

Contraste et cohérence

①

Dans le chapitre précédent, la source est ponctuelle et monochromatique d'où une parfaite cohérence, on revient ici sur ces hypothèses.

On étudie l'étendue spatiale de la source : cohérence spatiale

On étudie l'étendue spectrale de la source : cohérence temporelle

I - Cohérence spatiale

1. Source décalée

cf. Figure 1

$$\begin{aligned}\delta' &= SS_2\pi - SS_1\pi \\ &= \underbrace{SS_2 - SS_1}_{\frac{lx_s}{D_s}} + \underbrace{S_2\pi - S_1\pi}_{\delta = \frac{lx}{D}} \quad (\text{chap précédent})\end{aligned}$$

par les mêmes DL

$$\delta'(\pi) = \delta(\pi) + \frac{lx_s}{D_s}$$

$$p'(\pi) = p(\pi) + \frac{lx_s}{\lambda D_s}$$

$$\Delta p = p' - p = \frac{lx_s}{\lambda D_s}$$

des franges défilent vers le bas si $x_s > 0$

Cas montage de Fraunhofer

cf. Figure 2

$$\begin{aligned}\delta' &= L_{SS_2}\pi - L_{SS_1}\pi \\ &= L_{SS_2} - L_{SS_1} + \underbrace{L_{S_2\pi} - L_{S_1\pi}}_{\delta = \frac{lx}{f}} \quad (\text{chap précédent})\end{aligned}$$

H' est S_1 sont sur un plan d'onde $L_{SH'} = L_{SS_1}$

$$L_{SS_2} - L_{SS_1} = H' S_2$$

même calcul qu'au chapitre précédent : $H' S_2 = \frac{lx_s}{f_1'}$

$$\delta'(\pi) = \delta(\pi) + \frac{lx_s}{f_1'}$$

$$p' = p + \frac{lx_s}{\lambda f_1'}$$

$$\Delta p = \frac{lx_s}{\lambda f_1'}$$

Si on décale la source, les franges sont décalées.

2. Source double

cf. Figure 3

S' et S'' ne sont pas éclairées par les mêmes atomes, elles sont incohérentes. Les rayons issus de S' n'interfèrent pas avec ceux issus de S'' . Par contre S' émet 2 rayons cohérents entre eux et S'' aussi.

S' tout seul : $I_{S'}(\pi)$ avec franges

S'' tout seul : $I_{S''}(\pi)$ avec franges.

Quand les 2 sont présentes :

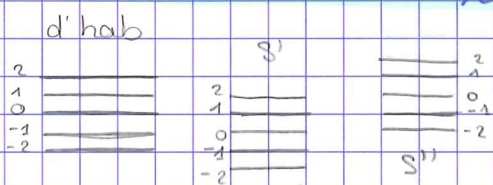
$$I(\pi) = I_{S'}(\pi) + I_{S''}(\pi)$$

$$\text{En } \pi, \text{ pour } S' : p_{S'} = \underbrace{p}_{\frac{lx}{\lambda D}} + \frac{lx}{2\lambda D_s} \quad \text{cf } \textcircled{1}$$

$$\text{pour } S'' : p_{S''} = p - \frac{lx}{2\lambda D_s}$$

Les deux systèmes de franges sont décalés l'un vers le bas, l'autre vers le haut, donc décalés l'un par rapport à l'autre

$$\text{avec } \Delta p = p_{S'} - p_{S''} = \frac{lx}{\lambda D_s}$$



* les deux familles de franges coïncident si $\Delta p \in \mathbb{Z}$;

$$\exists q \in \mathbb{Z}, \frac{lw}{\lambda D_s} = q \Rightarrow w_q = \frac{\lambda D_s q}{l}$$

On observe des franges bien contrastées et plus lumineuses qu'avec une unique source.

