

Ondes lumineuses

PCSI : optique géométrique basée sur les rayons lumineux

Rayon ne suffit pas car phénomènes d'interférences, diffraction

PC* : optique ondulatoire

I- Ondes lumineuses et rayons lumineux

1. Scalaire optique

On appelle onde un phénomène dans lequel les variations temporelles d'une grandeur se propagent de proche en proche dans l'espace.

exemples:

- acoustique : pression : $p(\vec{r}, t)$

- houle : hauteur (d'eau) : $h(\vec{r}, t)$

aussi appelé
amplitude
lumineuse

En optique ; on déf. la grandeur $s(\vec{r}, t)$ le "scalaire optique" qui décrit la lumière ss forme d'onde.

Historiquement ce fut une grandeur mystérieuse mais nous verrons qu'il s'agit d'un champ électrique $\vec{E}(\vec{r}, t)$

On utilise s dans l'approximation scalaire (on utilise $\vec{s}$ plutôt que $\vec{E}$, s peut représenter une composante de $\vec{E}$)

On abandonne ici les phénomènes de polarisation

2. Ondes monochromatiques

monochromatique : variation temporelle sinusoïdale

↳ pulsation ω (rad/s)

↳ fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$

↳ longueur d'onde $\lambda \approx 0,6 \mu\text{m}$ (entre 400 et 800 nm)

dans le vide : $\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{0,6 \times 10^{-6}} \approx 5 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$s(\Pi, t) = \underbrace{s_0(\Pi)}_{\text{amplitude}} \cos(\underbrace{\Psi(\Pi) - \omega t}_{\text{phase } \Psi(\Pi, t)})$$

ici on peut mettre $\omega t - \Psi(\Pi)$ car cos pair

$\Psi(\Pi)$ (partie spatiale de la phase) exprime le fait que 2 points Π et Π' vibrent avec un déphasage.

$s_0(\Pi)$ est liée à l'intensité de la lumière

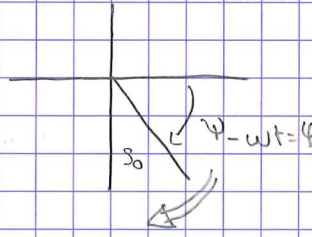
→ on travaille souvent avec des complexes :

$$s(\Pi, t) = \text{Re}(\underline{s}(\Pi, t))$$

ici on garde cet ordre

$$\underline{s}(\Pi, t) = s_0(\Pi) e^{j(\Psi(\Pi) - \omega t)}$$

⚠ change signe déphasage



la convention de signe avec $e^{-j\omega t}$ fait qu'un retard est associé à un déphasage positif.

3. Surfaces d'ondes

surface d'onde : ensemble de points Π tq $\Psi(\Pi)$ soit constant

les différents points d'une même surface d'onde vibrent en phase

- On aura une onde plane quand les surfaces d'onde sont planes
- On aura une onde sphérique quand les surfaces d'onde sont des sphères concentriques

cf. Figure 1

4. Ondes localement planes

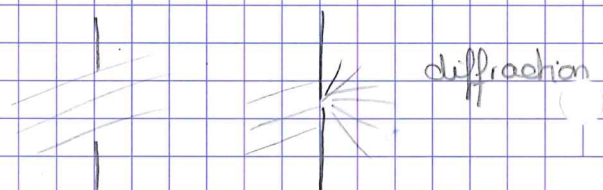
indice $n(\Pi)$ détermine la propagation

- dans un milieu homogène : propagation rectiligne
- dans un milieu d'indice variable : rayons courbés (ex: mirage)

les variations de n déterminent les variations de s_0 et de Ψ

Si n et s_0 varient sur des distances courtes il y a diffraction.

