

Thermodynamique des systèmes ouverts

1

système ouvert : échange de la matière avec le reste du monde

I - Rappels concernant les systèmes fermés

1. Premier Principe

a. Énoncé

cf. poly

xq: E_m : énergie mécanique macroscopique

Sous forme différentielle : $dU = \delta W + \delta Q$

différentielle de la fonction

$$d(E_m + U) = \delta W + \delta Q$$

quantités infinitésimales

b. Énergie interne du gaz parfait

Gaz parfait = pas d'interactions intermoléculaires

→ énergie interne de la forme : $U = n C_{v,m} T$

ou $U = m c_v T$

avec $c_v = \frac{C_{v,m}}{n}$

$J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$

mol

$J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$

capacité thermique molaire à V constant

	U	$C_{v,m}$	c_v	H	$C_{p,m}$	γ
monatomique	$\frac{3}{2} nRT$	$\frac{3}{2} R$	$\frac{3}{2} \frac{R}{M}$	$\frac{5}{2} nRT$	$\frac{5}{2} R$	$\frac{5}{3}$
diatomique	$\frac{5}{2} nRT$	$\frac{5}{2} R$	$\frac{5}{2} \frac{R}{M}$	$\frac{7}{2} nRT$	$\frac{7}{2} R$	$\frac{7}{5}$

Plus de détails : cours PCSI

c. Exemples

compression d'un gaz de Van der Waals

pour n mol : l'équation d'état s'écrit :

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} -P dV = \int_{V_1}^{V_2} - \left(\frac{nRT}{V - nb} - \frac{n^2 a}{V^2} \right) dV$$

$$= \left[-nRT \ln(V - nb) \right]_{V_1}^{V_2} + \left[\frac{n^2 a}{V} \right]_{V_1}^{V_2}$$

$$= nRT \ln \left(\frac{V_1 - nb}{V_2 - nb} \right) + n^2 a \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right)$$

1^{er} principe: $\Delta U = W + Q$

$$Q = \Delta U - W$$

$$Q = \left(n C_{v,m} T_2 - \frac{a n^2}{V_2} \right) - \left(n C_{v,m} T_1 - \frac{a n^2}{V_1} \right) - W$$

or $T_1 = T_2$
(isotherme)

$$Q = -nRT \ln \left(\frac{V_1 - nb}{V_2 - nb} \right)$$

$$Q = -3,2 \text{ kJ}$$

entrée d'air dans un ballon

L'opération est rapide, on la

suppose adiabatique : $Q = 0$

$$W = P_0 \delta V$$

$$= P_0 \frac{\delta n R T_0}{P_0}$$

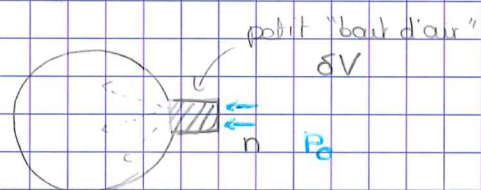
$$= \delta n R T_0$$

1^{er} principe :

$$\frac{5 \delta n R (T_1 - T_0)}{2} = \delta n R T_0$$

$$T_1 - T_0 = \frac{2}{5} T_0$$

$$T_1 = \frac{7}{5} T_0$$



syst: {petit bout d'air}

Propulsion d'un obus

2

système: { obus + gaz }

$$\Delta(E_m + U) = W + Q$$

$$\text{ici } \Delta E_m = \Delta E_c$$

$$\begin{aligned} &= \Delta E_{c, \text{obus}} + \Delta E_{c, \text{gaz}} \\ &= \frac{1}{2} m v_f^2 \quad \text{négligé} \end{aligned}$$

Le phénomène est searpide, on peut supposer $Q=0$.

$$W = -P_{\text{ext}} S (l_2 - l_1)$$

$$\approx -P_0 S (l_2 - l_1)$$

$$\approx -P_0 (V_2 - V_1)$$

$$\Delta U = \Delta U_{\text{gaz}} + \Delta U_{\text{obus}}$$

$$= \frac{5}{2} n R (T_2 - T_1) + C_{\text{obus}} \Delta T$$

on néglige

1^{er} principe: $\frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{5}{2} n R (T_2 - T_1) = \underbrace{-P_0 V_2 + P_0 V_1}_{\text{négligeable}}$

je pense que $P_0 \ll P_1, P_2$

donc $P_0 V_2 \ll P_2 V_2 = n R T_2$ et $P_0 V_1 \ll P_1 V_1 = n R T_1$

$$v_f = \sqrt{\frac{5 n R (T_1 - T_2)}{m}}$$

Supposons la détente adiabatique et mécaniquement réversible (quasi-stat).

$$\rightarrow \text{Laplace: } P V^\gamma = \text{cst} \quad T V^{\gamma-1} = \text{cst}$$

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{S l_1}{S l_2} \right)^{\gamma-1} = T_1 \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{\gamma-1}$$

$$v_f = \sqrt{\frac{5 n R T_1}{m} \left(1 - \left(\frac{l_1}{l_2} \right)^{\gamma-1} \right)} = 660 \text{ m.s}^{-1}$$