* si $\Delta p \in \mathbb{Z} + \frac{1}{2}$: il y a anti-coïncidence

$$\exists q \in \mathbb{Z}, \frac{lw}{\lambda D_s} = q + \frac{1}{2} \Rightarrow w_q = \frac{\lambda D_s (q + \frac{1}{2})}{l}$$

On ne voit plus de franges, l'éclairement est uniforme, les franges sont brouillées : il y a brouillage.

argument calculatoire :

$$I(\Pi) = I_{s'}(\Pi) + I_{s''}(\Pi)$$

$$I(\Pi) = 2I_0 \underbrace{(1 + \cos(\Psi_{s'}(\Pi)))}_{2\pi p_{s'}} + 2I_0 \underbrace{(1 + \cos(\Psi_{s''}(\Pi)))}_{2\pi p_{s''}}$$

$$= 2I_0 \left(2 + 2 \cos\left(\frac{\Psi_{s'} + \Psi_{s''}}{2}\right) \cos\left(\frac{\Psi_{s'} - \Psi_{s''}}{2}\right) \right)$$

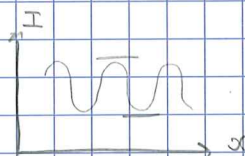
$$= 4I_0 \left[1 + \cos(\pi(p_{s'} - p_{s''})) \cos(\pi(p_{s'} + p_{s''})) \right]$$

$$= 4I_0 \left[1 + \underbrace{\cos\left(\frac{\pi lw}{\lambda D_s}\right)}_{\pi \Delta p} \cos\left(\underbrace{\frac{2\pi lx}{\lambda D}}_{\pi 2p}\right) \right]$$

$$= 4I_0 \left[1 + \underbrace{\cos(\pi \Delta p)}_{\delta} \cos\left(\frac{2\pi lx}{\lambda D}\right) \right]$$

$$I_{\max} = 4I_0 (1 + |\delta|)$$

$$I_{\min} = 4I_0 (1 - |\delta|)$$



$$\delta = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{4I_0 \times 2|\delta|}{4I_0 \times 2} = |\delta|$$

Les franges disparaissent quand $\delta = 0 \Leftrightarrow \cos(\pi \Delta p) = 0$

$$\Leftrightarrow \pi \Delta p = q\pi + \frac{\pi}{2} \quad q \in \mathbb{N}$$

$$\Leftrightarrow \Delta p = q + \frac{1}{2}$$

On aura le meilleur contraste si $|X|=1 \Leftrightarrow \pi \Delta p = q \bar{u}$
 $\Leftrightarrow \Delta p = q$

3. Source large. (majoration du pire cas)

cf. Figure 4

AB est une source de lumière étendue dans la direction de $\vec{u}_x$.
Elle est formée d'une multitude de points incohérents entre eux et dont les rayons n'interfèrent pas. Par contre 2 rayons issus d'un même point S sont cohérents et interfèrent.

calcul possible :

$$I(\pi) = \int \underbrace{dI_S(\pi)}_{\text{terme avec franges}} \quad \text{bof !}$$

Parmi les couples de points incohérents, certains produiront des franges en coïncidence et d'autres en anticoincidence, la situation globale est assez confuse.

Un majorant de Δp est $\Delta p_{\max} = \Delta p_{AB} = \frac{lw}{\lambda D_s}$ (paragraphe 2)

- Si $\Delta p_{\max} \leq \frac{1}{2}$ tous les systèmes de franges sont peu décalés et le contraste reste très bon.

$$\Delta p_{\max} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{lw}{\lambda D_s} \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow w \leq \frac{1}{2} \frac{\lambda D_s}{l}$$

- Si on le contraste se dégrade d'autant plus que Δp excède $\frac{1}{2}$ c'est à dire que w augmente.

AN: $D_s = 50 \text{ cm}$ $l = 0,5 \text{ mm}$ $\lambda = 600 \text{ nm}$

$$w_{\text{lim}} = \frac{1}{2} \frac{\lambda D_s}{l} = 0,3 \text{ mm}$$

Rq: Si on décale ou allonge la source selon $\vec{u}_y$ cela n'a aucune conséquence tant qu'elle reste à égale distance de S_1 et de S_2 car δ n'est pas modifié.

Idée à retenir :

Une source étendue pose un problème de cohérence spatiale.
Lorsque en Π donné sur l'écran, δ dépend du point considéré sur la source.

