

CHAPITRE 20 : ONDES ACOUSTIQUES DANS LES FLUIDES

I. Equation de propagation

1. Approximation acoustique

Une onde acoustique est une vibration de l'air avec changement de pression et de masse volumique.

On note p_0 et ρ_0 la pression et la masse volumique

$$p(x, t) = p_0 + \delta p(x, t) \quad \text{avec} \quad \delta p \ll p_0$$

$$\rho(x, t) = \rho_0 + \rho(x, t) \quad \text{avec} \quad \rho \ll \rho_0$$

$$\vec{v}(x, t) = \vec{0} + \vec{v}(x, t) \quad \text{avec} \quad v \ll c \quad (c = 340 \text{ m.s}^{-1})$$

On considère le fluide parfait. Les particules fluides évoluent de manière adiabatique réversible.

On néglige la gravité.

On négligera tous les termes d'ordre 2.

$$\rho \left(\frac{d\vec{v}}{dt} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \right) = -\vec{\nabla} p$$

$$(\underbrace{\rho_0 + \delta \rho}_{\text{ordre 1}}) \left(\underbrace{\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\text{ordre 1}} + \underbrace{(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}}_{\text{ordre 2}} \right) = -\vec{\nabla} (\underbrace{p_0 + \rho}_{\text{ordre 1}})$$

Ainsi, on en déduit l'équation d'Euler linéarisée :

$$\rho_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = -\vec{\nabla} p$$

Analyse d'ordre de grandeur :

$$\| (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \| \sim \frac{v^2}{\lambda} \quad \text{et} \quad \left\| \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right\| \sim \frac{v}{T}$$

$$\frac{\| (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} \|}{\left\| \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right\|} \sim \frac{v^2}{\lambda} \times \frac{T}{v} = \frac{v}{c}$$

Le terme convectif de l'équation est donc négligeable

Puisque $v \ll c$.

* Conservation de la masse :

$$\operatorname{div}(\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\operatorname{div}((\rho_0 + \delta \rho) \vec{v}) + \frac{\partial (\rho_0 + \delta \rho)}{\partial t} = 0$$

→ Ainsi, on en déduit l'équation de conservation linéarisée :

$$\rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) + \frac{\partial (\delta \rho)}{\partial t} = 0$$

Remarque : $\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{v})$

L'approximation acoustique implique $\frac{\partial}{\partial t} \approx \frac{\partial}{\partial T}$.

Il y a deux équations et 3 champs inconnus, on ne peut pas résoudre le problème.

2. Hypothèse thermodynamique

On appelle χ la compressibilité, définie par :

$$\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T \quad (\text{compressibilité isotherme})$$



$$\chi_S = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S \quad (\text{compressibilité isentropique})$$

Une particule fluide a une masse $m = \rho V$ constante.

Dérivée du Ph :

$$0 = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S + \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_S$$

$$\text{donc } \chi_S = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_S$$

$$\text{ici, } \chi_S = \frac{1}{\rho_0} \frac{\delta \rho}{\delta P}$$



Ainsi, on a : $\delta \rho = \rho_0 \chi_S \delta P$

3. Equation de d'Alembert pour $\rho(\mathbf{r}, t)$

$$\ast \text{ CL : } \rho_0 \operatorname{div}(\vec{v}) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \chi_S \rho) = 0$$

$$\operatorname{div}(\vec{v}) = -\chi_S \frac{\delta \rho}{\delta t} \quad (\text{CL}')$$

$$\ast \text{ EL : } \rho_0 \frac{\delta \vec{v}}{\delta t} = -\vec{\nabla} \rho$$

* Cas 1D :

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \quad \text{et} \quad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = -\chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \qquad \rho_0 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} = -\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

donc $\rho_0 \left(-\chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) = -\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$

donc $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$

* Cas 3D :

$$\text{div EL} : \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \text{div}(\vec{v}) = -\text{div}(\vec{\nabla} p)$$

$$\text{(CL')} : \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \right) = -\Delta p$$

Ainsi, on en déduit l'équation de d'Alembert en trois dimensions :

$$\Delta p - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

On identifie :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_s}}$$

4. Valeurs numériques de c

* Pour les gaz, on fait l'hypothèse d'un gaz parfait :

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad \text{donc} \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{Mp}{RT}$$

$$\text{donc} \quad \rho_0 = \frac{Mp_0}{RT_0}$$

S = cste et on considère un gaz parfait.

