

**Compte rendu du devoir en temps libre n° 4**
**Problème 1**

**Question 1.** L'égalité  $AU = U$  ne suffit pas pour affirmer que 1 est une valeur propre de  $A$ . Il faut aussi mentionner que  $U$  est un vecteur non nul.

---

**Question 2.a.** Pour passer de

$$|b_{k,k}| \times |x_k| \leq \sum_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq k}} |b_{k,j}| \times |x_k| \quad \text{à} \quad |b_{k,k}| \leq \sum_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq k}} |b_{k,j}|,$$

l'argument  $|x_k| \neq 0$  n'est pas suffisant. C'est le fait que  $|x_k| > 0$  qui permet de préserver le sens de l'inégalité.

---

**Question 3.** Le fait que  $A$  et  $A^T$  aient le même polynôme caractéristique est une propriété du cours. Il n'est pas nécessaire de le redémontrer.

---

**Question 4.e.** Beaucoup affirment que  $X$  et  $Y$  sont des vecteurs non nuls alors que ce n'est pas une hypothèse de l'énoncé.

---

**Question 4.f.** Le fait que les vecteurs de  $E_1(A^T)$  soient tous colinéaires entre eux ne donnent pas l'égalité  $\dim(E_1(A^T)) = 1$  mais l'inégalité  $\dim(E_1(A^T)) \leq 1$ .

---

**Question 5.a.** L'écriture des événements tels que  $(X_k = i)$  nécessite un délimiteur (parenthèses, accolades ou crochets).

Quand on applique la formule des probabilités totales, il faut préciser quel système complet d'événements est utilisé.

---

**Question 5.c.** Certaines tentatives d'analyse-synthèse montrent que cette méthode n'est pas complètement comprise. Le principe de l'analyse est de supposer qu'un certain élément est une solution du problème puis d'obtenir une condition nécessaire sur cet élément. La synthèse consiste alors à vérifier que cette condition nécessaire est également suffisante.

---

**Exercice 1**

**Question b.** L'égalité  $\dim(E_\lambda(A)) = 2$  donne directement que  $A - \lambda I_2$  est de rang 0 donc que  $A = \lambda I_2$ .

**Question c.** La question commence par « Montrer que toute base de diagonalisation pour  $A$  ». Si votre réponse ne commence pas par « Soit [blabla] une base de diagonalisation pour  $A$  », vous n'abordez pas la question posée.

**Question e.** Attention à utiliser des notations adaptées. Le discriminant du polynôme caractéristique de  $C + xD$  dépend de  $x$ . Il est donc logique de le noter  $\Delta(x)$  plutôt que  $\Delta$ .

---