I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

Introduction à la mécanique quantique

Lycée Henri Poincaré, Classe de PC*

I. Dualité onde-particule

I. Dualité onde-particule

II. Interprétation des ondes de de Broglie

III. Équation de Schrœdinger (1925)

IV. États stationnaires

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire

Relation de Planck-Einstein

$$E = h\nu \qquad h = 6,626.10^{-34} \text{ J.s}$$

Impulsion du photon

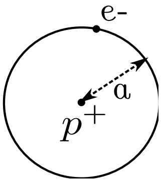
$$p = \frac{E}{c}$$

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)

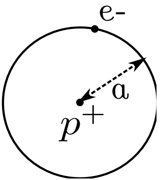
I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)



I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)



I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)

Hypothèse de Louis de Broglie

À toute particule libre d'énergie E et de quantité de mouvement $\vec{p}$, on associe une onde plane progressive de fréquence $\nu = E/h$ et de longueur d'onde $\lambda = h/p$ se propageant dans la direction de $\vec{p}$.

I. Dualité onde-particule

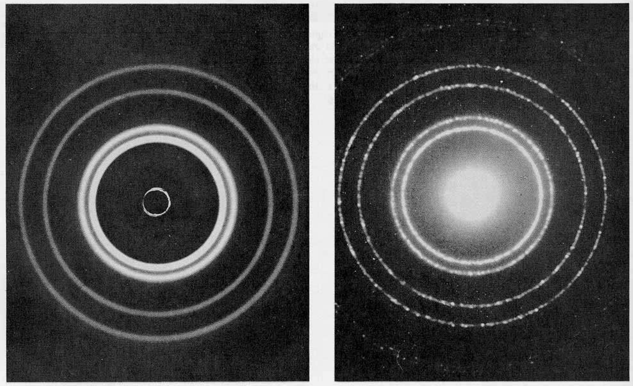
1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)
4. Manifestations du caractère ondulatoire de la matière

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)
4. Manifestations du caractère ondulatoire de la matière
   ☛ Approche documentaire PCSI

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)
4. Manifestations du caractère ondulatoire de la matière



I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)
4. Manifestations du caractère ondulatoire de la matière
5. Échelle des phénomènes quantiques

I. Dualité onde-particule

1. Deux descriptions de la lumière
2. Le photon ou la revanche de la vision corpusculaire
3. Relation de Louis de Broglie (1924, Nobel 1929)
4. Manifestations du caractère ondulatoire de la matière
5. Échelle des phénomènes quantiques

Critère pratique

Soit S, de dimension ML^2T^{-1}, l'action caractéristique d'un problème physique.

- Si $S \gg \hbar$, la physique classique est suffisante.
- Si $S \simeq \hbar$, le traitement quantique s'impose.

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
   a. Rappel d'optique

Introduction à la mécanique quantique

I. Dualité onde-particule

II. Interprétation des ondes de de Broglie

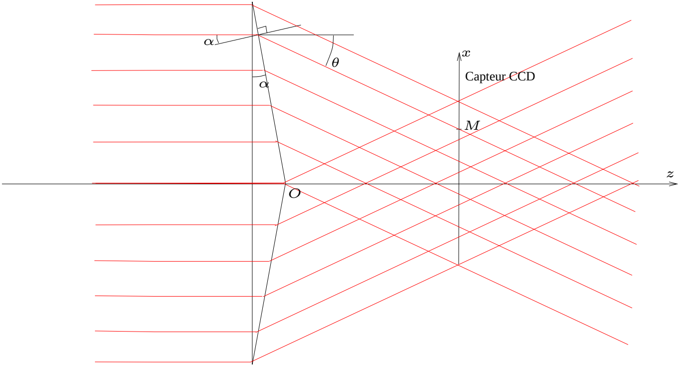
III. Équation de Schrœdinger (1925)

IV. États stationnaires

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule

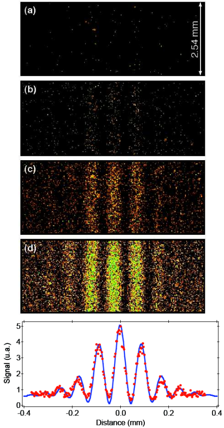
   b. Une expérience d'interférences avec de la lumière