On peut appliquer la loi de Laplace à une particule fluide :

$$pV^\gamma = \text{cste}$$

$$\frac{1}{p} + \gamma \frac{dV}{V} \Big|_s = 0$$

$$\text{donc} \quad \chi_s = - \frac{1}{V} \frac{dV}{dp} \Big|_s = \frac{1}{\gamma p}$$

$$\text{Pour nous,} \quad \chi_s = \frac{1}{\gamma p_0}$$

$$\text{donc} \quad c = \sqrt{\frac{1}{\frac{Mp_0}{RT_0} \times \frac{1}{\gamma p_0}}}$$



Ainsi, $c = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{M}}$

A.N. air à 298 K, $\gamma = \frac{7}{5}$. $c = 343 \text{ m.s}^{-1}$

Cette valeur est confirmée par l'expérience.

N.B.: OdG

$$\chi_3(\text{gaz}) \sim 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$$

$$\chi_3(\text{liquide}) \sim 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

* Pour les Piquides :

$$c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_3}} \quad \leftarrow$$

A.N. eau : $c = 1,5 \text{ km.s}^{-1}$

$$\chi_3 = \frac{1}{\rho_0 c^2} = \frac{1}{10^3 (1,5 \cdot 10^3)^2} \approx 5 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$$

5. Validation des hypothèses

A 120 dB , $p = 30 \text{ Pa}$.

* $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$, donc $p \ll p_0$ OK!

* $\delta p = \rho_0 \chi_3 p$

$$\frac{\delta p}{p_0} = \chi_3 p = \frac{1}{\rho_0 p_0} p \ll 1 \quad (\text{car } p \ll p_0)$$

* $v = \frac{p}{\rho_0 c} \approx 7 \text{ cm.s}^{-1}$, donc $v \ll c$ OK!

* Adiabatique ?

Pendant $\frac{T}{2}$, le transfert ~~théorique se fait~~ ^{théorique se fait} à $\delta \approx \sqrt{2} \frac{T}{2}$.

L'hypothèse adiabatique est valable si $\delta \ll \frac{\lambda}{2}$.

$$\sqrt{\frac{2T}{2}} \ll \frac{\lambda}{2} \quad \text{donc} \quad \frac{2T}{2} \ll \frac{\lambda^2}{4}$$

$$D \frac{1}{f} \ll \left(\frac{c}{f}\right)^2 \frac{1}{2}$$

donc $f \ll \frac{c^2}{2D}$

A.N. air $\frac{c}{2D} \approx 6 \cdot 10^9 \text{ Hz}$

L'hypothèse adiabatique est bien vérifiée.

II. Structure des ondes planes progressives harmoniques

1. Onde plane progressive harmonique

(cf. FIGURE 1)

* Ici, l'onde est en 3D :

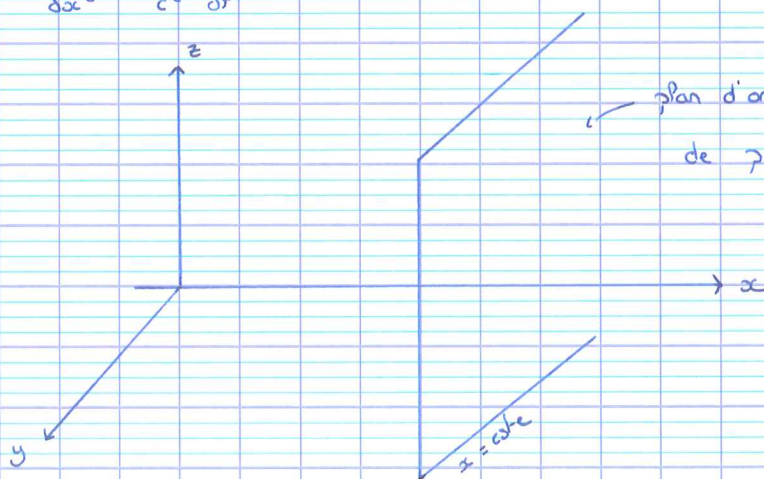
$$p(x, t) = p(x, y, z, t)$$

(contre $f(x, t)$).