2. Enthalpie

a) définition

$$H = U + PV$$

Dans une transformation monobare ($P_1 = P_2 = P_0$ environnante)

$$\Delta H = W' + Q$$

autre que celui de pression

démo:

$$\Delta H = \Delta U + \Delta(PV)$$

$$= W' + \underbrace{P_0 \Delta V}_{\text{échangé avec l'environnement}} + Q + P_2 V_2 - P_1 V_1$$

$$= W' + P_0 (V_2 - V_1) + Q + P_2 V_2 - P_1 V_1 \quad \text{or } P_1 = P_2 = P_0$$

$$= W' + Q$$

application: calorimétrie (avec $W' = 0$), thermochimie

b) Gaz parfait

$$H = U + PV = n C_{v,m} T + nRT = n(C_{v,m} + R)T$$

$$C_{p,m} = C_{v,m} + R$$

$$H = n C_{p,m} T$$

on pose $\gamma = \frac{C_{p,m}}{C_{v,m}}$ alors $C_{v,m} = \frac{R}{\gamma - 1}$ et $C_{p,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$

grandeurs massiques:

$$H = m h \quad \leftarrow \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

avec $h = c_p T$ $\leftarrow \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

avec $c_p = \frac{C_{p,m}}{M}$ $\leftarrow \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
 $\leftarrow \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$

c) Enthalpie d'une phase condensée idéale

$$U \approx H \approx C_p T$$

$$C_p \approx C_v \approx C$$

3. Second principe

a) Énoncé

cf. Poly

$$dS = \underbrace{\frac{\delta Q}{T_e}}_{\delta S_e} + \delta S_c$$

rg : T_e : température de la paroi au travers de laquelle la chaleur est échangée au du thermostat

en principe l'expression de S est fournie pour les GP.

S_c est liée à l'irréversibilité dont voici quelques causes :

- effet Joule
- frottements, forces visqueuses
- homogénéisation
- échange thermique avec écart de température
- réaction chimique

b) identité thermodynamique et entropie des systèmes modèles (hors programme)

transformation infinitésimale, mécaniquement réversible, avec thermostat

$$T_e = T$$

Dans ces conditions, on affirme $\delta S_c = 0$

$$1^{\text{er}} \text{ principe : } dU = \delta W + \delta Q$$

$$\delta W = -P_e dV = -P dV$$

$$2^{\text{nd}} \text{ principe : } dS = \frac{\delta Q}{T} \quad \text{ou} \quad \delta Q = T dS$$

$$dU = -P dV + T dS \Rightarrow \text{identité thermodynamique : très vraie peu importe la transformation}$$

$$dH = dU + d(PV)$$

$$= -PdV + TdS + PdV + VdP$$

$$\underline{dH = TdS + VdP}$$

A partir de ces identités, on peut trouver S pour un GP.

$$* dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV$$

$$= \frac{nC_{v,m}}{T} dT + nR \frac{dV}{V}$$

en intégrant: $\underline{S = nC_{v,m} \log(T) + nR \log(V) + \text{cte}}$

pas à savoir
par ♥

$$* dS = \frac{dH}{T} - \frac{VdP}{T}$$

$$= \frac{nC_{p,m}}{T} dT - \frac{nR}{P} dP$$

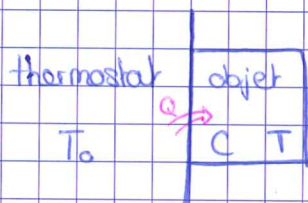
en intégrant: $\underline{S = nC_{p,m} \log(T) - nR \log(P) + \text{cte}}$

pas à savoir
par ♥

Pour les phases condensées idéales, on a $dU \approx dH \approx TdS$

$$dS = \frac{CdT}{T} \Rightarrow \underline{S = C \log(T) + \text{cte}}$$

c) Exemple de phénomène irréversible



T évolue à partir de T_1 à $T_2 = T_0$
système { objet de capacité thermique C }

$$\begin{aligned} 2^{\text{nd}} \text{ pp: } \Delta S &= S_e + S_c \\ &= \frac{Q}{T_0} + S_c \end{aligned}$$

$$1^{\text{er}} \text{ pp: } \Delta H = Q = CAT = C(T_2 - T_1)$$

phase condensée: $\Delta S = S(T_2) - S(T_1) = C \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$

$$S_c = \Delta S - S_e = C \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{C(T_2 - T_1)}{T_0}$$

pour $T_2 = T_0$: $S_c = C \left(\ln \left(\frac{T_0}{T_1} \right) - \left(1 - \frac{T_1}{T_0} \right) \right)$

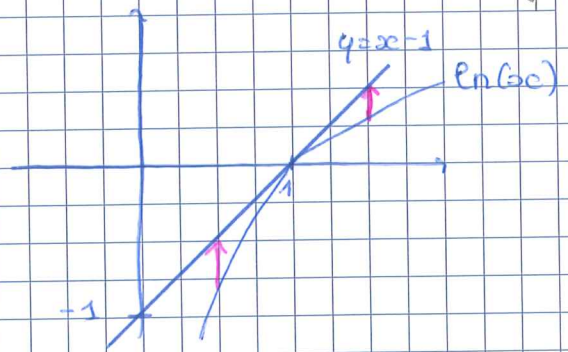
posons $x = \frac{T_1}{T_0}$

$$S_c = (x - 1 - \ln(x))$$

$\rightarrow S_c \geq 0$

pour $x \neq 1 : S > 0$

la thermalisation est irréversible, elle le devient si $x \rightarrow 1$
càd si $T_1 \rightarrow T_0$ mais alors l'échange est très très lent.