II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule

   b. Une expérience d'interférences avec de la lumière

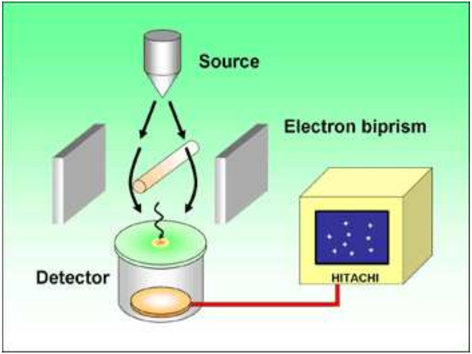


▸ biprisme_movie.mov

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule

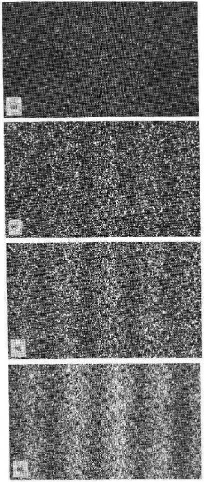
   c. Une expérience d'interférences avec de la matière



II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule

   c. Une expérience d'interférences avec de la matière



doubleslite-tonomura.wmv

Introduction à la mécanique quantique

I. Dualité onde-particule

II. Interprétation des ondes de de Broglie

III. Équation de Schrœdinger (1925)

IV. États stationnaires

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
   - Lumière et matière : comportements analogues.

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
   - Lumière et matière : comportements analogues.
   - Franges d'interférences : aspect résolument ondulatoire.

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
   - Lumière et matière : comportements analogues.
   - Franges d'interférences : aspect résolument ondulatoire.
   - Aspect indivisible de l'excitation du récepteur : fondamentalement corpusculaire.

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
   - Lumière et matière : comportements analogues.
   - Franges d'interférences : aspect résolument ondulatoire.
   - Aspect indivisible de l'excitation du récepteur : fondamentalement corpusculaire.
     ➜ Dualité onde-corpuscule

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
   - Lumière et matière : comportements analogues.
   - Franges d'interférences : aspect résolument ondulatoire.
   - Aspect indivisible de l'excitation du récepteur : fondamentalement corpusculaire.
     ➜ Dualité onde-corpuscule
   - Abandon du concept de trajectoire

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
   - Lumière et matière : comportements analogues.
   - Franges d'interférences : aspect résolument ondulatoire.
   - Aspect indivisible de l'excitation du récepteur : fondamentalement corpusculaire.
     ➜ Dualité onde-corpuscule
   - Abandon du concept de trajectoire
   - Aspect aléatoire, $I(M) \propto$ proba de présente en M.

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
3. Fonction d'onde

En mécanique quantique, on décrit l'état d'une particule par une fonction $\Psi(M,t)$ à valeurs dans $\mathbb{C}$. À l'instant t, la probabilité de présence de la particule dans un volume infinitésimal $d\tau$ au voisinage du point M est proportionnelle à $|\Psi(M,t)|^2\,d\tau$.

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
3. Fonction d'onde
4. Lien avec avec le concept d'orbitale en chimie

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
3. Fonction d'onde
4. Lien avec avec le concept d'orbitale en chimie
5. Principe de superposition

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

1. Interférences particule par particule
2. Analyse des expériences d'interférences particule par particule
3. Fonction d'onde
4. Lien avec avec le concept d'orbitale en chimie
5. Principe de superposition

Si un système quantique peut se trouver dans des états décrits par des fonctions d'onde $\psi_1(M,t)$ et $\psi_2(M,t)$, alors il peut aussi se trouver dans l'état $\psi(M,t) = c_1\psi_1(M,t) + c_2\psi_2(M,t)$ avec $c_1 \in \mathbb{C}$ et $c_2 \in \mathbb{C}$.