* Une onde en 3D est dite plane si $p(x, y, z, t) = p(x, t)$

$$\Delta p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$



Solution générale : $p = \underbrace{p_+(x-ct)}_{\text{OPP}} + \underbrace{p_-(x+ct)}_{\text{OPP}}$ \leftarrow

Si $p = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$ ($\omega = ck$)
 OPPH

* OPP générale :

Sur la figure 1, on a une OPP où $\alpha \rightarrow \vec{OH} = \vec{OH} \cdot \vec{u}$

OPP : $p = p_+ (\vec{OH} \cdot \vec{u} - ct)$

OPPH : $p = A \cos(k \vec{u} \cdot \vec{OH} - \omega t + \varphi_0)$.

On note $\vec{k} = k \vec{u}$
 vecteur d'onde pulsation spatiale.

2. Caractère longitudinal des OPPH, impédance acoustique.

OPPH : $p = A \cos(kx - \omega t + \varphi_0)$

EL : $\rho_0 \frac{\delta v}{\delta t} = -\nabla p$
 $= kA \sin(kx - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_x$

$\vec{v} = \frac{kA}{\rho_0} \frac{1}{\omega} \cos(kx - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_x + \vec{KCH}$

N.B. : \vec{KCH} représente
 un écoulement et non
 le son, on l'écoute



Ainsi, $\vec{v} = \frac{1}{\rho_0 c} p \vec{u}_x$

\vec{v} est colinéaire à \vec{u}_x , l'onde est longitudinale.

→

$$\text{On pose } p = Zv = Z\vec{v} \cdot \vec{u}_x$$

On appelle Z l'impédance acoustique.

(Analogie à $U = Zi$).

$$i = \frac{m\dot{v}}{N}, v = \frac{p}{N}$$

Plus Z est grand, plus le fluide résiste à la mise en mouvement de ses particules fluides sous l'effet de p .

Pour une OPH vers les x croissants, $Z = \rho_0 c$.

Attention au signe, pour une OPH vers les x ↓, $Z = -\rho_0 c$.

En cas d'hésitation, revenir à EL.

N.B.: refaire la démonstration. Le résultat s'applique plus généralement sur une OPH ($p = p_r(x-ct)$).

3. Notation complexe pour les OPH.

$$\text{On pose : } p = \text{Re}(z) \text{ où } z = Ae^{j(kx - \omega t + \varphi_0)}$$

$$\text{ou } z = Ae^{j(\vec{k} \cdot \vec{OH} - \omega t + \varphi_0)}$$

$$\text{et } \vec{v} = \text{Re}(\vec{v}) \quad \text{où } v = v_0 e^{j(kx - \omega t + \varphi_0)}$$

$$\text{ou en 3D : } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_{0x} e^{j(\vec{k} \cdot \vec{OH} - \omega t + \varphi_{0x})} \\ v_{0y} e^{j(\vec{k} \cdot \vec{OH} - \omega t + \varphi_{0y})} \\ v_{0z} e^{j(\vec{k} \cdot \vec{OH} - \omega t + \varphi_{0z})} \end{pmatrix}$$

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0x} e^{j\varphi_{0x}} \\ v_{0y} e^{j\varphi_{0y}} \\ v_{0z} e^{j\varphi_{0z}} \end{pmatrix}$$

$$\text{donc } \vec{v} = \vec{v}_0 e^{j(\vec{k} \cdot \vec{OH} - \omega t)}$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 e^{j(k_x x + k_y y + k_z z - \omega t)}$$

De même,

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -j\omega \vec{v}$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = jk_x \vec{v}$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial y} = jk_y \vec{v}$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial z} = jk_z \vec{v}$$

Dès lors, $\vec{\nabla} \vec{v} = j\vec{k} \vec{v}$

Pour ces fonctions exponentielles, $\vec{\nabla} \rightarrow j\vec{k}$

Exemple : EL

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} \vec{p}$$

$$\rho_0 j\omega \vec{v} = -j\vec{k} \vec{p}$$

$$\text{Ainsi, } \vec{v} = \frac{\vec{k} \vec{p}}{\rho_0 \omega} = \frac{\vec{p}}{\rho_0 c} \vec{u}$$

$$\text{Re} \rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{p}}{\rho_0 c} \vec{u}$$