L'échange thermique entre des corps de températures distinctes est irréversible

4. Efficacité des machines thermiques

Pour des machines cycliques, on écrit $\Delta S = 0$ (syst: fluide cycle)
or les échanges se font avec des sources à $T_1, T_2, \dots$

$$S_e = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \dots$$

$$\Delta S = S_e + S_c \Rightarrow 0 = \sum \frac{Q_i}{T_i} + \underbrace{S_c}_{\geq 0} \Rightarrow \sum \frac{Q_i}{T_i} \leq 0$$

inégalité de Clausius

fixe des limites aux performances de la machine

Pour des évolutions infinitésimales :

$$dS = 0 \Rightarrow \sum \frac{\delta Q_i}{T_i} + \underbrace{\delta S_c}_{\geq 0} = 0 \Rightarrow \sum \frac{\delta Q_i}{T_i} \leq 0$$

permet de traiter des cas où la température des sources évolue

Exercice : Climatiseur (p3)

Ici T_f diminue de T_i à T_f . Pendant un bref intervalle, elle est presque constante : $\frac{dT}{dt}$

$$2^{nd} \text{ pp: } \frac{\delta Q_c}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \leq 0$$

$$1^{er} \text{ pp: } \delta Q_c + \delta Q_f + \delta W = 0$$

au fluide

$$\delta Q_c = -\delta Q_f - \delta W$$

$$\text{donc } \frac{-\delta Q_f - \delta W}{T_c} + \frac{\delta Q_f}{T_f} \leq 0$$

$$\delta Q_f \left(\frac{T_c}{T_f} - 1 \right) \leq \delta W$$

remarque: $\frac{\delta Q_f}{\delta W} \leq \frac{1}{\frac{T_c}{T_f} - 1}$ (majoration de l'efficacité)

ici l'efficacité évolue car T_f change

Pendant dt , $\delta W = P dt$ et T_f varie de $dT_f < 0$

1^{er} pp à la pièce à refroidir: $-\delta Q_f = dH_{\text{pièce}} = C dT_f$

d'où $-C dT_f \left(\frac{T_c}{T_f} - 1 \right) \leq P dt$

on intègre membre à membre :

$$P \Delta t \geq -C \int_{T_f(T_i)=T_i}^{T_f(T_f)=T_f} \left(\frac{T_c}{T_f} - 1 \right) dT_f$$

$$P \Delta t \geq -C \left(T_c \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) - (T_f - T_i) \right)$$

$$\Delta t \geq \frac{C}{P} \left(T_f - T_i + T_c \ln \frac{T_i}{T_f} \right)$$

$$\Delta t \geq 265 \text{ s}$$

5. Changements d'état des corps purs

a) Diagrammes d'équilibre et enthalpie de changement d'état

cf. Figure 2.

A l'équilibre si T est donné, alors P s'en déduit

phase 1 $\rightleftharpoons$ phase 2

à l'éq, $P = P_{eq}(T)$

les enthalpies massiques: $h_1(T, P) = h_1(T, P_{eq}(T))$
 $= h_{1,eq}(T)$

de même $h_2(T, P) = h_{2,eq}(T)$

Enthalpie de changement d'état: $h_{12}(T) = h_{2,eq}(T) - h_{1,eq}(T)$ $J \cdot kg^{-1}$
(chaleur latente)

Entropie de changement d'état: $s_{12}(T) = s_{2,eq}(T) - s_{1,eq}(T)$

$$s_{12}(T) = \frac{h_{12}(T)}{T}$$

b) cas de l'équilibre liquide-vapeur

cf. Figure 3 : diagramme de Clapeyron

Théorème des moments (système diphasé)

$$* m = m_l + m_g$$

$$1 = \frac{m_l}{m} + \frac{m_g}{m}$$

$$1 = x_l + x_g$$

$$* V = V_l + V_g$$

$$V = m_l v_l + m_g v_g$$

$$\Rightarrow v = x_l v_l + x_g v_g$$

Ces relations fonctionnent
avec toutes les grandeurs
d'état additives.

$$v = x_l v_l + (1 - x_l) v_g$$

$$\Rightarrow x_l = \frac{v_g - v}{v_g - v_l} = \frac{r_g}{r_g}$$

$$\Rightarrow x_g = \frac{v - v_l}{v_g - v_l} = \frac{r_l}{r_g}$$

Exercice: (p3)

$$v = \frac{V}{m} = 10 L \cdot kg^{-1}$$

$$x_l = \frac{22 - 10}{22 - 1,4} = 0,58$$

$$x_g = 1 - x_l = 0,42$$

$$\Rightarrow m_l = 580 g$$

$$\Rightarrow m_g = 420 g$$

Exemples avec d'autres grandeurs additives:

$$H = H_e + H_g$$

$$\dot{H} = \dot{m}_e h_e + \dot{m}_g h_g$$

$$H = m_e h_e + m_g h_g$$

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \dot{H} = \dot{m}_e h_e + \dot{m}_g h_g$$

II - Application du premier principe aux systèmes ouverts

1. Cadre d'étude

On étudie des installations avec un flux entrant et un flux sortant de matière. (fréquent dans l'industrie). cf. Figure 4

En même temps le fluide subit des échanges d'énergie (travail, chaleur).

