

Interférences lumineuses

1

Lorsque deux ondes se rencontrent, elles s'additionnent et peuvent se renforcer ou s'affaiblir mutuellement : ce sont les interférences. Mais l'optique introduit des subtilités.

I - Superposition de deux vibrations

1. Intensité résultante

$$s_1(\pi, t)$$

$$s_2(\pi, t)$$

$$s(\pi, t) = s_1(\pi, t) + s_2(\pi, t)$$

$$I(\pi) = \langle s^2 \rangle$$

$$= \langle s_1^2 + s_2^2 + 2s_1s_2 \rangle$$

$$I(\pi) = I_1(\pi) + I_2(\pi) + \underbrace{2\langle s_1s_2 \rangle}_{\text{terme d'interférence}}$$

terme d'interférence

Quand $\langle s_1s_2 \rangle = 0$, on dit qu'il n'y a pas d'interférence, les intensités s'ajoutent : $I = I_1 + I_2$

2. Première condition d'interférences

On considère des ondes monochromatique :

$$s_1(\pi, t) = s_{01}(\pi) \cos(\psi_1(\pi) - \omega_1 t)$$

$$s_2(\pi, t) = s_{02}(\pi) \cos(\psi_2(\pi) - \omega_2 t)$$

$$I_1 = \frac{1}{2} s_{01}^2$$

$$I_2 = \frac{1}{2} s_{02}^2$$

$$\langle s_1s_2 \rangle = s_{01}s_{02} \langle \frac{1}{2} \cos(\psi_1 + \psi_2 - (\omega_1 + \omega_2)t) + \frac{1}{2} \cos(\psi_1 - \psi_2 - (\omega_1 - \omega_2)t) \rangle$$

$$\langle \rangle = 0$$

car le cos dépend du temps

pour le 2^{ème} terme:

• si $\omega_1 \neq \omega_2$, $\omega_1 - \omega_2 \neq 0$

alors $\langle s_1 s_2 \rangle = 0$, $I = I_1 + I_2$

Il n'y a pas interférence

Deux ondes de fréquences distinctes n'interfèrent pas,
leurs intensités s'ajoutent.

• dans la suite $\omega_1 = \omega_2 = \omega$

≠ 4 du
chap 1

3. Formule de Fresnel à savoir

$$\varphi(n) = \varphi_2(n) - \varphi_1(n)$$

c'est le déphasage entre les 2 ondes

$$\begin{aligned}\langle s_1 s_2 \rangle &= \frac{1}{2} s_{01} s_{02} \cos(\varphi(n)) \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{2I_1} \sqrt{2I_2} \cos \varphi(n)\end{aligned}$$

♡

$$I(n) = I_1(n) + I_2(n) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(n)$$

démo par la notation complexe: à savoir

$$\underline{s}_1 = s_{01} e^{i(\varphi_1 - \omega t)}$$

$$\underline{s}_2 = s_{02} e^{i(\varphi_2 - \omega t)}$$

$$\underline{s} = \underline{s}_1 + \underline{s}_2 = \left(s_{01} e^{i\varphi_1} + s_{02} e^{i\varphi_2} \right) e^{-i\omega t}$$

$$I(n) = \frac{1}{2} \underline{s} \underline{s}^*$$

$$= \frac{1}{2} \left(s_{01} e^{i\varphi_1} + s_{02} e^{i\varphi_2} \right) \left(s_{01} e^{-i\varphi_1} + s_{02} e^{-i\varphi_2} \right)$$

$$= \frac{1}{2} s_{01}^2 + \frac{1}{2} s_{02}^2 + \frac{1}{2} s_{01} s_{02} \left(e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} \right)$$

$$= I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$I(n) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(n)$$

Quand $\cos \varphi(r)$ est positif, $I > I_1 + I_2$

↳ interférences constructives

Quand $\cos \varphi(r)$ est négatif, $I < I_1 + I_2$

↳ interférences destructives

Dans la suite φ reçoit toute notre attention.

4. Contraste

$$\cos \varphi = 1 ; I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

$$\cos \varphi = -1 ; I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

On appelle contraste ou visibilité : $\mathcal{C} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \in [0, 1]$

$$\mathcal{C} = \frac{4\sqrt{I_1 I_2}}{2(I_1 + I_2)}$$

$$= \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{(I_1 + I_2)}$$

Le contraste est maximal et vaut 1 si $I_1 = I_2$.