Exemple : Retrouvons $\omega = ck$

$$\Delta \vec{p} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{p}}{\partial t^2} = 0$$

$$(j\vec{k})^2 \vec{p} - \frac{1}{c^2} (-j\omega)^2 \vec{p} = 0$$

$$-k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} = 0$$

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad \text{donc} \quad k = \pm \frac{\omega}{c} \quad \text{i.e.} \quad \omega = \pm ck.$$

III. Aspect énergétique

1. Localisation et transport de l'énergie acoustique (cf. encadré)

On ne conserve que les termes d'ordre 2 pour l'énergie.
Les termes d'ordre 1 forment une moyenne nulle, nul besoin de les considérer.

Ces grandeurs permettent d'exprimer des bilans d'énergie, sous forme intégrale ou locale.

$$\text{div}(\vec{q}) + \frac{\partial e}{\partial t} = 0$$

Démonstration :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\vec{\nabla} p \quad \vec{v}$$

$$\text{div}(\vec{v}) = -\chi_0 \frac{\partial p}{\partial t} \quad p$$

$$\text{donc} \quad \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} v^2 \right) + p \text{div}(\vec{v}) = -\vec{v} \cdot \vec{\nabla} p - \chi_0 p \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} p^2 \right)$$

$$\text{donc} \quad \underbrace{\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \right)}_e + \underbrace{p \text{div}(\vec{v}) + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} p}_{\text{div}(\rho v^t)} = 0$$

2. Cas d'une OPPH

$$p = A \cos(kx - \omega t)$$

$$\begin{aligned} \star u &= \frac{1}{2} \chi_s \gamma^2 \\ &= \frac{1}{2} \chi_s A^2 \cos^2(kx - \omega t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \star e_c &= \frac{1}{2} \rho_0 v^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{\gamma^2}{\rho_0 c} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \frac{\gamma^2}{\rho_0 c^2} \end{aligned}$$

$$\text{or } c^2 = \frac{1}{\chi_s}$$

$$\text{donc } e_c = \frac{1}{2} \chi_s \gamma^2 = u$$

$$\begin{aligned} \star \vec{R} &= \gamma \vec{v} \\ &= \gamma \frac{\gamma}{\rho_0 c} \vec{u}_\alpha \\ &= \frac{\gamma^2}{\rho_0 c} \vec{u}_\alpha \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{or } e &= e_c + u \\ &= 2 \times \frac{1}{2} \chi_s \gamma^2 \\ &= \chi_s \gamma^2 \\ &= \frac{1}{\rho_0 c^2} \gamma^2 \end{aligned}$$

On remarque $\vec{R} = e \vec{u}_\alpha$

$$\text{Analogie : } \vec{j} = \rho \vec{v} \quad \vec{j}_e = e \vec{u}_\alpha$$

L'énergie est transportée par l'onde à la même vitesse que l'onde.

3. Intensité sonore et décibels

Comme en optique, on définit l'intensité sonore :

$$\bar{I} = \langle R \rangle \quad (\text{en } \text{W.m}^{-2})$$

De même, le niveau en décibels est défini par :

$$N_{dB} = \bar{I}_{dB} = 10 \log \left(\frac{\bar{I}}{\bar{I}_0} \right) \quad \text{où } \bar{I}_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$$

$$\bar{I} = \bar{I}_0 10^{\frac{N_{dB}}{10}}$$

Applications :

$$* \bar{I} = \bar{I}_0, \quad N_{dB} = 0 \text{ dB}$$

$$* \bar{I}_2 = 2\bar{I}_1$$

$$\begin{aligned} N_{dB_2} &= 10 \log \left(\frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_0} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{2\bar{I}_1}{\bar{I}_0} \right) \\ &= 10 \log \left(\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_0} \right) + 10 \log(2) \\ &= N_{dB_1} + 3 \text{ dB} \end{aligned}$$

$$* N_{dB_1} = 60 \text{ dB} \quad ; \quad N_{dB_2} = 30 \text{ dB}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{I}_0 10^{\frac{60}{10}} \\ &= \bar{I}_0 10^6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{I}_2 &= \bar{I}_0 10^{\frac{30}{10}} \\ &= \bar{I}_0 10^3 \end{aligned}$$