* hypothèse: la machine est en régime permanent: le contenu de la machine est dans le même état à tous les instants.

- Pendant une durée dt , la masse qui entre est la même qui sort:

$$dm_e = dm_s = dm$$

$$\dot{D}_m = \frac{dm}{dt} \quad \text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \quad (\text{débit de masse / débit massique})$$

- Travail reçu pendant dt : $\delta W_u = P_u dt$ si comme utile dans la machine

$\uparrow$ $\uparrow$
 $\dot{W}$ $\dot{W} \text{ (J} \cdot \text{s}^{-1})$

$$\delta W_u = w_u dm$$

$\uparrow$
 $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$\delta W_u = w_u \dot{D}_m dt$$

$$P_u = w_u \dot{D}_m$$

- Transfert thermique: $\delta Q = P_q dt$

$$\delta Q = q dm$$

$\uparrow$
 $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$

$$\delta Q = q \dot{D}_m dt$$

$$P_q = q \dot{D}_m$$

grandeurs massiques

• à l'entrée: $P_1, T_1, u_1, h_1, s_1, v_1, e_{p1}, e_{c1}$

$$h = u + P v$$

$$e_p = g z$$

$$e_c = \frac{1}{2} c^2$$

← vitesse mais v déjà utilisé.

2. Premier principe industriel

6

cf. Figure 5

On se rabattra sur un paquet de fluide fermé qu'on accompagne par la pensée.

On lui applique le 1^{er} principe : $d(U + Em) = \delta W + \delta Q$

- $\delta Q = q \cdot dm$

$$\delta W = \delta W_u + P_1 \delta V_1 - P_2 \delta V_2$$

travail des forces de pression entrée / sortie

- $\delta W = w_u \cdot dm + P_1 v_1 \cdot dm - P_2 v_2 \cdot dm$

$$dU = U_{A'B'} - U_{AB}$$

$$= U_{A'B'}(t+dt) + U_{BB'} - (U_{A'B}(t) + U_{AA'})$$

égaux
car régime
permanent

$$dU = u_2 \cdot dm - u_1 \cdot dm$$

- $dU = (u_2 - u_1) \cdot dm$

- $dEm = (em_2 - em_1) \cdot dm$

1^{er} pp

$$(u_2 - u_1) \cdot dm + (em_2 - em_1) \cdot dm = q \cdot dm + P_1 v_1 \cdot dm - P_2 v_2 \cdot dm + w_u \cdot dm$$

$$(u_2 + P_2 v_2 - u_1 - P_1 v_1) + em_2 - em_1 = q + w_u$$

$$h_2 + em_2 - (h_1 + em_1) = q + w_u$$

$$\left[h + em \right]_1^2 = q + w_u$$

J·kg⁻¹

Δ ici grandeurs massiques

$$Dm \left[h + em \right]_1^2 = \dot{Q} + \dot{W}_u$$

W

3. Exemples cf. Figure 6

a) Chauffage central

$$T_1 = 75^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 65^\circ\text{C}$$

(eau)

radiateur 2 kW

Trouver $\dot{D}_m$?

$$h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$$

$$c_1 = c_2 \text{ donc } e_{c2} - e_{c1} = 0$$

$$e_{p2} - e_{p1} = g(z_2 - z_1) = gL \approx 10 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\text{alors que } h_2 - h_1 = 4,18 \times 10^3 \times (-10) = -4,18 \times 10^4$$

→ on peut négliger le terme gravitaire ($e_{p2} - e_{p1}$)

phrase
type

Il n'y a pas de pièce mobile dans un radiateur: $P_u = 0$

$$\text{PPI: } \dot{D}_m c_p (T_2 - T_1) = \dot{P}_q$$

$$\dot{D}_m = \frac{\dot{P}_q}{c_p (T_2 - T_1)} = \frac{-2 \times 10^3}{4,18 \times 10^3 \times (-10)} \approx 0,05 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

< 0 du pov du fluide

b) compresseur

$$\text{air: } P_1 = 1 \text{ bar}$$

$$T_1 = 298 \text{ K}$$

$$\dot{D}_m = 100 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$P_2 = 9 \text{ bar}$$

$\dot{P}_u$?

hypothèse: $\dot{P}_q = 0$ ~~e_p~~

$$e_c = \frac{1}{2} c^2 \text{ si } c = 10 \text{ ms}^{-1}, e_c = 50 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ majorant de } \Delta e_c$$

$$\text{OdG: } dh = c_p dT \quad c_p = \frac{f}{2} \frac{R}{M} \approx 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\text{pour } dT = 1^\circ\text{C}, dh = 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

On peut souvent négliger les variations de e_c

$$\underline{PPI:} \quad \dot{D}_m (h_2 - h_1) = \dot{P}_u$$

$$\dot{P}_u = \dot{D}_m \frac{\gamma}{2} \frac{R}{\pi} (T_2 - T_1)$$

hypothèse : compression réversible alors la loi de Laplace s'applique

$$PV^\gamma = \text{cste} \Rightarrow T^\gamma P^{1-\gamma} = \text{cste}$$

$$T_1^\gamma P_1^{1-\gamma} = T_2^\gamma P_2^{1-\gamma} \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{7/5-1}{7/5} = \frac{2}{7}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{2/7} = 558 \text{ K.}$$

$$\dot{P}_u = \frac{\gamma}{2} \dot{D}_m \frac{R}{\pi} T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{2/7} - 1 \right) = 26 \text{ kW}$$

c). Turbine motrice à gaz.