(concept de rayons lumineux écheue)

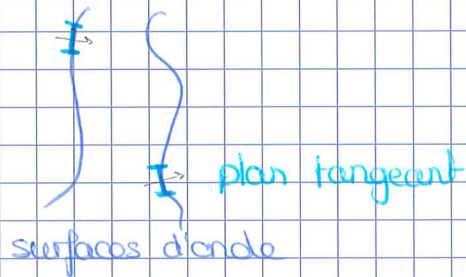


- Soit λ la longueur d'onde

et la distance sur laquelle $s_0(\Pi)$ varie / $n(\Pi)$ varie

si $a \gg \lambda$ on peut localement assimiler l'onde à une onde plane et utiliser le concept de rayon lumineux. (admis)

ex:



par exemple une onde sphérique est localement plane si son rayon $R \gg \lambda$

5. Rayons lumineux et Théorème de Poynting.

Définissons un rayon lumineux par la direction de propagation de l'énergie, pour des ondes planes cette direction est $\perp$ au plan d'onde cf. électromagnétisme

Conséquence:

Théorème de Poynting:

les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde.

On a ainsi un lien entre l'optique géométrique et l'optique ondulatoire.

cf. Figure 1

6. Les lentilles comme transformateurs de phase.

cf. Figure 2, Figure 3, Figure 4

Les exemples montrent qu'une lentille modifie la phase d'une onde et fait passer d'un type d'onde à un autre.

II - Déphasage et chemin optique.

1. Cas d'une onde plane.

cf Figure 5

ce qui se passe ici maintenant

se passera là-bas plus tard.

$$\Psi(0, t) = \Psi(l, t' > t)$$

$$t' = t + \frac{\alpha}{v} \quad \text{avec} \quad v = \frac{c}{n}$$

$$\psi(0, t) = \psi(n, t + \frac{nx}{c})$$

$$\psi(0) - \omega t = \psi(n) - \omega (t + \frac{nx}{c})$$

$$\psi(n) = \psi(0) + \omega \frac{nx}{c}$$

notons $k = n \frac{\omega}{c}$ dans le vide : $k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \nu}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$

$$k = n k_0$$

$$k = n \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ dans le vide

$$\psi(n) = \psi(0) + \frac{2\pi}{\lambda} nx$$

$$\psi(n) = \psi(0) + kx$$

$$s(n, t) = s_0 \cos(\psi(0) + kx - \omega t)$$

si on compare la phase en Π et celle en N

$$\Pi: x \quad N: x'$$

$$\psi(N) = \psi(0) + kx'$$

$$\begin{aligned} \psi(N) - \psi(\Pi) &= kx' - kx \\ &= k(x' - x) \end{aligned}$$

$$\psi(N) - \psi(\Pi) = \frac{2\pi}{\lambda} nd$$

2. Onde plane oblique sur les axes de coordonnées

cf. Figure 6

Par rapport à 1, $\vec{u}_x \rightarrow \vec{u}$ et $x \rightarrow \vec{OH} = \vec{u} \cdot \vec{OP}$

$$\psi(n) = \psi(0) + k \vec{u} \cdot \vec{OP}$$

$\vec{k} = k \vec{u}$ vecteur d'onde

$$\psi(n) = \psi(0) + \vec{k} \cdot \vec{OP}$$

$$\begin{aligned} \vec{u} \cdot \vec{OP} &= \vec{u} \cdot (\vec{OH} + \vec{HP}) \\ &= \vec{u} \cdot \vec{OH} \\ &= \vec{OH} \end{aligned}$$

$\vec{u} \cdot \vec{HP} = 0$ car $\perp$

H projeté ortho.

3. Cas d'une onde sphérique divergente

cf. Figure 7

$$\text{idem mais } \Delta t = \frac{se}{v} = \frac{nr}{c}$$

$$\psi(r) = \psi(0) + kx$$

$$\psi(r) = \psi(0) + \frac{2\pi}{\lambda} n x$$

$$s(r, t) = s_0(r) \cos\left(\psi(0) + \frac{2\pi}{\lambda} n x - \omega t\right)$$