On postule que les deux sons sont incohérents.

$$\begin{aligned} \bar{I}_{\text{tot}} &= \bar{I}_1 + \bar{I}_2 \\ &= \bar{I}_0 (10^6 + 10^3) \\ &= \bar{I}_0 \times 10^6 (1 + 0,001) \\ &\approx \bar{I}_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{dB_{ref}} &= 10 \log \left(\frac{I_{ref}}{I_0} \right) \\
 &= 60 \text{ dB} + 10 \log (1,001) \\
 &= 60,004 \text{ dB}
 \end{aligned}$$

4. Valeurs numériques

(cf. TABLE 1)

$$p = A \cos(kx - \omega t)$$

$$R = \frac{p^2}{\rho c} = \frac{A^2}{\rho c} \cos^2(kx - \omega t)$$

$$I = \frac{A^2}{2\rho c}$$

Référence : $I_0 = \frac{A_0^2}{2\rho c}$

$$N_{dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{A^2}{A_0^2} \right)$$

donc $N_{dB} = 20 \log \left(\frac{A}{A_0} \right)$.

A.N. air $A_0 = \sqrt{2\rho c I_0} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$

$$A = A_0 \cdot 10^{\frac{N_{dB}}{20}}$$

Quand N_{dB} augmente de 20 dB, A est multipliée par 10 et P intensité est multipliée par 100.

$$v = \frac{A}{\rho c} \cos(kx - \omega t)$$

$$\frac{\delta \xi}{\delta t} = v \quad \xi : \text{déplacement}$$

$$\xi = \frac{-A}{\rho c \omega} \sin(kx - \omega t)$$

A.N. conversation $\omega = 2\pi f$

$$A \quad 1 \text{ kHz}, \quad \frac{A}{\rho c \omega} = \frac{7 \cdot 10^{-5}}{2\pi \times 1000} \approx 10^{-8} \text{ m}$$

On remarque que $\xi \ll \lambda$

IV. Ondes sphériques

1. Forme de l'onde sphérique harmonique

On prend $\gamma(r, \theta, \phi, t)$

$$\Delta \gamma - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \gamma}{\delta t^2} = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\delta^2}{\delta r^2} (r\gamma) - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2 \gamma}{\delta t^2} = 0$$

$$\frac{\delta^2}{\delta r^2} (r\gamma) - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2}{\delta t^2} (r\gamma) = 0$$

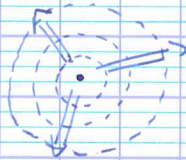
$$f = r\gamma \quad \frac{\delta^2}{\delta r^2} (f) - \frac{1}{c^2} \frac{\delta^2}{\delta t^2} (f) = 0$$

$$f = \gamma_+(r-ct) + \gamma_-(r+ct)$$

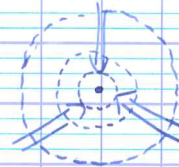
$$\text{donc } \gamma = \frac{1}{r} \gamma_+(r-ct) + \frac{1}{r} \gamma_-(r+ct)$$

OPH sphérique :

$$p = \frac{A}{r} \cos(kr - \omega t + \varphi_0) + \frac{B}{r} \cos(kr + \omega t + \varphi_0')$$



OS Divergente



OS Convergente

2. Champ de vitesse

$$\begin{aligned} \text{EL : } \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} &= -\vec{\nabla} p \\ &= \frac{A}{r^2} \cos(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r + \frac{kA}{r} \sin(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{donc } \vec{v} &= \frac{-A}{\rho r^2 \omega} \sin(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r + \frac{kA}{\rho r \omega} \cos(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r \\ &= \frac{-A}{\rho r^2 \omega} \sin(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r + \frac{A_0}{\rho r c} \cos(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r \end{aligned}$$

Ici, la pression et la vitesse ne sont pas proportionnelles.

Zone de rayonnement (zone Fraunhofer) :

$$\frac{A}{\rho r^2 \omega} \ll \frac{A}{\rho c r}$$

$$\frac{c}{\omega} \ll r$$

$$r \gg \frac{c}{\omega} = \frac{c}{2\pi f} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

i.e. $r \gg \lambda$

Dans cette zone, on peut négliger le premier terme, on

$$\text{trouve } \vec{v} \approx \frac{p}{\rho c} \vec{u}_r$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

On retrouve localement la structure d'une onde plane.