Dans une turbine, un gaz chaud et comprimé se détend et fait tourner un rotor.

$$T_1 = 1300 \text{ K}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{10}$$

$$\dot{D}_m = 5 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$$

puissance $\dot{P}_u$?

$$\text{mêmes hypothèses que dans b) : } \dot{P}_u = \frac{\gamma}{2} \dot{D}_m \frac{R}{\pi} T_1 \left(\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{2/7} - 1 \right) \\ = -3,1 \text{ MW}$$

d) Détente de Joule-Thomson

C'est une détente lente, adiabatique au travers d'un matériau poreux.

Industriellement, on parle de robinet de détente ou de vanne de laminage.

- Δe_p : détente lente donc Δe_c (négligeable)
- adiabatique $\dot{Q}_g = 0$
- pas de pièce mobile dans le matériau poreux : $\dot{P}_u = 0$

Donc PPI: $\Delta h = 0 \Rightarrow h_2 = h_1$

La détente de Joule - Thomson est isenthalpique

* pour un GP: $dh = c_p dT$

$h = \text{cste} \Leftrightarrow T = \text{cste}$: la détente est isotherme

* pour un gaz réel, T peut varier

exemple: He cf. diagramme $T = f(p)$

$$T_1 = 13 \text{ K}$$

$$T_2 = ?$$

$$P_1 = 12 \text{ bar}$$

$$P_2 = 1 \text{ bar}$$

on lit en suivant l'isenthalpique: $T_2 = 1.1 \text{ K}$

d'autres points de départ donneraient un échauffement

↳ pour un GP: $h = \text{cste} \Leftrightarrow T = \text{cste}$: isenthalpe horizontale

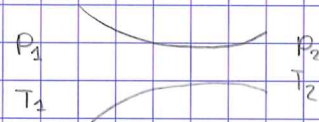
↳ pour He c'est presque le cas loin de la courbe de saturation.

$\Rightarrow$ plus on s'éloigne de la courbe de saturation, meilleur sera le modèle du GP.

* eau cf. diagramme $P = f(h)$

sur ce diagramme, une détente de Joule - Thomson se représente par $\downarrow$
elle conduit à un réchauffement ou un refroidissement du gaz
selon les cas.

e) Tuyère:



tuyère: canalisation de section variable pour détendre des gaz chauds et comprimés et leur faire prendre de la vitesse.

• $P_g = 0$ (rapide)

• $P_u = 0$ (pas de pièces mobiles)

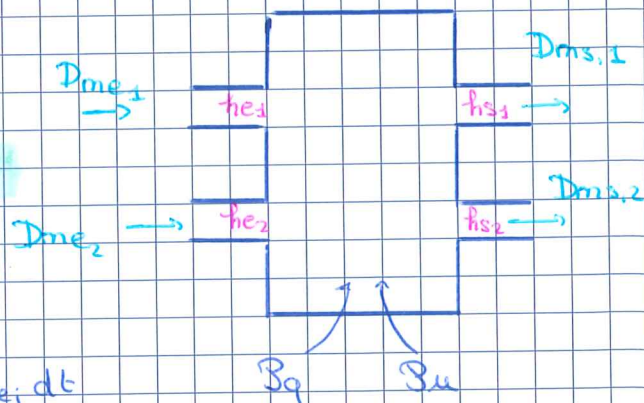
• Δe_p négligée

$$\Delta e_c = e_2 - e_1 = \frac{1}{2} c_2^2 - \frac{1}{2} c_1^2 \quad \text{en pratique } c_1 \ll c_2$$

8

$$= c_p (T_1 - T_2) \quad (\text{en admettant GP})$$

$$v_{\text{mesurée}} = 4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$$



III - Application du second principe aux systèmes ouverts

1. Second principe « industriel »

On considère le même système / schéma que dans II.2.

$$\begin{aligned} \bullet dS &= S_{A'B'} - S_{AB} \\ &= S_{A'B'}(t+dt) + S_{BB'} - (S_{AA'} + S_{A'B}(t)) \quad \text{régime permanent} \\ &= dm s_2 - dm s_1 \\ &= dm (s_2 - s_1) \end{aligned}$$

$$\bullet \delta S_e = \frac{\delta Q}{T_e} = \frac{q dm}{T_e}$$

2nd pp :

$$dS = \delta S_e + \delta S_c$$

$$dm (s_2 - s_1) = \frac{q dm}{T_e} + \delta S_c$$

$$\delta S_c = s_c dm$$

entropie créée
par kg

$$dm (s_2 - s_1) = \frac{q dm}{T_e} + s_c dm$$

$$\text{2nd pp: } s_2 - s_1 = \frac{q}{T_e} + s_c$$

Δ grandeurs massiques

$$J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$$

$\times Dm$

$$Dm (s_2 - s_1) = \frac{Pq}{T_e} + \underbrace{Dm s_c}_{J \cdot K^{-1} \cdot s^{-1}}$$

⇒ on s'en sort jamais

Le théorème est utile dans 2 cas :

- pour une machine réversible $s_c = 0$, on obtient des infos sur l'état final
- on utilise le th. pour calculer s_c

L'analyse entropique d'une machine permet de pointer du doigt les causes d'irréversibilité.

