F} &= i d\vec{l} \wedge \vec{B} \\
 &= i d\vec{l} \wedge (\vec{B}_z \vec{u}_z + \vec{B}_r \vec{u}_r) \\
 &= i d\vec{l} (\vec{B}_z \vec{u}_r - \vec{B}_r \vec{u}_z) \\
 &= i \vec{B}_z d\vec{l} \vec{u}_r - i \vec{B}_r d\vec{l} \vec{u}_z
 \end{aligned}$$



$$\vec{F}_1 = \underbrace{\oint i \vec{B} d\vec{l}}_{\vec{0}} \cdot \vec{u}_r + \int -i \vec{B}_r d\vec{l} \cdot \vec{u}_z$$

$$= -i \vec{B}_r \times 2\pi R \vec{u}_z$$

$$= -i \left(\frac{-R}{z} \frac{d\vec{B}_{axe}}{dz} \right) \times 2\pi R \vec{u}_z \quad \text{cf. I.4.}$$

$$= i \pi R^2 \frac{d\vec{B}_{axe}}{dz} \vec{u}_z$$

$$= d \left(\frac{d\vec{B}_{axe}}{dz} \vec{u}_z \right) \quad (\text{même résultat!})$$

3. Force exercée sur un circuit rectangulaire

(cf. FIGURE 12)

$$\vec{B} = \vec{B}_x(x) \vec{u}_x + \vec{B}_z(x) \vec{u}_z$$

Si \vec{B} est uniforme,

$$\vec{F} = \oint i d\vec{l} \wedge \vec{B} = i \underbrace{\left(\oint d\vec{l} \right)}_{=\vec{0}} \wedge \vec{B} = \vec{0}$$

$$\text{Sinon, } \vec{F}_x = \int_F i d\vec{l} \wedge \vec{B} = -i \int d\vec{l} \cdot \vec{B}_z \vec{u}_y$$

$$\vec{F}_z = \int i d\vec{l} \cdot \vec{B}_x \vec{u}_y$$

On remarque que $\vec{F}_x + \vec{F}_z = \vec{0}$.

$$\vec{F}_y = \int i d\vec{l} \wedge (\vec{B}_x \vec{u}_x + \vec{B}_z \vec{u}_z)$$

$$= -i \vec{B}_x b \vec{u}_z + i b \vec{B}_z \vec{u}_x$$

$$\vec{F}_y = i b \vec{B}_z \vec{u}_x - i b \vec{B}_x \vec{u}_z$$

$$\begin{aligned}
 \text{donc } \vec{F}_{\text{tot}} &= ib(\beta_{x_1} - \beta_{x_2})\vec{u}_z - ib(\beta_{z_1} - \beta_{z_2})\vec{u}_x \\
 &= ib\left(-\partial_x \frac{\partial \beta_z}{\partial x}\right)\vec{u}_z - ib\left(-\partial_x \frac{\partial \beta_z}{\partial x}\right)\vec{u}_x \\
 &= \mathcal{H} \left(\frac{\partial \beta_z}{\partial x} \vec{u}_x - \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \vec{u}_z \right)
 \end{aligned}$$

Autre méthode :

$$\vec{F} = (\mathcal{H} \nabla) \vec{\beta}$$

$$\vec{\mathcal{H}} = iab\vec{u}_z = dU\vec{u}_z$$

$$\text{donc } \vec{\mathcal{H}} \cdot \vec{\nabla} = \mathcal{H} \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\text{donc } \vec{F} = \mathcal{H} \frac{\partial}{\partial z} (\beta_{x_1} \vec{u}_x + \beta_{z_1} \vec{u}_z)$$

$$= \mathcal{H} \left(\frac{\partial \beta_x}{\partial z} \vec{u}_x + \frac{\partial \beta_z}{\partial z} \vec{u}_z \right)$$

$$\text{or, } \text{div}(\vec{\beta}) = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \beta_x}{\partial x} + \frac{\partial \beta_z}{\partial z} = 0$$

$$\text{donc } \frac{\partial \beta_x}{\partial x} = -\frac{\partial \beta_z}{\partial z}$$

$$\text{et } \text{rot}(\vec{\beta}) = \mu_0 \vec{j}(\mathcal{H}) = \vec{0}$$

$$\begin{pmatrix} \partial_x \\ \partial_y \\ \partial_z \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial_z \beta_x - \partial_x \beta_z \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \frac{\partial \beta_x}{\partial z} = \frac{\partial \beta_z}{\partial x}$$

$$\text{On retrouve bien : } \vec{F} = \mathcal{H} \left(\frac{\partial \beta_z}{\partial x} \vec{u}_x - \frac{\partial \beta_x}{\partial z} \vec{u}_z \right)$$

Couple subi :

$$* \vec{\Gamma}_c = \vec{CG}_1 \wedge \vec{F}_1 + \vec{CG}_2 \wedge \vec{F}_2 + \vec{CG}_3 \wedge \vec{F}_3 + \vec{CG}_4 \wedge \vec{F}_4$$

(formule des forces de Laplace).