CCP : voir poly.

II - Cohérence temporelle

La source est ponctuelle mais présente un spectre large : elle n'est plus monochromatique.

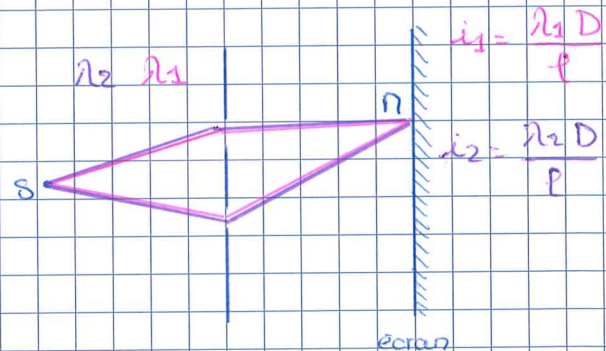
1. Cas d'un doublet spectral

cf. Figure 5

$$\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1} \quad \sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2} \quad \Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$$

Pour chaque longueur d'onde deux rayons cohérents interfèrent mais ceux de longueur d'onde λ_1 n'interfèrent pas avec ceux de longueur d'onde λ_2 .

$$I(\Pi) = \underbrace{I_{\lambda_1}(\Pi)}_{\text{avec des franges}} + \underbrace{I_{\lambda_2}(\Pi)}_{\text{avec des franges}}$$



En Π donné :

$$p_1(\Pi) = \frac{\delta(\Pi)}{\lambda_1} \quad p_2(\Pi) = \frac{\delta(\Pi)}{\lambda_2}$$

$$\text{et } \delta(\Pi) = \frac{px}{D} \quad (\text{pour Young})$$

$$\begin{aligned} \Delta p(\Pi) &= p_1(\Pi) - p_2(\Pi) \\ &= \delta(\Pi) \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \approx \delta(\Pi) \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \\ &= \delta(\Pi) (\sigma_1 - \sigma_2) \approx \delta(\Pi) \Delta\sigma \end{aligned}$$

$$\Delta p(\Pi) = \delta(\Pi) \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} = \delta(\Pi) \Delta\sigma$$

Δp dépend de λ , il peut y avoir tantôt coïncidence (p entier) et tantôt anti-coïncidence (p demi-entier)

Cas numérique:

lampe Hg (mercure) doublet jaune

$$\lambda_1 = 577 \text{ nm} \quad \lambda_2 = 579,1 \text{ nm}$$

$$p_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} p_2 \quad \text{AN: } p_2 = 10 \text{ alors } p_1 = 10,04$$

Les franges d'ordre 0 coïncident ($\delta = 0 \Rightarrow p_1 = 0$ et $p_2 = 0$) et à l'ordre 10, elles sont encore très peu décalées.

En pratique, l'aspect polychromatique n'intervient pas dans un montage du type Young.

Pour un brouillage, il faudrait $\Delta p = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \delta \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \delta = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\Delta \lambda}$$

$$\Leftrightarrow p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_2}{\Delta \lambda} = 144,75 \text{ et } p_2 = \frac{1}{2} \frac{\lambda_1}{\Delta \lambda} = 144,25$$

Avec un interféromètre de Michelson on peut produire de grandes différences de marche et donc voir ce brouillage.

des brouillages ont lieu lorsque, $\Delta p = q + \frac{1}{2} \quad q \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta \Delta \lambda}{\lambda^2} = q + \frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \delta_q = \left(q + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}$$

$$\delta_{q+1} - \delta_q = \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda}, \text{ en tp on mesure cet écart pour en déduire } \Delta \lambda$$

A Retenir:

On calcule $\Delta p = \frac{\delta}{\lambda_1} - \frac{\delta}{\lambda_2}$ et on l'identifie à un demi-entier pour les brouillages.