2. Exemples

a) Chauffage central

• eau : phase condensée (idéale)

$$ds = \frac{c_p dT}{T} \quad (\text{donné})$$

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

• PPI : $\Delta h = -q$

$$q = c_p (T_2 - T_1)$$

$$\begin{aligned} \text{• 2nd pp : } s_c &= (s_2 - s_1) - \frac{q}{T_e} \\ &= c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) - \frac{c_p (T_2 - T_1)}{T_e} \end{aligned}$$

$$T_1 = 75 + 273 \text{ K}$$

$$T_2 = 65 + 273 \text{ K}$$

$$T_e = 20 + 273 \text{ K} \quad (\text{pièce})$$

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 75 + 273 \text{ K} \\ T_2 = 65 + 273 \text{ K} \\ T_e = 20 + 273 \text{ K} \end{array} \right\} s_c = 20,7 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

de transfert thermique vers l'air ambiant avec un seul de température est irréversible

b) Compresseur

Imaginons qu'il ne soit pas réversible

Comment P_2 change-t-elle ?

$$\text{2nd pp : } s'_2 - s_1 = \frac{q}{T_e} + s_c$$

$$s'_2 = s_1 + s_c > s_1$$

au lieu de $s_2 = s_1$ (si réversible)

$$s'_2 > s_2$$

On atteint la même pression P_2 avec une entropie plus grande

$$\text{Or } s = c_p \ln(T) - \frac{R}{n} \ln(p) + \text{cte}$$

$$\text{avec } P_2' = P_2 \text{ et } s_2' > s_2$$

$$\text{donc } T_2' > T_2$$

$$\text{PPI : } \dot{Q}_u = \dot{D}_m c_p (T_2 - T_1)$$

$$\text{comme } T_2' > T_2 \text{ on a } \dot{Q}_u' > \dot{Q}_u$$

Comprimer le gaz revient plus cher.

c) Détente de Joule-Thomson (cf II, 3, d)

$$* \text{ adiabatique : } q = 0$$

$$s_2 - s_1 = s_c$$

$$* dh = 0$$

$$\text{or } dh = T ds + v dP$$

$$ds = -\frac{v}{T} dP$$

$$s_2 - s_1 = \int_{P_1}^{P_2} -\frac{v}{T} dP \quad \text{avec } P_2 < P_1 \text{ (car détente)}$$

$$s_2 - s_1 > 0 \quad \text{donc } s_c > 0$$

Cette détente est irréversible à cause des frottements dans le milieu poreux.

$$* \text{ pour un GP : } PV = \frac{m}{n} RT \Rightarrow v = \frac{V}{m} = \frac{RT}{nP}$$

$$s_2 - s_1 = \int_{P_1}^{P_2} -\frac{R}{nP} dP = -\frac{R}{n} \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) > 0 \quad \Rightarrow \frac{v}{T} = \frac{R}{nP}$$

$$* \text{ pour un gaz réel : He}$$

$$T_1 = 13 \text{ K}$$

$$T_2 = 11 \text{ K}$$

$$P_1 = 12 \text{ bar}$$

$$P_2 = 1 \text{ bar}$$

$$\text{on lit sur le diagramme : } s_2 - s_1 = 14,25 - 9,25 = 5 \text{ Jg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$$s_c = 5 \text{ Jg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

IV - Etude de machines avec changement de phase

1. Cycle de Rankine

C'est un cycle moteur, la vapeur d'eau fournit du travail à un alternateur.

cf. Figure 7

$$P_1 = 0,2 \text{ bar}$$

$$P_2 = 100 \text{ bar}$$

$$\theta_1 = 60,06^\circ\text{C}$$

$$\theta_2 = 311^\circ\text{C}$$

} températures d'équilibre

cf. diagramme de l'eau (entropique et enthalpique)

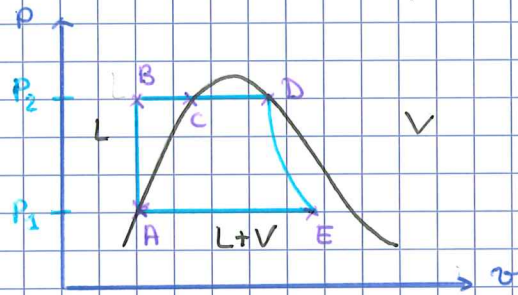


diagramme
de Clapeyron

cycle moteur = tourne dans le sens des aiguilles d'une montre.