* ou bien, on peut utiliser :

$$\vec{\tau}_c = \vec{\mu} \wedge \vec{B}(C) = \mu \vec{u}_z \wedge (B_{0x} \vec{u}_x + B_{0z} \vec{u}_z)$$

$$\tau_c = \mu B_{0x} \vec{u}_y \quad \mu_{cy} > 0 \quad \downarrow$$

C'est la tendance de $\vec{\mu}$ à s'aligner sur le champ.

IV. Aspects microscopiques du magnétisme

Les aimants comme les courants créent \vec{B} ?

Seraient-ils électriques ?

1. Magnétisme orbitalaire

(cf. FIGURE 14)

L'électron se comporte comme un circuit.

$$\vec{\mu} = -i \vec{S} \quad \vec{S} = -\pi r^2 \vec{u}_z \quad i = \frac{e}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

temps que l'e- met à faire un tour.

$$\begin{aligned} \vec{\mu} &= -\frac{e}{2\pi/\omega} \pi r^2 \vec{u}_z \\ &= -\frac{e r^2 \omega}{2} \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$\mu = \gamma \vec{L} \quad \text{où } \gamma = \frac{q}{2m}$$

rapport gyromagnétique

$$\begin{aligned} \vec{L}_o &= \vec{O}H \wedge m \vec{v} \\ &= r \vec{u}_r \wedge m r \omega \vec{e}_\theta \\ &= m r^2 \omega \vec{u}_z \end{aligned}$$

donc $\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_o$

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{L}_o$$



Une particule qui possède un moment cinétique possède un moment magnétique.

On pose : $\gamma = \frac{gq}{2m}$ où g est un facteur sans dimension.

Pour l'électron, $g = 1$.

2. Quantification de \vec{L}

Le moment cinétique est quantifié. (il ne peut prendre que certaines valeurs indexées par un entier).

Pour le mouvement orbitalaire, on a :

$$L_z = \vec{L} \cdot \vec{u}_z = m_p \hbar$$

↑
nombre quantique magnétique.
 $m_p \in \{-l; -l+1; \dots; l\}$.

\hbar : constante de Planck

réduite $\hbar = \frac{h}{2\pi}$

\hbar est un moment cinétique

donc M_z est quantifié :

$$\begin{aligned} M_z &= \gamma L_z \\ &= \frac{-e}{2m} \times m_p \hbar \\ &= -m_p \times \frac{e\hbar}{2m} \end{aligned}$$

→

On pose $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$. μ_B est le magnéton de Bohr.

C'est l'ordre de grandeur du moment magnétique des particules.

$$\mu_B = 9 \cdot 10^{-24} \text{ A.m}^2$$

Analyse dimensionnelle :

$$[h] = \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-1} \quad \text{car} \quad E = h\nu$$

$$[e] = \text{IT}$$

$$[\mu_B] = \left[\frac{eh}{2m} \right] = \frac{\text{IT} \cdot \text{M} \cdot \text{L}^2 \cdot \text{T}^{-1}}{\text{M}} = \text{IL}^2$$

3. Magnétisme de spin et magnétisme atomique

* Dans un atome, il faut tenir compte de tous les électrons en orbite.

* Un électron, même immobile, possède un moment cinétique intrinsèque : c'est le spin.

Ce moment cinétique est noté \vec{S} . Il est quantifié.

$$S_z = m_s h \quad \text{où} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}, \quad \uparrow \text{ ou } \downarrow$$

Le moment magnétique associé est $\mu_z = g S_z$.

$$\text{où } g = \frac{g_f}{2m} \quad \text{avec} \quad g_f = 2,0 \quad \text{pour un électron.}$$

S_z et μ_z peuvent prendre deux valeurs seulement.

→ Expérience de Stern-Gerlach.

(cf. document).

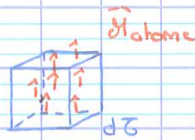
* Pour un atome complet, il faut tenir compte de l'orbite (nombre quantique l) et du spin (nombre quantique s) de chaque électron.

$$\mu_{z \text{ atome}} \lesssim 99 \text{ fois } \mu_B$$

4. Estimation de l'aimantation magnétique maximale d'un solide

L'aimantation est l'effet macroscopique dû au moment magnétique de nombreux atomes.

Cas idéal :



Dans dV , il y a $n dV$ atomes.

Ce volume possède alors : $d\vec{M} = n dV \vec{M}_{\text{atome}}$

$$\vec{M} = \frac{d\vec{M}}{dV} = n \vec{M}_{\text{atome}}$$

$$M_z = n M_{\text{atome}z} = \frac{\rho dV}{M_{\text{mol}}} \times \text{qqfois } \mu_B$$

$$\text{Fe : } \rho = 8 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$M_{\text{mol}} = 56 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$\text{qqfois} = 6$$

$$\text{A.N. } M_z = 5 \cdot 10^6 \text{ A} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$J_z = \mu_0 M_z = 6 \text{ T}$$

Pour les meilleurs aimants aujourd'hui, $J_z \sim 2 \text{ T}$.