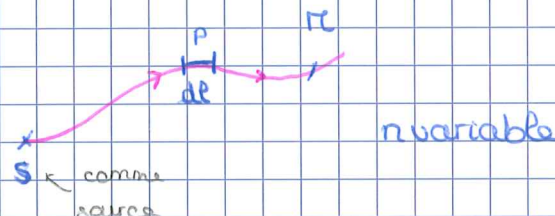
$$\psi(r) - \psi(r') = \frac{2\pi}{\lambda} n (x - x')$$

$$\psi(r) - \psi(r') = \frac{2\pi}{\lambda} n d$$

4. Onde localement plane

$$\psi(s, t) = \psi(r, t')$$

$$t' = t + \Delta t_{sn}$$



$$dt = \frac{dP}{v(P)} = \frac{dP}{c} n(P)$$

$$\Delta t_{sn} = \int_s^r \frac{n(P)}{c} dP = \frac{1}{c} \int_s^r n(P) dP$$

$$\mathcal{L}_{sn} = \int_s^r n(P) dP \text{ est le chemin optique de } S \text{ à } r, \text{ homogène à une longueur}$$

$$\Delta t_{sn} = \frac{\mathcal{L}_{sn}}{c}$$

$$\psi(s) - \omega t = \psi(r) - \omega (t + \Delta t_{sn})$$

$$\begin{aligned} \psi(r) &= \psi(s) + \omega \Delta t_{sn} \\ &= \psi(s) + \frac{\omega}{c} \mathcal{L}_{sn} \end{aligned}$$

$$\psi(r) = \psi(s) + \frac{2\pi}{\lambda} \mathcal{L}_{sn}$$

On voit comment la phase augmente qd on avance le long d'un rayon lumineux.

milieu homogène : $n = \text{cte}$ $\mathcal{L}_{SI} = n SI$

$$\Psi(\Pi) = \Psi(S) + \frac{2\pi}{\lambda} n SI$$

→ on soustrait formule 1. 3.

cf. Figure 8

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{AB} &= \mathcal{L}_{AI} + \mathcal{L}_{IS} + \mathcal{L}_{JB} \\ &= AI + \underbrace{1,5 IJ}_{n_2} + \underbrace{1,3 JB}_{n_3}\end{aligned}$$

5. Chemin optique associé à des rayons virtuels (hors programme ?)

On souhaite étendre la relation de Charles au cas de points virtuels.

$$A \xrightarrow{\mathcal{L}_{AA'}} A' \xrightarrow{\mathcal{L}_{A'\Pi}} \Pi$$

$$\mathcal{L}_{A\Pi} = \mathcal{L}_{AI} + \mathcal{L}_{I\Pi}$$

$$= \mathcal{L}_{AI} + n' I\Pi$$

$$= \mathcal{L}_{AI} - \underbrace{n' A'I + n' A'I + n' I\Pi}_{n' (A'I + I\Pi) = n' A'\Pi}$$

car A, I et Π sont alignés.

$$n' (A'I + I\Pi) = n' A'\Pi$$

On pose $\mathcal{L}_{A'\Pi} = n' A'\Pi$

$$\mathcal{L}_{AA'} = \mathcal{L}_{AI} - n' IA'$$

$$\text{d'où } \mathcal{L}_{A\Pi} = \mathcal{L}_{AA'} + \mathcal{L}_{A'\Pi}$$

On donne aux rayons virtuels l'indice optique de leur prolongement réel avec le signe + ou - selon qu'ils sont dans le sens de la lumière ou à l'envers.

6. Déphasage exceptionnels

4.

Parfois ψ est modifié par différents phénomènes localement :

* réflexion sur un miroir métallique :

- déphasage de π = S multiplié par -1 car $+\pi$ dans le cos

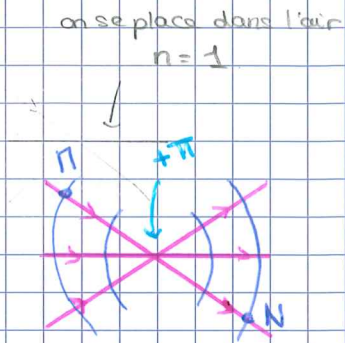
* réflexion vitreuse $n_2 > n_1$

- déphasage de π

* passage par un point de convergence

- déphasage de π

$$\psi(N) - \psi(\pi) = \frac{2\pi}{\lambda} \pi N + \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\pi N + \frac{\lambda}{2} \right)$$



Il suffit au même d'ajouter $\frac{\lambda}{2}$ au chemin optique

* des verres traités en surface peuvent introduire des déphasages bizarres

III - Stigmatisme et chemin optique

On dit que 2 points A et A' sont en stigmatisme par une lentille lorsque tout rayon incident passant par A ressort en passant par A' .