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

6. Paquets d'ondes libres

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

6. Paquets d'ondes libres

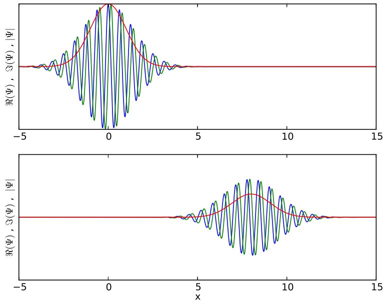


Figure – En bleu : $\Re(\Psi)$, en vert : $\Im(\Psi)$, en rouge : $|\Psi|^2$. L'unité de longueur d_0 est quelconque. L'unité de temps est $\tau = d_0^2 m/\hbar$. Le graphe supérieur représente un paquet d'onde d'impulsion « centrale » $k_0 = 10\, d_0^{-1}$ à $t = 0$ et le graphe inférieur le même paquet d'onde à $t = 0,8\,\tau$. On vérifie numériquement qu'il se déplace à la vitesse de groupe

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

6. Paquets d'ondes libres
7. Relation de dispersion et vitesse de groupe

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

6. Paquets d'ondes libres
7. Relation de dispersion et vitesse de groupe
8. Relation d'incertitude de Heisenberg (1927, Nobel 1932)

II. Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

6. Paquets d'ondes libres
7. Relation de dispersion et vitesse de groupe
8. Relation d'incertitude de Heisenberg (1927, Nobel 1932)

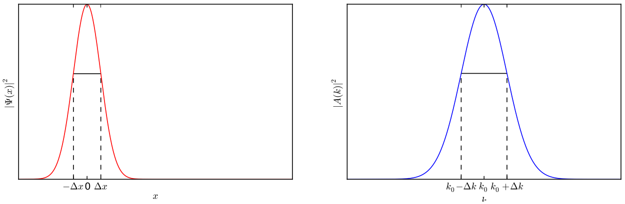
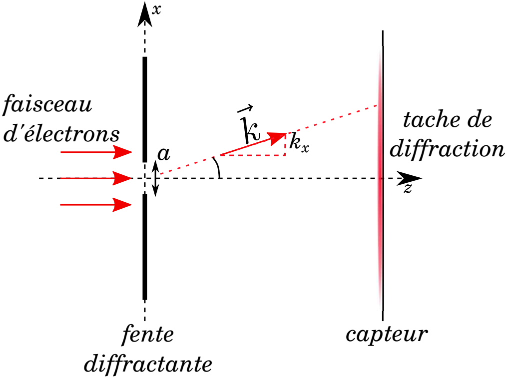


Figure – À gauche : représentation de la densité de probabilité $|\Psi(x)|^2$ d'un paquet d'ondes typique. À droite : densité de probabilité en impulsion des ondes planes constituant ce paquet. On caractérise par Δx et Δk la dispersion de ces courbes autour de $x = 0$ et $k = k_0$ respectivement.

II.Interprétation des ondes de de Broglie (M. Born 1926, Nobel 1954)

6. Paquets d'ondes libres
7. Relation de dispersion et vitesse de groupe
8. Relation d'incertitude de Heisenberg (1927, Nobel 1932)



III. Équation de Schrœdinger (1925)

III. Équation de Schrœdinger (1925)

1. Postulat

Soit une particule de masse m évoluant sous l'effet d'un champ d'énergie potentielle $U(M,t)$. Sa fonction d'onde $\Psi(M,t)$ évolue au cours du temps selon

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(M,t) + U(M,t)\Psi(M,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(M,t)}{\partial t}}$$

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

III. Équation de Schrœdinger (1925)

1. Postulat

Soit une particule de masse m évoluant sous l'effet d'un champ d'énergie potentielle $U(M,t)$. Sa fonction d'onde $\Psi(M,t)$ évolue au cours du temps selon

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(M,t) + U(M,t)\Psi(M,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(M,t)}{\partial t}}$$

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

III. Équation de Schrœdinger (1925)

1. Postulat

Soit une particule de masse m évoluant sous l'effet d'un champ d'énergie potentielle $U(M,t)$. Sa fonction d'onde $\Psi(M,t)$ évolue au cours du temps selon

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(M,t) + U(M,t)\Psi(M,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(M,t)}{\partial t}}$$

2. Cas d'une particule libre

III. Équation de Schrœdinger (1925)

1. Postulat

Soit une particule de masse m évoluant sous l'effet d'un champ d'énergie potentielle $U(M,t)$. Sa fonction d'onde $\Psi(M,t)$ évolue au cours du temps selon

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(M,t) + U(M,t)\Psi(M,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(M,t)}{\partial t}}$$