• A: P_1 sur la courbe d'ébullition

• AB: $s_B - s_A = \frac{q}{T_e} + s_e \Rightarrow s_B = s_A$
adiab. reev

on suit l'isentrope jusqu'à P_2

• BCD : isobare

• DE : isentropique: $s_E = s_D$ avec $s_D = 5,6 \text{ JK}^{-1}\text{kg}^{-1}$

c'est un état diphasé avec une fraction de vapeur x_E ?

$$s_E = x_E s_v(T_1) + (1-x_E) s_L(T_1)$$

$$x_E = \frac{s_E - s_L(T_1)}{s_v(T_1) - s_L(T_1)} \quad \text{théorème des moments}$$

cf. Table 1 : pour les valeurs numériques

$$x_E = \frac{5,64 - 0,84}{7,88 - 0,84} = 0,676$$

on peut placer E avec x_E ou h_E .

$$h_E = x_E h_v(T_1) + (1-x_E) h_L(T_1) = 1845 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

→ Transferts énergétiques dans chaque étape :

BCD • générateur de vapeur (GV) : $w_{BD} = 0$

$$\Delta h_{BD} = -q_{BD}$$

$$q_{BD} = h_D - h_B \quad \text{avec } h_B \approx h_A$$

$$= h_D - h_A$$

$$= 2750 - 250$$

$$= 2500 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

EA • condenseur (Cond) : $w_{EA} = 0$

$$\Delta h_{EA} = -q_{EA}$$

$$-q_{EA} = h_A - h_E$$

$$= 250 - 1845$$

$$= 1595 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

DE • Turbine : $q_{DE} = 0$

$$w_{DE} = \Delta h_{DE}$$

$$= h_E - h_D$$

$$= 1845 - 2750$$

$$= -905 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

AB • Pompe : $q_{AB} = 0$

$$w_{AB} = \Delta h_{AB} \approx 0 \quad (\text{transfert négligeable devant les autres})$$

On vérifie sur un cycle : $q_{BD} + q_{EA} + w_{DE} = 0$

→ rendement η

$$\eta = \frac{\text{ce qu'on veut}}{\text{ce qu'on paye}} = \frac{-w_{DE}}{q_{BD}} = \frac{905}{2500} = 0,36$$

comparons au rendement de Carnot : $\eta_c = 1 - \frac{T_{\text{froid}}}{T_{\text{chaud}}}$

(GV) le transfert depuis la source chaude a lieu si $T_{\text{chaud}} \geq T_2$.

(Cond) le transfert a lieu vers la source froide si : $T_{\text{froid}} \leq T_1$.

Dans la suite, on se place dans le cas de valeurs limites :

$$\begin{aligned}x_c &= 1 - \frac{T_1}{T_2} \\&= 1 - \frac{60 + 273}{310 + 273} \\&= 0,43\end{aligned}$$

$$T_{\text{chaud}} = T_2$$

$$T_{\text{froid}} = T_1$$

ici $x < x_c$: le cycle est irréversible (il crée de l'entropie).

→ analyse entropique du cycle.

$$\left. \begin{aligned} \bullet \Delta s_{C,AB} &= 0 \\ \bullet \Delta s_{C,DE} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ par hypothèse (adiabatique réversible)}$$

$$\begin{aligned} \bullet EA: \quad \Delta s_{EA} &= - \frac{q_v(T_1)}{T_1} s_E && \text{T change d'état} \\ s_{EA} &= \frac{q_{EA}}{T_1} = \frac{h_A - h_E}{T_1} = \frac{h_L(T_1) - h_E}{T_1} \\ &= \frac{h_L(T_1) - x_E h_v(T_1) - (1-x_E)h_L(T_1)}{T_1} \\ &= \frac{x_E (h_L(T_1) - h_v(T_1))}{T_1} \\ &= - \frac{x_E q_v(T_1)}{T_1} \end{aligned}$$

$$\Delta s_{EA} = s_{EA} \text{ donc } s_{EA} = 0.$$

Normal ! $T_f = T_1$: donc pas de choc thermique / pas de discontinuité de T.

$$\bullet CD: \text{ par les mêmes arguments } s_{CD} = 0$$

$$\bullet BC: \quad \Delta s_{BC} = s_{BC} + s_{CB}$$

$$\begin{aligned}\Delta s_{BC} &= s_C - s_B \\&= s_C - s_A \\&= 3,40 - 0,84 \\&= 2,56 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}\end{aligned}$$

$$s_{BC} = \frac{q_{BC}}{T_{ch}} = \frac{h_C - h_B}{T_{ch}} = \frac{h_C - h_A}{T_{ch}} = \frac{1400 - 250}{583} = 1,97 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$s_{eBC} = \Delta s_{BC} - s_{eBC}$$

$$= 0,59 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

Sur un cycle, $s_e = 0,59 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Retour sur le rendement:

$$1^{\text{er}} \text{ pp: } q_{ch} + q_f + w = 0$$

$$2^{\text{nd}} \text{ pp: } \frac{q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{q_f}{T_f} + s_e = 0$$

$$q_f = -w - q_{ch}$$

$$\frac{q_{ch}}{T_{ch}} - \frac{w + q_{ch}}{T_f} + s_e = 0$$

$$\times \frac{1}{q_{ch}} \left(\frac{1}{T_{ch}} - \frac{1}{T_f} \left(\frac{w}{q_{ch}} + 1 \right) + \frac{s_e}{q_{ch}} = 0 \right)$$

$$-\frac{w}{q_{ch}} = \left(\frac{1}{T_f} - \frac{1}{T_{ch}} - \frac{s_e}{q_{ch}} \right) T_f$$

$$-\frac{w}{q_{ch}} = 1 - \frac{T_f}{T_{ch}} - \frac{s_e T_f}{q_{ch}}$$

$$\eta = \eta_c - \frac{s_e T_f}{q_{ch}}$$

0,36 / 0,43

AN: $\frac{T_f s_e}{q_{ch}} = \frac{333 \times 0,59}{2500} = 0,07$

L'écart entre le rendement réel et le rendement de Carnot s'explique en effet par la création d'entropie.