1. Cas d'une image à l'infini

cf. Figure 10

π et N sont sur un même plan d'onde : $\psi(\pi) = \psi(N)$

$$\text{or } \psi(\pi) = \psi(S) + \frac{2\pi}{\lambda} \mathcal{L}_{S\pi}$$

$$\psi(N) = \psi(S) + \frac{2\pi}{\lambda} \mathcal{L}_{SN}$$

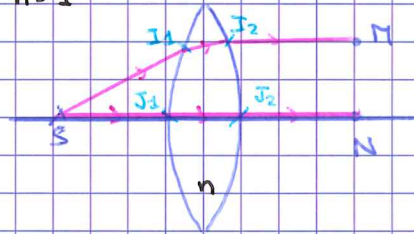
$$\text{donc } \mathcal{L}_{S\pi} = \mathcal{L}_{SN}$$

$$\Delta t_{S\pi} = \Delta t_{SN}$$

$$\left. \vphantom{\Delta t_{S\pi} = \Delta t_{SN}} \right) \times \frac{1}{c}$$

la lentille est plus épaisse près de J ce qui compense l'écart de longueur.

$n=1$



$$L_{SN} = SI_1 + I_1 I_2 n + I_2 N$$

$$L_{SN} = SI_1 + I_1 I_2 n + I_2 N$$

2. Couple objet réel - image réelle

cf. Figure 11

$$\begin{aligned} L_{AA', \text{haut}} &= L_{AP_1} + L_{P_1 P_2} + L_{P_2 A'} \\ &= R + L_{P_1 P_2} + R' \end{aligned}$$

$$L_{AA', \text{bas}} = R + L_{N_1 N_2} + R'$$

$$\varphi(P_2) - \varphi(P_1) = \frac{2\pi}{\lambda} L_{P_1 P_2}$$

$$\varphi(N_2) - \varphi(N_1) = \frac{2\pi}{\lambda} L_{N_1 N_2}$$

Ici, $\varphi(P_1) = \varphi(N_1)$ et $\varphi(P_2) = \varphi(N_2)$ car m même surface d'onde

donc $L_{P_1 P_2} = L_{N_1 N_2}$

donc $L_{AA', \text{haut}} = L_{AA', \text{bas}}$

Théorème de stigmatisme:

Entre un point et son image, le chemin optique est indépendant du rayon lumineux suivi.

Le théorème s'applique encore pour objet et/ou image virtuel(le)

3. Cas du miroir plan

cf. Figure 13

$$L_{AN} = AI + IN \quad (\text{manière naïve})$$

(manière pédante): $A \xrightarrow{\text{droit}} A' \xrightarrow{\text{refl}} N$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{AA} &= \mathcal{L}_{AA'} + \mathcal{L}_{A'n} \\
 &= \mathcal{L}_{AI} - IA' + A'n \\
 &= AI - IA' + A'I + In \\
 &= AI + In
 \end{aligned}$$

ici, $IA = IA'$ donc $\mathcal{L}_{AA'} = 0$

plus simplement: $\mathcal{L}_{AA} = AI + In$

$$\mathcal{L}_{AA} = A'I + In$$

$$\mathcal{L}_{AA} = A'n \quad \text{pour un miroir plan}$$

astuce utilisée
en exo

En présence de miroir plan, on remplace systématiquement l'objet réel par son image virtuelle pour calculer la phase à l'arrivée.

