

Mathématiques — préparation à l'oral — indications

Exercice 175. Commencer par le cas $S = E_{1,1}$ et prendre les matrices O qui commutent avec elle.

Exercice 176. *Première méthode.* Diagonaliser A et B dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ et utiliser l'exercice 180.

Deuxième méthode. Montrer que n est pair puis, en notant $p = n/2$, montrer que A et B sont semblables à

$$\begin{pmatrix} 0 & -I_p \\ I_p & 0 \end{pmatrix}.$$

Exercice 178.

- Commencer par le cas $A = I_n$.
 - Montrer que si F est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ stable par B , alors F^\perp est également stable par B .
 - Étant donné un tel F , si on représente l'endomorphisme de F induit par B dans une base orthonormée de F , montrer que la matrice obtenue est antisymétrique.
 - Procéder par récurrence sur n .
-

Exercice 186. Poser $F : x \mapsto \int_0^x f(t) dt$ et exprimer F en fonction de g .

À l'aide de cette expression, montrer que F tend vers ℓ en $+\infty$ (feat. ε).

Exercice 187. L'énoncé est incorrect. On appelle *valeur d'adhérence* de la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ toute limite d'une suite convergente extraite de cette suite.

Il s'agit de montrer que l'ensemble des valeurs d'adhérence de la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est un segment.

Exercice 188. Poser $\ell = \inf \left\{ \frac{a_n}{n} ; n \in \mathbb{N}^* \right\}$.

Fixer ensuite $\varepsilon > 0$ et expliquer qu'on peut choisir $p \in \mathbb{N}^*$ tel que $\frac{a_p}{p} \leq \ell + \varepsilon$.

Pour un entier n quelconque, effectuer la division euclidienne de n par p et trouver un moyen de progresser.

Exercice 189. Utiliser le théorème des séries alternées.

Exercice 190. Analyse-synthèse.

Exercice 191. Inégalité de Hölder.

Exercice 192. Méthode analogue à l'exercice 4 du devoir en temps libre n° 2.

Exercice 193. Trouver une expression explicite de a_n en passant par le logarithme.

Exercice 195. Le quotient $\frac{x-y}{1+xy}$ doit évoquer une formule de trigo.