3. Puissance rayonnée

$$\begin{aligned} \vec{R} &= \vec{p} \cdot \vec{v} \\ &= \frac{-A^2}{\rho c r^3 \omega} \sin(kr - \omega t + \varphi_0) \cos(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r \\ &\quad + \frac{A^2}{\rho c r^2} \cos^2(kr - \omega t + \varphi_0) \vec{u}_r \\ \vec{I} &= \langle \vec{R} \rangle = \frac{A^2}{\rho c r^2} \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Puissance qui sort d'une sphère : $P = 4\pi r^2 \vec{I} = \frac{2\pi A^2}{\rho c}$

La puissance, en traversant des sphères, se conserve.

On comprend ainsi :

$$P = \text{cste}$$

$$\Rightarrow I \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow p \propto \frac{1}{r}$$

A.N. $P = 1 \text{ mW}$; $r = 1 \text{ m}$. $A = \sqrt{\frac{\rho_0 c P}{2\pi}}$

$$\begin{aligned} I &= \frac{P}{4\pi r^2} \\ &\approx 10^{-4} \text{ W.m}^{-2} \end{aligned} \quad N_{dB} = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \approx 80 \text{ dB}$$

Les haut-parleurs convertissent très peu de la puissance électrique en puissance mécanique.
Très mauvais rendement !

V. Effet Doppler (cf. poly.)

L'effet Doppler est un phénomène de changement de fréquence lorsqu'un récepteur et un émetteur sont en mouvement l'un par rapport à l'autre.

Le mouvement de la source et/ou de l'émetteur et/ou encore d'un réflecteur provoque un changement de fréquence.

On mesure $\Delta f = f' - f$ par une méthode de détection synchrone (détection homodyne).

VI. Passage d'une interface en incidence normale

1. Conditions de passage à l'interface

(cf. FIGURE 2)

L'onde incidente est $p_i = p_i(\alpha - ct)$

L'onde réfléchie est $p_r = p_r(\alpha + ct)$

L'onde transmise est $p_t = p_t(\alpha - ct)$.

On se donne p_i , on cherche p_r et p_t .

Conditions de passage en $x = x_0$:

* p et \vec{v} sont continues.

* pour p : conséquence du principe des actions réciproques

* pour \vec{v} : CB fluides parfaits.

$$[\vec{v}(x_0^+, t) - \vec{v}(x_0^-, t)] \cdot \vec{e}_x = 0$$

$$\text{ici, } \vec{v} = v \vec{e}_x.$$

$$\text{donc } v(x_0^+, t) = v(x_0^-, t).$$

2. Coefficients de réflexion et de transmission

$$* p : \quad p(x_0, t) = p(x_0', t)$$

$$p_i(x_0, t) + p_r(x_0, t) = p_t(x_0, t) \quad (CP)$$

$$* v : \quad v_i(x_0, t) + v_r(x_0, t) = v_t(x_0, t)$$

$$\text{donc} \quad \frac{p_i(x_0, t)}{Z_1} = \frac{p_r(x_0, t)}{Z_1} = \frac{p_t(x_0, t)}{Z_2} \quad (CV)$$

On pose :

(1)

$$r_p = \frac{p_r(x_0, t)}{p_i(x_0, t)} \quad T_p = \frac{p_t(x_0, t)}{p_i(x_0, t)}$$

$$CP : \quad 1 + r_p = T_p$$

$$CV : \quad 1 - r_p = T_p \frac{Z_1}{Z_2}$$

$$\text{donc} \quad 2 = T_p \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right)$$

Ainsi, on en déduit :

$$r_p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad T_p = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

3. Réflexion et transmission de l'intensité sonore

$$\vec{R}_i = p_i \vec{v}_i$$

$$\text{donc } R_i = \frac{p_i^2}{Z_1} \rightarrow$$

$$R_r = - \frac{p_r^2}{Z_1} \rightarrow$$

$$R_t = \frac{p_t^2}{Z_2} \rightarrow$$

On définit respectivement les coefficients de réflexion et de transmission de l'intensité sonore :

$$R = \frac{|R_r(x_0, t)|}{R_i(x_0, t)} \quad T = \frac{R_t(x_0, t)}{R_i(x_0, t)}$$

