Localisation des franges

Avec un interféromètre à division du front d'onde (trous d'Young par exemple), l'élargissement de la source entraîne un brouillage progressif des franges selon un mécanisme analysé en cours : en un point M de l'écran, la différence de marche $\delta(M)$ et l'ordre d'interférence $p(M)$ dépendent du point S choisi sur la source. Chacun des points incohérents de la source produit ses propres franges qui se superposent à celles produites par les autres points et, à cause des variations de p en M donné, ces différents systèmes de franges peuvent se trouver en anti-coïncidence.

Un dispositif à division d'amplitude, tel l'interféromètre de Michelson, permet d'éviter cet écueil et d'utiliser une source étendue tout en conservant un bon contraste. Pour comprendre comment cela est possible, il faut examiner la manière dont la différence de marche $\delta(M)$ varie avec la position du point source.

Considérons, en toute généralité, un dispositif interférentiel à deux ondes qui fait se rencontrer en M deux rayons issus de chaque point d'une source étendue $\mathcal{S}_0$ (figure 1). Il peut tout aussi bien s'agir de division d'amplitude que de division du front d'onde. Notons $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ les deux voies de l'interféromètre. Selon la situation envisagée, elles consistent en de simples trous, mais peuvent aussi comporter des lentilles, des lames séparatrices, des miroirs, etc. Soient M_1 et M_2 les deux points dont $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ forment l'image en M. Par le principe du retour inverse, ce sont les images que $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ donneraient de M si la lumière voyageait de l'écran vers la source. Tout rayon issu de la source qui parvient en M en empruntant la voie $\mathcal{S}_1$ (resp. $\mathcal{S}_2$) passe par M_1 (resp. M_2).

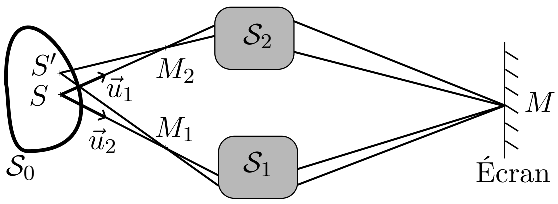

FIGURE 1 – Source $\mathcal{S}_0$ étendue éclairant un dispositif interférentiel à deux voies

Considérons deux points S et S' sur $\mathcal{S}_0$, et convenons que S est fixé au « centre » de la source alors que S' la décrit toute entière. Chacun d'eux produit deux rayons cohérents qui interfèrent en M. La différence de marche entre les deux rayons issus de S est

$$\delta_S(M) = \mathcal{L}_{SM_2M} - \mathcal{L}_{SM_1M} = SM_2 + \mathcal{L}_{M_2M} - SM_1 - \mathcal{L}_{M_1M} \quad . \tag{1}$$

Pour S', on a l'expression analogue

$$\delta_{S'}(M) = \mathcal{L}_{S'M_2M} - \mathcal{L}_{S'M_1M} = S'M_2 + \mathcal{L}_{M_2M} - S'M_1 - \mathcal{L}_{M_1M} \quad . \tag{2}$$

Par définition, M est l'image de M_1 au travers de $\mathcal{S}_1$ et, d'après le théorème de stigmatisme, $\mathcal{L}_{M_1M}$ est indépendant sur rayon suivi de M_1 jusqu'à M. Ainsi, $\mathcal{L}_{M_1M}$ prend la même valeur dans les relations (1) et (2), et il en est de même pour $\mathcal{L}_{M_2M}$. On a donc

$$\delta_{S'}(M) - \delta_S(M) = S'M_2 - SM_2 + SM_1 - S'M_1 \quad .$$

Nous allons exprimer ces écarts de distance par des développements limités au premier ordre en SS' en supposant $SS' \ll SM_1$ et $SS' \ll SM_2$; le calcul sera donc valable si la source n'est « pas trop » étendue. On introduit les vecteurs unitaires $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ dirigeant les rayons émis par S vers M_1 et M_2 respectivement (voir la figure 1). Comme $\vec{S'M_1} = \vec{S'S} + \vec{SM_1}$,

$$S'M_1^2 = S'S^2 + SM_1^2 + 2\,\vec{S'S}.\vec{SM_1} = SM_1^2\left(1 + 2\frac{\vec{S'S}.\vec{SM_1}}{SM_1^2} + \frac{S'S^2}{SM_1^2}\right) = SM_1^2\left(1 + 2\frac{\vec{S'S}.\vec{u}_1}{SM_1} + \frac{S'S^2}{SM_1^2}\right) \quad .$$

$$S'M_1 = SM_1\left(1 + 2\frac{\vec{S'S}.\vec{u}_1}{SM_1} + \frac{S'S^2}{SM_1^2}\right)^{1/2}$$

Comme $S'S/SM_1 \ll 1$, on peut écrire au premier ordre

$$S'M_1 \simeq SM_1\left(1+\frac{\vec{u}_1.\vec{S'S}}{SM_1}\right) \qquad S'M_1 - SM_1 \simeq \vec{u}_1.\vec{S'S} \quad .$$

De même, $S'M_2 - SM_2 \simeq \vec{u}_2.\vec{S'S}$ et donc

$$\delta_{S'}(M) - \delta_S(M) \simeq \vec{u}_2.\vec{S'S} - \vec{u}_1.\vec{S'S} = (\vec{u}_2 - \vec{u}_1).\vec{S'S} \quad .$$

Revenons à notre préoccupation concernant le constraste des franges. Le brouillage est évité si les ordres $p_{S'}(M)$ et $p_S(M)$ présentent la même valeur, c'est à dire si

$$\forall S' \in \mathcal{S}_0, \quad \delta_{S'}(M) - \delta_S(M) = 0 \quad \textit{i.e.} \text{ si } \quad \boxed{\forall S' \in \mathcal{S}_0 \quad (\vec{u}_2 - \vec{u}_1).\vec{S'S} = 0} \quad . \tag{3}$$

• Avec un dispositif à division du front d'onde, $\vec{u}_1 \neq \vec{u}_2$ (pour les trous d'Young, ce sont les vecteurs unitaires dirigés du centre de la source vers chacun des deux trous). La condition (3) est satisfaite si $\vec{SS'}$ est orthogonal à $\vec{u}_1 - \vec{u}_2$. Cela signifie qu'on peut, sans perte de contraste, étirer la source dans la direction orthogonale à celle joignant les trous. Au contraire, élargir la source dans l'autre direction provoque rapidement un brouillage des franges (dès que les écarts d'ordre atteignent 1/2, c'est à dire lorsque $|(\vec{u}_2 - \vec{u}_1).\vec{SS'}|$ atteint $\lambda/2$).

• Avec un dispositif à division d'amplitude, la condition (3) est satisfaite dès lors que $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$, quelle que soit la direction de $\vec{SS'}$. L'égalité $\vec{u}_1 = \vec{u}_2$ signifie que les rayons SM_1 et SM_2 sont identiques, ce qu'exprime le théorème de localisation énoncé ci-dessous. En pratique, on satisfait cette condition en plaçant habilement l'écran sur une surface particulière ; on dit que les franges sont « localisées ».

Avec un dispositif à division d'amplitude, l'élargissement de la source n'entraîne pas de perte de contraste si on fait interférer les deux rayons issus de la division d'un même rayon émis par la source.

Le calcul présenté ici se limite au premier ordre. En réalité, $\delta'_S(M) - \delta_S(M)$ comporte des termes d'ordre supérieur dont il faudrait analyser l'effet après l'annulation de termes dominant.