On obtient des interférences spectaculaires avec deux ondes de même intensité. cf. Figure 1

Posons $I_1 = I_2 = I_0$

on simplifie la formule de Fresnel : $I = 2I_0(1 + \cos \varphi(r))$

Cas général ;

$$I = (I_1 + I_2) \left(1 + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} \cos(\varphi(r)) \right)$$

$$I = (I_1 + I_2) (1 + \mathcal{C} \cos \varphi(r)) \quad \text{pas super utile}$$

5. Cas d'ondes incohérentes

l'expérience montre que deux xéverbènes / lampes de même longueur d'onde ne produisant pas d'interférence. la condition $\omega_1 = \omega_2$ est nécessaire mais pas suffisante.

En réalité la lumière n'est jamais monochromatique, Ψ_1 et Ψ_2 fluctuent : $\Psi_1(\pi, t)$ et $\Psi_2(\pi, t)$ prennent des valeurs aléatoires après une durée T_c .

De même $\Psi = \Psi_2 - \Psi_1$ fluctue au lieu de rester fixe.

$\langle \cos(\Psi_1 - \Psi_2) \rangle_{T_c} = 0$, il n'y a donc pas d'interférences.

♥ Sources incohérentes :

Deux ondes lumineuses émises par deux sources distinctes n'interfèrent pas parce que leur déphasage présente, pendant le temps de réponse du détecteur, une valeur aléatoire et fluctuante. On dit que ces ondes sont incohérentes. Leurs intensités s'ajoutent.

6. Obtention de deux ondes mutuellement cohérentes

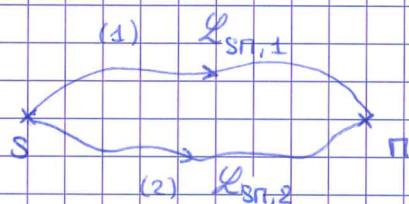
Deux ondes sont mutuellement cohérentes si Ψ garde une valeur stable. On y parvient en dédoublant 1 seule et unique source monochromatique et ponctuelle.

cf. Figure 2

Division du front d'onde : on sépare les rayons en 2 groupes

Division d'amplitude : chaque rayon donne naissance à 2 sous rayons sur une lame de verre spéciale.

7. Différence de marche



$$\Psi_2(P) - \Psi_2(S) = \frac{2\pi}{\lambda} L_{SP,2}$$

$$\Psi_1(P) - \Psi_1(S) = \frac{2\pi}{\lambda} L_{SP,1}$$

Comme $\Psi_2(S) = \Psi_1(S)$ on obtient par soustraction de ces 2 lignes :

$$\Psi_2(n) - \Psi_1(n) = \frac{2\pi}{\lambda} (L_{sn,2} - L_{sn,1})$$

$$\delta(n) = L_{sn,2} - L_{sn,1}$$

$$\Psi(n) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(n)$$

8. Rôle de la longueur de cohérence

Les deux ondes qui interfèrent à un instant t ne sont pas parties de S en même temps.

$$\Psi_2(S) = \Psi(S, t_2)$$

$$\Psi_1(S) = \Psi(S, t_1)$$

avec $t_2 = t_1 - \frac{\delta}{c}$ — écart du temps de parcours

- Si $\frac{\delta}{c} \leq T_c$ la phase ne fluctue pas entre t_1 et t_2 et en effet $\Psi_2(S) = \Psi_1(S)$

le calcul précédent s'applique.

- Sinon, $\Psi_2(n) - \Psi_1(n)$ se met à fluctuer aléatoirement et le terme d'interférence disparaît peu à peu.

$$\text{Rq: } \frac{\delta}{c} \leq T_c \Leftrightarrow \delta \leq c T_c \Leftrightarrow \delta \leq l_c$$

♥ Conclusion: voir poley

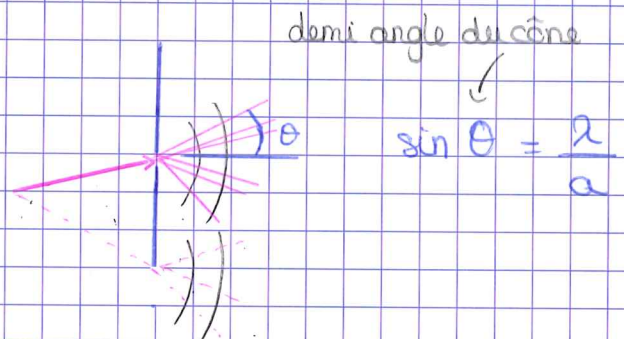
II - Dispositif des trous d'Young

1. Description

cf. Figure 3

La Source est ponctuelle, monochromatique, les trous très petits diffractent la lumière, ils émettent des ondes sphériques mutuellement cohérentes qui se recroisent dans le champ d'interférence.