2. Cas d'une particule libre
3. Courant de probabilité

Introduction à la mécanique quantique

I. Dualité onde-particule

II. Interprétation des ondes de de Broglie

III. Équation de Schrœdinger (1925)

IV. États stationnaires

III. Équation de Schrœdinger (1925)

1. Postulat

Soit une particule de masse m évoluant sous l'effet d'un champ d'énergie potentielle $U(M,t)$. Sa fonction d'onde $\Psi(M,t)$ évolue au cours du temps selon

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(M,t)+U(M,t)\Psi(M,t)=i\hbar\frac{\partial\Psi(M,t)}{\partial t}}$$

2. Cas d'une particule libre
3. Courant de probabilité
   a. Cas d'une OPPH

III. Équation de Schrœdinger (1925)

1. Postulat

Soit une particule de masse m évoluant sous l'effet d'un champ d'énergie potentielle $U(M,t)$. Sa fonction d'onde $\Psi(M,t)$ évolue au cours du temps selon

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi(M,t) + U(M,t)\Psi(M,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(M,t)}{\partial t}}$$

2. Cas d'une particule libre
3. Courant de probabilité
   a. Cas d'une OPPH
   b. Expression générale de $\vec{j}$ (HP)

I. Dualité onde-particule
II. Interprétation des ondes de de Broglie
III. Équation de Schrœdinger (1925)
IV. États stationnaires

IV. États stationnaires

I. Dualité onde-particule

II. Interprétation des ondes de de Broglie

III. Équation de Schrœdinger (1925)

IV. États stationnaires

IV. États stationnaires

1. Équation de Schœdinger aux états stationnaires

I. Dualité onde-particule

II. Interprétation des ondes de de Broglie

III. Équation de Schrœdinger (1925)

IV. États stationnaires

IV. États stationnaires

1. Équation de Schœdinger aux états stationnaires

À retenir

Pour des particules dans un potentiel indépendant du temps, la fonction d'onde d'un état stationnaire est de la forme

$$\Psi(M,t) = \Phi(M)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

où Φ et E sont solutions de

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Phi(M) + U(M)\Phi(M) = E\Phi(M) \quad .$$

« États propres du hamiltonien »

IV. États stationnaires

1. Équation de Schœdinger aux états stationnaires

À retenir

Pour des particules dans un potentiel indépendant du temps, la fonction d'onde d'un état stationnaire est de la forme

$$\Psi(M,t) = \Phi(M)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

où Φ et E sont solutions de

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Phi(M) + U(M)\Phi(M) = E\Phi(M) \quad .$$

« États propres du hamiltonien »

2. Signification d'un état stationnaire

IV. États stationnaires

1. Équation de Schœdinger aux états stationnaires
2. Signification d'un état stationnaire
3. Quelques propriétés mathématiques

IV. États stationnaires

1. Équation de Schœdinger aux états stationnaires
2. Signification d'un état stationnaire
3. Quelques propriétés mathématiques
4. Évolution d'une combinaison d'états stationnaires

Soient ϕ_1, ϕ_2, ..., ϕ_n des fonctions d'ondes stationnaires d'un hamiltonien H indépendant du temps, d'énergies respectives E_1, E_2, ... E_n, associées aux fonctions d'ondes
$\psi_1(x,t) = \phi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar}$, $\psi_2(x,t) = \phi_2(x)e^{-iE_2t/\hbar}$, ...,
$\psi_n(x,t) = \phi_n(x)e^{-iE_nt/\hbar}$.
Soit un système quantique décrit par le même hamiltonien H et dont l'état initial est
$\psi(x,t=0) = c_1\phi_1(x) + c_2\phi_2(x)... + c_n\phi_n(x)$.
Alors l'évolution de ψ au cours du temps est donnée par

$$\psi(x,t) = c_1\psi_1(x,t) + c_2\psi_2(x,t) + ... + c_n\psi_n(x,t)$$

$$\psi(x,t) = c_1\phi_1(x)e^{-iE_1t/\hbar} + c_2\phi_2(x)e^{-iE_2t/\hbar} + ...\phi_n(x)e^{-iE_nt/\hbar}$$

IV. États stationnaires

1. Équation de Schœdinger aux états stationnaires
2. Signification d'un état stationnaire
3. Quelques propriétés mathématiques
4. Évolution d'une combinaison d'états stationnaires
5. Oscillations de Rabi