IV - lumière réelle

En réalité le scalaire optique ne varie pas de manière sinusoïdale, le scalaire optique n'est pas monochromatique.

En effet la lumière n'est pas émise par une antenne mais par des foules d'atome plus ou moins indépendantes

1. Modèle de source lumineuse

cf. Description de la lumière naturelle

on pourrait écrire: $\underline{s}(n, t) = \sum_{j=1}^{10^{23}} s_{0j} e^{i(\psi_j(n) - \omega t)} \Rightarrow \text{pas utilisable!}$

On adopte la représentation suivante:

$$\underline{s}(n, t) = s_0(n) e^{i(\psi(n, t) - \omega t)}$$

$\psi(n, t)$ fluctue aléatoirement au cours du temps.

On délaisse cependant le côté probabiliste.

2. Temps de cohérence et longueur de cohérence

Temps de cohérence: T_c d'une source ou d'une onde lumineuse la durée pendant laquelle la phase $\psi(n, t)$ reste «relativement» stable en un point donné. Il tirs très supérieur à la période $T = \frac{2\pi}{\omega}$

2 instants t et $t + \Delta t$

je compare $\Psi(n, t)$ et $\Psi(n, t + \Delta t)$

⚠ on se place au même point

• si $\Delta t \lesssim T_c$

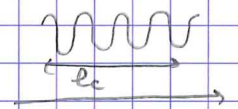
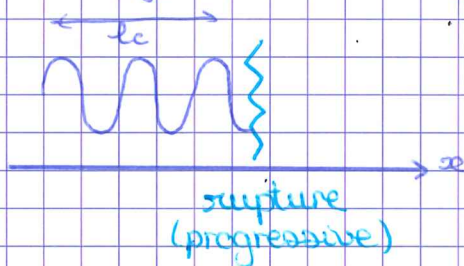
$$\Psi(n, t) \cong \Psi(n, t + \Delta t)$$

• si $\Delta t \gtrsim T_c$

$\Psi(n, t)$ et $\Psi(n, t + \Delta t)$ n'entretiennent aucun rapport.

On appelle longueur de cohérence : $l_c = c \times T_c$

de cb avance la lumière tant que sa phase est $\neq$ cste



l_c est la longueur des trains d'onde

3. Densité spectrale

Au laboratoire on obtient des spectres de lumière de deux types.
cf. Figure 14 et Figure 15.

↓
spectre de raie

↓
spectre continu : dans l'intervalle $[\lambda, \lambda + d\lambda]$.

$$dI = I_\lambda(\lambda) d\lambda \text{ ou } dI = I_\sigma(\sigma) d\sigma \text{ ou } dI = I_\nu(\nu) d\nu$$

En réalité une raie de la figure 14 est un spectre continu très étroit. cf. Figure 16

On appelle $\Delta\lambda$ la largeur (ou $\Delta\nu$ ou $\Delta\sigma$) → savoir passer de l'un à l'autre

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = c \left(\frac{1}{\nu'} - \frac{1}{\nu} \right) = c \frac{\nu - \nu'}{\nu' \nu} = c \frac{\Delta\nu}{\nu \nu'} \approx c \frac{\Delta\nu}{\nu^2}$$

variante du même calcul :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \quad d\lambda = c \frac{d\nu}{\nu^2} \quad \Delta\lambda = \frac{c}{\nu^2} \Delta\nu$$

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c}$$

$$\Delta\sigma = \frac{1}{c} \Delta\nu$$

pas par ν mais
savoir faire

4. Largeur des raies et temps de cohérence

6

τ_c et $\Delta\nu$ sont liés : $\tau_c \Delta\nu \approx 1$ $\tau_c \approx \frac{1}{\Delta\nu}$

Un rayonnement parfaitement monochromatique correspond à $\Delta\nu$ tend vers 0, τ_c tend vers l'infini (sinusoïde parfaite) ou $\Delta\nu$ tend vers 0, ℓ_c tend vers l'infini

$$\ell_c = c \tau_c \approx \frac{c}{\Delta\nu}$$

$\ell_c \approx \frac{1}{\Delta\nu}$

cf. Table 1

VI - Récepteurs et intensité lumineuse

1. Intensité lumineuse

L'intensité caractérise l'effet de la lumière sur un détecteur

exemples :

- œil $T_d \approx \frac{1}{40}$ s
- photodiodes $T_d \approx 1 \mu\text{s}$
- capteurs CCD $T_d \approx 0,01$ s ✓ appareil photo mais réglable
- plaques ou films photos $T_d > 10^{-3}$ s ↳ dépend de la vitesse d'obturation de l'app.