$$D \gg l, x, y$$



2. Calcul de $\delta(\Pi)$

cf. Figure 4

$$\delta(\Pi) = L_{S_2 \Pi} - L_{S_1 \Pi}$$

$$L_{S_2 \Pi} = SS_2 + S_2 \Pi$$

$$L_{S_1 \Pi} = SS_1 + S_1 \Pi$$

$$\text{en pratique } SS_2 = SS_1$$

$$\delta = S_2 \Pi - S_1 \Pi$$

A savoir retenir

$$\Pi(x, y, 0) \quad S_2 \left(-\frac{l}{2}, 0, -D \right)$$

$$S_1 \left(\frac{l}{2}, 0, -D \right)$$

$$S_2 \Pi = \sqrt{D^2 + \left(\frac{l}{2} + x \right)^2 + y^2}$$

$$= D \sqrt{1 + \left(\frac{l/2 + x}{D} \right)^2 + \frac{y^2}{D^2}}$$

$$\approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l/2 + x}{D} \right)^2 + \frac{y^2}{2D^2} \right) \quad (1)$$

on fait des D

$$S_1 \Pi \approx D \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x - l/2}{D} \right)^2 + \frac{y^2}{2D^2} \right) \quad (2)$$

$$\delta = D \times \frac{1}{2D^2} \times (2x) \times l \quad (1) - (2)$$

$$\delta \approx \frac{lx}{D} \quad \heartsuit$$

3. Description de la figure d'interférences

4

Formule de Fresnel: $I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(\Pi)$

$$\varphi(\Pi) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(\Pi)$$

On appelle frange un ensemble de pt Π tq $\varphi(\Pi) = \text{cste}$
ou $\delta(\Pi) = \text{cste}$

Ici, $\delta = \text{cste} \Leftrightarrow x = \text{cste}$, les franges sont des segments de droites parallèles à $\vec{M_y}$ (horizontales sur le dessin)

cf. Figure 5

Soit $p(\Pi) = \frac{\varphi(\Pi)}{2\pi} = \frac{\delta(\Pi)}{\lambda}$ l'ordre d'interférence

- Franges brillantes si $\cos \varphi = +1$

$$\exists q \in \mathbb{Z}, \varphi = 2q\pi$$

$$p = q \in \mathbb{Z} \quad \text{ordre: entier}$$

- Franges sombres si $\cos \varphi = -1$

$$\exists q \in \mathbb{Z}, \varphi = (2q+1)\pi$$

$$p = q + \frac{1}{2} \quad \text{ordre: demi-entier}$$

$$\text{Ici, } p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{lx}{2D} \Rightarrow x_p = \frac{p\lambda D}{l} \quad \text{abscisse de la frange d'ordre } p$$

les franges sont équidistantes avec un interfrange $i = x_{p+1} - x_p$

$$i = \frac{\lambda D}{l}$$

$$\text{AN: } \bullet l = 0,1 \text{ mm} \quad \lambda = 600 \text{ nm} \quad D = 20 \text{ cm}$$

$$i = 1,2 \text{ mm}$$

$$\bullet l = 1 \text{ mm}$$

$$i = 0,12 \text{ mm} \quad \text{peu visible à l'œil nu}$$

4. Montage de Fraunhofer

cf. Figure 6

la source est au foyer objet de la 1^{ère} lentille, l'écran au plan focal image de la 2^{ème}

Les deux rayons sont cohérents

$$\delta = L_{S_2H} - L_{S_1H}$$

↳ difficile à exprimer à cause des épaisseurs de verre mal connues

Après L₁ : onde plane, S₁ et S₂ sont dans un même plan d'onde :

$$L_{S_1H} = L_{S_2H}$$

donc $\delta = L_{S_2H} - L_{S_1H}$

Si la lumière partait de Π vers la gauche, elle suivrait par le principe de retour inverse, les mêmes rayons, entre les trous et L₂ on aurait une onde plane : S₁ et H seraient sur un même plan d'onde