On a :

$$R = \frac{p_r^2(x_0, t)}{p_i^2(x_0, t)} = \Gamma_p^2 = \left(\frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \right)^2$$

$$T = \frac{p_t^2(x_0, t) Z_2}{Z_2 p_i^2(x_0, t)} = \frac{Z_2}{Z_1} \Gamma_T^2 = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

La conservation de l'énergie implique $R + T = 1$, ce qu'on peut vérifier.

4. Cas particuliers et applications

* Interface air/eau

$$Z_1 = 410 \text{ Sl}$$

$$Z_2 = 1,4 \cdot 10^6 \text{ Sl}$$

$$\bar{T} = 1,2 \cdot 10^{-3}$$

$$R = 0,9988$$

$$\bar{T}_{dB} = 10 \log(\bar{T})$$

$$= -29 \text{ dB}$$

N.B.: exemple

de l'échographie

Pour une bonne transmission d'une onde, on souhaite

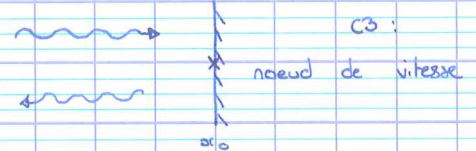
avoir $Z_1 = Z_2$, donc $R = 0$ et $\bar{T} = 1$.

* $Z_2 \gg Z_1$ (matériau 2 «très dur»). ($\sim Z_2 \rightarrow +\infty$).

$$r_p \rightarrow 1, R \rightarrow 1, \bar{T} \rightarrow 0$$

Retrouvons le :

$$\begin{cases} p_i = A \cos(\omega t - kx) \\ v_i = \frac{A}{Z_1} \cos(\omega t - kx) \end{cases}$$



$$\begin{cases} p_r = B \cos(\omega t + kx + \varphi) \\ v_r = \frac{-B}{Z_1} \cos(\omega t + kx + \varphi) \end{cases}$$

Au noeud de vitesse, $v_i + v_r = 0$

$$v_i(x_0) + v_r(x_0) = 0$$

$$\text{donc } \frac{A}{Z_1} \cos(\omega t - kx_0) = \frac{B}{Z_1} \cos(\omega t + kx_0 + \varphi)$$

$$\text{donc } A = B \text{ et } \varphi = -2kx_0$$

$$\begin{aligned} p &= p_i + p_r \\ &= 2A \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(kx + \frac{\varphi}{2}\right) \\ &= 2A \cos(\omega t - kx_0) \cos(kx - kx_0) \end{aligned}$$

p est donc une OS avec un ventre de pression
en $x = x_0$.

$$v = \frac{-2A}{Z_1} \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(-kx - \frac{\varphi}{2}\right)$$
$$= \frac{2A}{Z_1} \sin(\omega t - kx_0) \sin(kx - kx_0)$$

\hookrightarrow OS avec noeud de vitesse en $x = x_0$.

$$B = A \text{ donc } r_p = 1.$$

$$\text{donc } R = 1 \text{ et } T = 0.$$

* $Z_2 \ll Y_1$ (matériau)

$$r_p \rightarrow -1, \quad R \rightarrow 1 \text{ et } T \rightarrow 0.$$

On peut retrouver ces résultats avec les CB :

$$* p(x_0, t) = 0$$

$$\hookrightarrow p_i(x_0, t) + p_r(x_0, t) = 0$$

$$\text{donc } B = -A$$

$$\hookrightarrow r_p = -1, \quad R = 1 \text{ et } T = 0.$$

5. Modes propres et résonance d'un tuyau sonore

(cf. FIGURE 3)

* Bord fermé :

\hookrightarrow noeud de v

\hookrightarrow ventre de p

* Bord ouvert :

\hookrightarrow noeud de p

\hookrightarrow ventre de v .

Avec la longueur L , on détermine λ .

On trouve ainsi les fréquences propres de certains instruments de musique, et leur spectre.

Ces tuyaux résonnent sous l'effet d'une excitation donnant une condition de bord ouverte ou fermée.