Ces récepteurs accumulent l'énergie lumineuse pendant un certain temps T_d (temps d'intégration, temps de réponse)

Comme $T_d > T \approx 10^{-14}$ s (période de la lumière), le détecteur ne voit pas les variations sinusoïdales

Pour un champ électrique $\vec{E}$, la puissance ^{surfacique} est proportionnelle ($\propto$) à E^2 , le détecteur est donc sensible à $\langle s^2(\vec{r}, t) \rangle_{T_d}$

On appelle donc intensité lumineuse : $I(\vec{r}) = \langle s^2(\vec{r}, t) \rangle$

à un facteur près (on s'en vracque, on le calcule pas)

parfois aussi appelé "éclairage" ou puissance surfacique.

2. Intensité et notation complexe

Pour une onde monochromatique : $\underline{s} = s_0 e^{i(\varphi - \omega t)}$
 $s = s_0 \cos(\varphi - \omega t)$

$$s^2 = s_0^2 \cos^2(\varphi - \omega t)$$

$$I = s_0^2 \times \frac{1}{2}$$

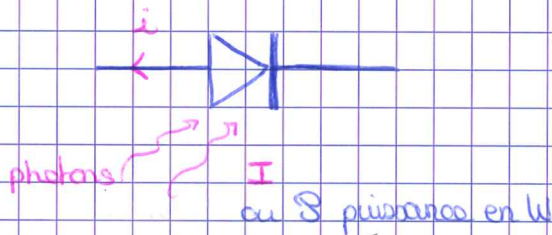
) valeur moyenne de $\cos^2 \rightarrow \frac{1}{2}$

On remarque que $I = \frac{1}{2} \underline{s} \underline{s}^* = \frac{1}{2} |\underline{s}|^2$

* veut dire complexe conjugué

3. Sensibilité d'un détecteur (hors programme)

exemple : photodiode



On définit la sensibilité par : $S = \frac{i}{P}$ en $A \cdot W^{-1}$

ODG : bon matériel : $S = 0,5 A \cdot W^{-1}$

nb e^- produit par la photodiode

On définit le rendement quantique par : $Q = \frac{N_{e^-}}{N_{ph}}$

on atteint $Q = 0,9$

nb photons reçus

Lien entre Q et S :

pendant une durée T_d , la photodiode a reçu N_{ph} photons

$$E = N_{ph} \times h\nu$$

énergie d'un photon

h : cste de planck = $6,6 \times 10^{-34}$ Js valeur à connaître

$$P = \frac{E}{T_d} = \frac{N_{ph} h\nu}{T_d}$$

$$i = \frac{N_{e^-} \times e}{T_d}$$

i : charge temps ($i = \frac{dq}{dt}$)

$$S = \frac{i}{P} = \frac{N_{e^-} \times e}{N_{ph} h\nu} = \frac{Qe}{h\nu}$$

avec $Q = 0,9$: $S = 0,43 A \cdot W^{-1}$

4. Rôle du temps de réponse

7

Le temps de réponse T_d non nul empêche d'enregistrer correctement des variations de lumière trop rapide (ex: œil et cinéma), c'est un effet passe-bas avec une fréquence de coupure $f_d \approx \frac{1}{T_d}$

Soit τ la durée de variation / la période de I :

- si $\tau \gg T_d$: on enregistre les variations
- si $\tau \lesssim T_d$: on n'enregistre pas

L'œil ne voit pas les phénomènes trop rapides