donc $L_{\Pi H} = L_{\Pi S_1}$ donc $L_{H\Pi} = L_{S_1\Pi}$

finalement $\delta = S_2H + L_{H\Pi} - L_{S_1\Pi}$

$$\delta = S_2H = S_2H \quad \text{à relier à } \Pi(x, y)$$

* démo 1

$$\vec{u} = \frac{c\Pi}{c\Pi} = \frac{f'\vec{u}_z + c\Pi}{c\Pi} = \frac{f'\vec{u}_z + x\vec{u}_x + y\vec{u}_y}{\sqrt{f'^2 + x^2 + y^2}}$$

or $f' \gg x, y$ d'où $\vec{u} \sim \begin{pmatrix} x/f' \\ y/f' \\ 1 \end{pmatrix}$

$$S_2H = \vec{u} \cdot \vec{S_2S_1}$$

$$\delta = \vec{u} \cdot \vec{L_{u\infty}}$$

$$\delta = \frac{fx}{f'}$$

$$\vec{u} \cdot \vec{S_2S_1} = \vec{u} \cdot \underbrace{(\vec{S_2H} + \vec{HS_1})}_{\perp} = S_2H + 0$$

* démo 2

ARNAGUE :

on a supposé $y=0$

condition de Gauss

dans le triangle (CON) : $\tan \alpha = \frac{x}{f'} \Rightarrow \alpha \approx \frac{x}{f'}$ ✓

dans le triangle (S₁S₂H) : $S_2H = l \sin \alpha \approx l \alpha = l \frac{x}{f'}$

La demo 2 est un raisonnement simplifié où on suppose $y=0$ et ne constitue pas une preuve générale.

Les franges sont définies par $\delta = \text{cste}$ donc $x = \text{cste}$: ce sont des segments de droite

$$p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{lx}{\lambda f'} \Rightarrow x_p = p \frac{\lambda f'}{l}$$

des franges sont équidistantes d'interfrange $\ell_i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda f'}{l}$

angle de diffraction α

A cause de la diffraction $|\alpha| \leq \theta \approx \frac{\lambda}{a}$, la zone éclairée sur l'écran a une certaine largeur : $x_{\max} = f' \alpha_{\max} \approx f' \frac{\lambda}{a}$
en pratique, on ne voit que quelques franges autour de 0

5. Application interférométrique cf. Figure 7

En pratique les angles sont faibles et la réfraction imperceptible

$$\begin{aligned} \delta' &= L_{ss2n} - L_{ss1n} \\ &= L_{ss2n} + ne - e - L_{ss1n} \end{aligned}$$

' c'est maintenant sans les ' c'est paragraphe 2 (sans la lame de verre)

$$\delta'(n) = \delta(n) + (n-1)e \Rightarrow \text{grand classique en optique}$$

$$\delta'(n) = \frac{lx}{D} + (n-1)e$$

les franges sont toujours des segments de droites ($x = \text{cste}$)

Par rapport au paragraphe 2. les franges se déplacent : elles défilent.

2 approches :

* variation de p en x donné

$$p'(n) = \frac{\delta'(n)}{\lambda} = \frac{\delta(n)}{\lambda} + \frac{(n-1)e}{\lambda}$$

souvent
⊕ efficace

$$p' = p + \Delta p \quad \text{avec } \Delta p > 0$$

des franges défilent vers le bas :

ex: si $\Delta p = 3$ et $p = 2$ alors $p' = 5$ en se donnant

→ là où se trouvait la frange d'ordre 2 se trouve maintenant la frange d'ordre 5.

En lumière polychromatique on pourrait voir ce changement de frange.

* variation de x à p fixée

$$p' = \frac{5'}{\lambda} = \frac{p e}{\lambda D} + \frac{(n-1)e}{\lambda}$$

$$x'_{p'} = p' \frac{\lambda D}{e} - \frac{(n-1)e D}{\lambda}$$

à comparer à $x_p = p \frac{\lambda D}{e}$ (paragraphe 2)

Pour $p' = p$: $x'_{p'} < x_p$: les franges se décalent vers le bas de $\frac{(n-1)e D}{\lambda}$

⇒ privilégier la technique avec Δp .

AN: • verre $n = 1,5$ $\lambda = 600 \text{ nm}$ $e = 0,1 \text{ mm}$ ⇒ $\Delta p = 83$

• film savon $n = 1,3$ $\lambda = 600 \text{ nm}$ $e = 1 \text{ mm}$ ⇒ $\Delta p = 0,5$

les franges brillantes prennent la place des franges sombres
on est à la limite de détection.