2. Cycle d'une pompe à chaleur

cf. diagramme enthalpique R134a

$$A: p_A = 3 \text{ bar } 5^\circ \text{C}$$

$$AB: \Delta s_{AB} = s_{eAB} + s_{cAB} = 0 \Rightarrow s_B = s_A$$

• BC $p = p_B = p_C$ facile !

• CD type détendeur $h_D = h_C$ ↓

le cycle est décrit dans le sens trigo. (trigo frigo)

	A	B	C	D
$T(^{\circ}\text{C})$	5	47	39	1
$h (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1})$	400	425	255	255
$s (\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	1,74	1,74	1,19	1,20

Analyse énergétique

le fluide frais s'évapore sur DA à basse pression et le fluide tiède se condense sur BC à haute pression.

$$* q_{ch} = q_{BC} = \Delta h_{BC} = h_C - h_B = -170 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$* q_F = q_{DA} = \Delta h_{DA} = h_A - h_D = 145 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$* w = w_{AB} = \Delta h_{AB} = h_B - h_A = 25 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$$

vérification: $q_{ch} + q_F + w = 0$

efficacité:

$$e = \frac{\text{ce qu'on veut}}{\text{ce qu'on paie}} = \frac{-q_{ch}}{w} = 6,8$$

efficacité de Carnot

$$e_c = \frac{T_{ch}}{T_{ch} - T_F}$$

* Sur DA pour que le transfert s'effectue de la source vers le fluide, il faut que $T_F \geq 5^{\circ}\text{C}$.

- Sur BC pour que le transfert s'effectue vers la source chaude il faut que $T_{ch} \leq 39^\circ\text{C}$.

Pour la suite, on choisit : $T_F = 5^\circ\text{C}$ $T_{ch} = 20^\circ\text{C}$

Avec ces sources :

$$e_c = \frac{T_{ch}}{T_{ch} - T_F} = \frac{20 + 273}{15} = 19,5$$

$e \ll e_c$, la machine est très irréversible.

Analyse entropique

- AB $S_{eAB} = 0$ (réversible)

- BC $\Delta S_{BC} = S_{eBC} + S_{seBC}$

$$\Delta S_{BC} = S_C - S_B = -0,55 \text{ u}$$

$$S_{seBC} = \frac{q_{BC}}{T_{ch}} = -0,57 \text{ u}$$

$$S_{sBC} = \Delta S_{BC} - S_{seBC} = -0,55 + 0,57 = 0,02 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

• on trouve la même valeur sur CD et sur DA

Sur un cycle : $S_c = 0,02 + 0,02 + 0,02 = 0,06 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$

Retour sur l'efficacité

sur un cycle : • $\Delta e = 0$ $q_{ch} + q_F + w = 0$

• $\Delta S = 0$ $\frac{q_{ch}}{T_{ch}} + \frac{q_F}{T_F} + S_c = 0$

$$q_F = -q_{ch} - w$$

$$\frac{q_{ch}}{T_{ch}} - \frac{q_{ch}}{T_F} - \frac{w}{T_F} + S_c = 0$$

$$\times \frac{1}{w} \left(\frac{-q_{ch}}{w} \left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_{ch}} \right) + \frac{S_c}{w} - \frac{1}{T_F} \right) = 0$$

$$e = \left(\frac{1}{T_F} - \frac{S_c}{w} \right) \times \frac{1}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_{ch}}}$$

$$e = \frac{1}{T_F} \left(1 - \frac{S_c T_F}{w} \right) \times \frac{1}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_{ch}}}$$

$$e = e_c \left(1 - \frac{S_c T_F}{W} \right)$$

$$1 - \frac{0,06 \times 278}{25} = 0,33$$

$$e = 0,33 e_c$$

C'est bien la création d'entropie qui explique l'écart d'efficacité entre $e_c = 19,5$ et $e = 6,8$.

Puissance :

On veut 10 kW pour chauffer la maison.

D_m ? P_u ?

$$P_q = D_m q$$

$$P_{bc} = D_m q_{bc}$$

$$D_m = \frac{P_{bc}}{q_{bc}} = \frac{-10 \text{ kW}}{-170 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}} = 58,9 \text{ g} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rappel $J = W \cdot s^{-1}$

$$P_u = D_m w$$

$$P_{AB} = D_m w_{AB} = 58,9 \times 10^{-3} \times 25 = 1,47 \text{ kW}$$

autre méthode : $P_{AB} = \frac{|P_q|}{6,8}$