2. Cas d'une raie large

(4)

Cf. Figure 6

Pour une longueur d'onde donnée, deux rayons cohérents interfèrent mais des rayons de longueur d'onde distincte n'interfèrent pas.

$$I(\pi) = I_{\lambda}(\pi) + I_{\lambda'}(\pi) + I_{\lambda''}(\pi) + \dots = \int dI_{\lambda} \quad \text{calculs!}$$

Pour deux longueurs d'onde quelconques on a:

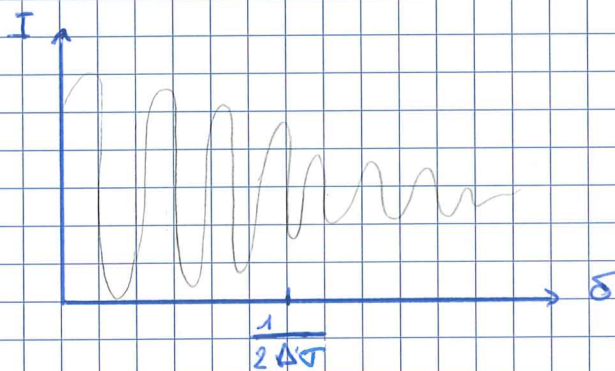
$$\Delta p(\pi) = \frac{\delta}{\lambda'} - \frac{\delta}{\lambda''}$$

$$\text{Au pire on aura : } \Delta p_{\max}(\pi) = \delta(\pi) \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = \delta(\pi) \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} = \delta(\pi) \Delta \sigma$$

des variations d'ordre restent négligeables si $\Delta p_{\max} \leq \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \delta(\pi) \Delta \sigma \leq \frac{1}{2} \Rightarrow \delta(\pi) \leq \frac{1}{2 \Delta \sigma}$$

les franges les plus visibles sont près de l'ordre 0, en s'en éloignant elles se brouillent peu à peu.



cf. Figure 7

lien avec l_c

On a déjà vu que la cohérence nécessite $\delta \leq c \tau_c = l_c$

$$\text{et } \tau_c = \frac{1}{\Delta \nu} \quad l_c = \frac{c}{\Delta \nu} = \frac{1}{\Delta \sigma}$$

On retrouve le même résultat au facteur $\frac{1}{2}$ près sans importance

Une source presque monochromatique est définie par

$\Delta\lambda \rightarrow 0$, $l_c \rightarrow \infty$, elle permet de voir des franges avec des ordres élevés.

3. Interférences en lumière blanche

↳ très mauvaise cohérence temporelle : $\Delta\lambda = \lambda_{\text{bleu}} - \lambda_{\text{rouge}} \approx 1 \mu\text{m}^{-1}$

$$l_c \approx \frac{1}{\Delta\lambda} \approx 1 \mu\text{m}$$

cohérence si $\delta \leq l_c = 1 \mu\text{m} \Rightarrow p \leq 2$

au-delà de l'ordre 2 les franges sont brouillées.

On voit cependant des couleurs, (franges colorées) étonnantes.

cf. Figure 8

frange d'ordre 0: brillante et blanche

frange d'ordre $\frac{1}{2}$: sombre avec irisations bleues et rouges

ensuite viennent d'autres franges irisées

puis du blanc d'ordre supérieur dû à un mélange complexe de longueur d'onde

Cependant pour δ donné certaines longueurs d'onde sont éteintes : celles telles que :

$$\exists q \in \mathbb{N}, \frac{\delta}{\lambda} = q + \frac{1}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{\delta}{q + 1/2}$$

AN: $\delta = 4 \mu\text{m}$

$$\lambda_B \leq \lambda \leq \lambda_R$$

$$\frac{\delta}{\lambda_R} \leq q + \frac{1}{2} \leq \frac{\delta}{\lambda_B}$$

$$5 \leq q + \frac{1}{2} \leq 10$$

$$q = 5 \quad \lambda = 0,73 \mu\text{m}$$

$$q = 6 \quad \lambda = 0,61 \mu\text{m}$$

$$q = 9 \quad \lambda = 0,42 \mu\text{m}$$

Si on disperse la lumière avec un spectroscope, on voit un spectre cannelé (avec des bandes noires)

Si λ augmente, λ augmente : les cannelures se déplacent vers le rouge et il y en a de plus en plus.