Une technique interférentielle requiert de très petites épaisseurs.

6. Aspect expérimental : trous ou fentes d'Young?

Pour plus de luminosité, on utilise des fentes d'Young.

cf. Figure 8 étroites selon l'horizontal.

Les fentes diffractent dans des plans horizontaux.

Dans le plan focal la lumière se concentre donc sur la droite

F' axe

Chaque fente émet une onde cylindrique : tout rayon émis par la 1^{ère} fente est cohérent avec tout rayon émis par la 2^{ème} fente.

$$\delta = L_{S_2P} - L_{S_1P}$$

or plans d'onde à gauche donc $\delta = L_{S_2P} - L_{S_1P}$

donc $\delta = S_2P - \vec{u} \cdot \overrightarrow{S_2S_1}$ (cf raisonnement 4.)

avec $\vec{u} \cdot \begin{pmatrix} x/p' \\ y/p' \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \rightarrow$ car $\emptyset$ lumière en dehors de la droite $F'\vec{u}_x$

et $\overrightarrow{S_2S_1} = h\vec{u}_y + l\vec{u}_x$

hauteur qu'on connaît pas mais disparaît avec produit scalaire

$$\delta = \frac{lx}{p'}$$

des deux ondes avec une différence de marche unique - Analogie aux trous d'Young mais l'écran est plus lumineux, la lumière est concentrée sur la droite $F'\vec{u}_x$

On remplace la source ponctuelle par une fente source parallèle aux fentes d'Young et alors tout l'écran se couvre de franges.

III - Interférences à ondes multiples

X fiche

Pour les interférences à plus de 2 ondes, la formule de Fresnel ne s'applique pas.

1. Problème étudié

On superpose plusieurs ondes cohérentes

$$s(\vec{r}, t) = \underline{s}_1(\vec{r}, t) + \underline{s}_2(\vec{r}, t) + \underline{s}_3(\vec{r}, t) + \dots$$

$$\underline{s}_1 = s_{01} e^{j(\varphi_1(\vec{r}) - \omega t)}$$

$$\underline{s}_2 = s_{02} e^{j(\varphi_2(\vec{r}) - \omega t)}$$

$$\underline{s}_3 = s_{03} e^{j(\varphi_3(\vec{r}) - \omega t)}$$

$$\underline{s}_3 = s_{03} e^{j(\varphi_3(\vec{r}) - \omega t)}$$

$$\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1 \text{ ou } \varphi_2 = \varphi_1 + \varphi_2$$

$$\varphi_3 = \varphi_3 - \varphi_1 \text{ ou } \varphi_3 = \varphi_1 + \varphi_3$$

On prend la 1^{ère} onde comme origine des phases

Dans la suite on suppose $s_{o1} = s_{o2} = s_{o3} = \dots$, les ondes ont la même amplitude donc la même intensité.

$$\underline{s} = s_{o1} e^{-j\omega t} (e^{j\varphi_1} + e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)} + e^{j(\varphi_1 + \varphi_3)} + \dots)$$

$$= s_{o1} e^{j(\varphi_1 - \omega t)} \underbrace{(1 + e^{j\varphi_2} + e^{j\varphi_3} + \dots)}_{\text{exprime les interférences}}$$

2. Un cas particulier bien utile

cf. Figure 9

$$\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{21} \quad \delta_{21} = S_2 H_2 = \frac{\ell \sin \theta}{f'}$$

$$\varphi_3 = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{31} \quad \delta_{31} = S_3 H_3 = \frac{2\ell \sin \theta}{f'}$$

$$\varphi_4 = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{41} \quad \delta_{41} = S_4 H_4 = \frac{3\ell \sin \theta}{f'}$$

déphasage entre 2 trous adjacents

$$\varphi_n = \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) \frac{\ell \sin \theta}{f'} = (n-1) \varphi_2 \quad \text{notons } \varphi = \varphi_2$$

Avec des fentes équidistantes, les déphasages forment une suite arithmétique

3. Expression du scalaire optique

$$\underline{s} = s_{o1} e^{j(\varphi_1 - \omega t)} (1 + e^{j\varphi} + e^{2j\varphi} + e^{3j\varphi} + \dots + e^{j(N-1)\varphi})$$

$$* \text{ si } e^{j\varphi} = 1 \quad \exists q \in \mathbb{Z}, \varphi = 2q\pi \Rightarrow p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} = q \in \mathbb{Z}$$

ordre d'interférence entre 2 fentes est un entier

$$\text{alors } \underline{s} = s_{o1} e^{j(\varphi_1 - \omega t)} N = N \underline{s}_1$$

Dans ce cas toutes les ondes sont en interférences constructives

* sinon $\underline{s} = \underline{s}_1 \times \frac{1 - e^{j\varphi N}}{1 - e^{j\varphi}}$ ← somme géométrique

$$\underline{s} = \underline{s}_1 \frac{e^{j\frac{\varphi N}{2}} \times (-2j \sin \frac{N\varphi}{2})}{e^{j\frac{\varphi}{2}} \times (-2j \sin \frac{\varphi}{2})}$$

$$\underline{s} = \underline{s}_1 e^{j(N-1)\frac{\varphi}{2}} \left(\frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \right)$$

4. Influence de la multiplicité N

* si $p \in \mathbb{Z}$

$$I = \frac{\varphi}{2} \underline{s} \underline{s}^* = \frac{\varphi}{2} \underline{s}_1 \underline{s}_1^* N^2 = I_1 N^2$$

* sinon $I = I_1 \frac{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})}{\sin^2(\frac{\varphi}{2})}$

$\underline{s}$ et I sont 2π -périodique en φ .

cf. Figure 10

• pour $N=2$: formule de Fresnel

• le maximum d'intensité : $I_{\max} = N^2 I \Leftrightarrow p \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow$ interférences constructives

• quand N est assez grand, la lumière se concentre près de ces maximums et est imperceptible ailleurs.

Ces zones brillantes sont associées aux ordres $p = \pm 1, p = \pm 2, \dots$

Rq: $p \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \exists q \in \mathbb{Z}, \varphi = 2q\pi \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} \frac{dx}{f} = 2q\pi \Leftrightarrow x_q = q \frac{\lambda f}{\ell}$

5. Demi-largeur des franges brillantes

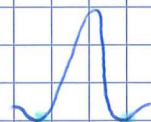
On définit la largeur des pics par les deux annulations qui l'encadrent. Par 2π -périodicité, on peut considérer le pic d'ordre 0.

Ces annulations correspondent à $\sin^2 \frac{N\varphi}{2} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{N\varphi}{2} = \pm \pi \Leftrightarrow \varphi = \pm \frac{2\pi}{N} \Leftrightarrow p = \frac{\varphi}{2\pi} = \pm \frac{1}{N}$$

Pour les autres pics, les annulations se produisent pour

$$\varphi = 2q\pi \pm \frac{2\pi}{N} \Leftrightarrow p = q \pm \frac{1}{N}$$



Plus N est grand, plus les pics sont étroits

Rq: Quand $\varphi = \frac{2\pi}{N}$, deux fentes décalées de $\ell \times \frac{N}{2}$ ont un déphasage $\frac{N}{2} \varphi = \pi$, elles sont en interférences destructives et s'annulent deux à deux.

6. Lien avec les réseaux plans

cf. Figure 11

Un réseau est une série de "fentes" parallèles et équidistantes justiciables du traitement précédent.

↳ on peut leur appliquer

On l'utilise en réflexion ou en transmission. (pour la seule transmission)

Chaque "fente" diffracte et on obtient des interférences à N ordres.

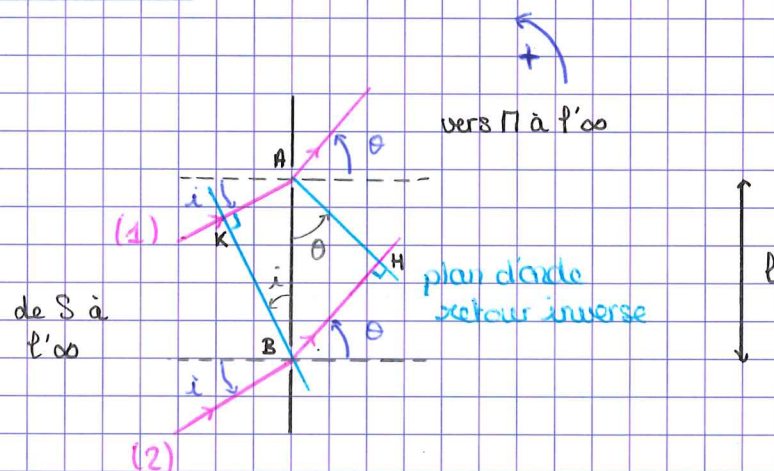
cf. Figure 12 : i = angle d'incidence θ = angle de diffraction

des interférences sont observées à l'infini, (en pratique plan focal).

Les angles ne sont pas petits.

En TP, un goniomètre permet de mesurer θ

différence de marche :



$$\delta = L_{SK,2} - L_{SK,1}$$

$$\text{or } L_{SK,1} = L_{SB,2} \quad \text{et } L_{KA} = L_{BH}$$

$$\delta = BH - KA = l \sin \theta - l \sin i$$

$$\delta = l (\sin \theta - \sin i)$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} l (\sin \theta - \sin i)$$

$$p = \frac{l}{\lambda} (\sin \theta - \sin i)$$

la lumière se concentre dans les directions θ tq $p \in \mathbb{Z}$ c-à-d

$$\sin(\theta) - \sin(i) = p \frac{\lambda}{l} \quad p \in \mathbb{Z}$$

nombre de fente par unité de longueur (linéaire): $n = \frac{1}{l}$

$$\sin \theta_p - \sin i = p n \lambda$$

7. Pouvoir de résolution d'un réseau plan

Dans la formule précédente : pour p donné, θ dépend de λ , on peut séparer les longueurs d'onde et obtenir un spectre.

On s'interroge sur la capacité à distinguer deux longueurs d'onde très proche d'une même valeur λ .

On définit le pouvoir de résolution (PR): $PR = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\min}}$

← plus petit écart qu'on parvient à résoudre

En pratique, il est limité par:

- la qualité du récepteur (œil, pixels)
- la largeur de la source disperse les angles i et donc les valeurs de θ_p
(TP fente source trop large)
- les ordres brillants ont une largeur intrinsèque (cf 5.)

cf. Figure 13

Les 2 max sont définis par :

$$\sin \theta_p(\lambda_2) - \sin i = p n \lambda_2$$

$$\sin \theta_p(\lambda_1) - \sin i = p n \lambda_1$$

$$p = q \in \mathbb{Z}$$

Si λ_1 et λ_2 sont trop proches, l'intensité totale ne permet plus de distinguer les 2 max : on croit qu'il n'y a qu'une longueur d'onde

Critère de Rayleigh :

A la limite de résolution, le maximum d'une des courbes coïncide avec l'annulation latérale de l'autre courbe.

$$\exists \theta, \begin{cases} \sin \theta - \sin i = q n \lambda_2 & (\text{max de } \lambda_2) \\ \sin \theta - \sin i = \left(q + \frac{1}{N}\right) n \lambda_1 & (\text{annulation de } \lambda_1) \end{cases}$$

$$\text{donc } q n \lambda_2 = \left(q + \frac{1}{N}\right) n \lambda_1$$

$$q (\lambda_2 - \lambda_1) = \frac{\lambda_1}{N}$$

$$q \Delta \lambda_{\min} = \frac{\lambda}{N}$$

λ_1 et λ_2 très proches $\rightarrow$ on note λ

$$PR = \frac{\lambda}{\Delta \lambda_{\min}}$$

$$\Rightarrow PR = Nq$$

ordre

AN: $n = 600 \text{ mm}^{-1}$ éclairé sur 2 cm

$$N = 20 \times 600 = 12000$$

ordre 2

$$PR = 2 \times 12000 = 24000$$

$$\lambda = 600$$

$$\Delta \lambda_{\min} = \frac{\lambda}{PR} = \frac{600}{24000} = 0,25 \times 10^{-1} \text{ nm} = 0,025 \text{ nm}$$

En pratique, les autres phénomènes sont bien plus limitant.

IV - Autres dispositifs à division du front d'onde

pas à savoir
par Q2 mais
exemples
classiques

1.

a. Piroir de Lloyd

cf Figure 14

Les 2 rayons proviennent de la même source ponctuelle et monochromatique, ils sont cohérents.

$$\begin{aligned}
 \delta &= L_{S1n} - L_{Sn} \\
 &= S1 + In - Sn \\
 &= S'I + In - Sn \\
 &= S'I - Sn
 \end{aligned}$$

Même configuration que pour les trous d'Young : $\delta = \frac{2\ell x}{D}$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta + \underbrace{\pi}_{\text{réflexion sur le miroir}}$$

$$p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{2}$$

$$p = \frac{2\ell x}{\lambda D} + \frac{1}{2}$$

$$x_p = \frac{\lambda D}{2\ell} p - \frac{\lambda D}{4\ell}$$

$$i = \frac{\lambda D}{2\ell}$$

b. Miroirs de Fresnel

1 source ponctuelle monochromatique : ondes cohérentes donc interférences

$$\begin{aligned}
 \delta &= L_{S2n} - L_{S1n} & \text{car } L_{S1n} &= S1 + In & L_{S2n} &= S2 + Jn \\
 &= S2n - S1n & &= S1I + In & &= S2J + Jn \\
 & & &= S1n & &= S2n
 \end{aligned}$$

Même calcul que pour Young :

$$\delta = \frac{\ell x}{D} \quad \ell = S1S2$$

$$\gamma = -2\beta + \beta + \alpha + \beta + \alpha = 2\alpha$$

$$O1S1 = \underbrace{AS1}_{=AS} \tan \underbrace{\left(\frac{\gamma}{2}\right)}_{\approx \frac{\gamma}{2}} \approx AS \frac{\gamma}{2} \approx AS \alpha$$

$$\ell = S1S2 = 2O1S1 = 2\alpha AS \quad \delta = \frac{2\alpha AS}{D} x$$

$$p = \frac{2\alpha AS x}{\lambda D} \quad x_p = p \frac{\lambda D}{2\alpha AS}$$

Si α diminue, les franges s'écartent.

2. Interférences d'ondes planes

Jusqu'ici les rayons qui interfèrent venaient de 2 points et formaient des ondes sphériques.

cf. Figure 16

Le champ d'interférence est un losange où se croisent 2 ondes planes.
Pour des ondes planes on connaît l'expression de la phase :

$$\begin{aligned}\varphi_1(r) &= \vec{k}_1 \cdot \vec{OP} + \varphi_1(0) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_1 \cdot \vec{OP} + \varphi_1(0)\end{aligned}$$

$$\varphi_2(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{u}_2 \cdot \vec{OP} + \varphi_2(0)$$

$$\begin{aligned}\varphi(r) &= \varphi_2(r) - \varphi_1(r) \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{u}_2 - \vec{u}_1) \cdot \vec{OP} + \varphi_2(0) - \varphi_1(0)\end{aligned}$$

$$\vec{u}_2 = \begin{pmatrix} \sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad \vec{u}_1 = \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ 0 \\ \cos \theta \end{pmatrix} \quad \vec{u}_2 - \vec{u}_1 = 2 \sin \theta \vec{u}_x$$

$$\varphi(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2 \sin \theta x + \varphi_0$$

franges rectilignes $x = \text{cte}$

$$p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{2 \sin(\theta)}{\lambda} x + p_0$$

$$x_p = \frac{p \lambda}{2 \sin(\theta)} - \frac{p_0 \lambda}{2 \sin(\theta)}$$

$$\Delta x = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta)}$$

cf exo: $\theta \approx (n-1)\alpha$
prisme

3. Bifocales (hors programme?)

10

cf. Figure 17

$$\begin{aligned}\delta &= L_{S_2'} n - L_{S_1'} n \\ &= L_{S_2'} + S_2' n - (L_{S_1'} + S_1' n)\end{aligned}$$

Par la th. de stigmatisme, $L_{S_2'} = L_{O_2 S_2'}$

$$L_{S_1'} = L_{O_1 S_1'}$$

et par symétrie : $L_{O_2 S_2'} = L_{O_1 S_1'}$

$$\delta = S_2' n - S_1' n$$

même configuration que pour les lacs d'Young : $\delta = \frac{t x_c}{D}$

$$t = 2(a + A_1' S_1')$$

$$\text{avec } \frac{A_1' S_1'}{A_1 S_1} = \frac{O_1 A_1'}{O_1 A_1} \text{ grandissement}$$

$$\text{on se donne } p = OS = O_1 A_1 < 0$$

$$\text{et } \frac{1}{O_1 A_1'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{O_1 A_1'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{p} = \frac{f' + p}{f' p}$$

$$O_1 A_1' = \frac{f' p}{f' + p} > 0$$

$$A_1' S_1' = a \frac{f' p}{f' + p} \left(\frac{1}{-p} \right)$$

$$A_1' S_1' = - \frac{f' a}{f' + p}$$

$$t = 2 \left(a - \frac{f' a}{f' + p} \right) = 2a \frac{p}{f' + p}$$

