

Référentiel terrestre

Prologue

cf. Figure 1

* $R_{\text{hélio}} = R_{\text{copernic}}$

O = centre du Soleil (centre de masse du système solaire)

$\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z \dots$

$\Rightarrow$ référentiel galiléen.

* $R_{\text{géo}}$

O = centre de la Terre

$\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z$ - même axes que $R_{\text{hélio}}$ donc en translation

dans $R_{\text{hélio}}$. Δ translation / circulaire $\neq$ TRU donc ellipse

pas tout à fait galiléen.

$\hookrightarrow$ vitesse angulaire Ω

$\Rightarrow$ souvent considéré galiléen.

$\hookrightarrow$ son caractère non galiléen intervient pour les marées.

* R_T est en rotation autour de l'axe des pôles par rapport

à $R_{\text{géo}}$ vitesse angulaire ω .

$\Rightarrow$ pas galiléen

On sait que $T_{\text{an}} = 365, 25$ jours sol, $T_{\text{jour sid}} = 23 \text{ h } 56 \text{ min}$

$$\Omega = \frac{2\pi}{T_{\text{an}}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{\text{jour sid}}}$$

Δ $T_{\text{jour sid}} = 23 \text{ h } 56 \text{ min} \neq T_{\text{jour sol}} = 24 \text{ h}$

$$\omega T_{\text{jour sol}} = 2\pi + \Omega T_{\text{jour sol}}$$

$$\frac{2\pi}{T_{\text{jour sid}}} T_{\text{jour sol}} = 2\pi + \frac{2\pi}{T_{\text{an}}} T_{\text{jour sol}}$$

$$T_{\text{jour sid}} = \left(1 + \frac{T_{\text{jour sol}}}{T_{\text{an}}}\right) T_{\text{jour sid}}$$

$$T_{\text{jour sid}} = \frac{T_{\text{jour sol}}}{1 + \frac{T_{\text{jour sol}}}{T_{\text{an}}}}$$

$$= \frac{T_{\text{jour sol}}}{1 + \frac{1}{365,25}}$$

$$= 23 \text{ h } 56 \text{ min}$$

$$\omega = 7,292 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

I- Effets de la force d'inertie d'entraînement

R_{geo} : galiléen

R_T : non galiléen

1. Gravité et pesanteur

* gravité $\vec{F}_g = m\vec{g}_0$

$$\vec{g}_0 = -\frac{G M_T}{R_T^2} \vec{u}_r$$

* $\vec{F}_{ie} = m\omega^2 H \vec{\Pi}$

$$= m\omega^2 H \vec{\Pi} \vec{u}_e$$

$$\vec{F}_{ie} = m\omega^2 R_T \cos(\lambda) \vec{u}_e$$

on appelle $\vec{g}_{ie} = \omega^2 H \vec{\Pi}$

$$\vec{g}_{ie} = R_T \cos(\lambda) \omega^2 \vec{u}_e$$

$$\vec{F}_{ie} = m\vec{g}_{ie}$$

Ces deux forces sont indissociables. On appelle pesanteur leur somme :

$$\vec{P} = m(\vec{g}_0 + \vec{g}_{ie})$$

On pose $\vec{g} = \vec{g}_0 + \vec{g}_{ie} = \vec{g}_0 + R\omega^2 \cos(\lambda) \vec{u}_e$

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

AN: $R_T = 6378 \text{ km}$ $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ SI}$

$$g_0 = 9,809 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$g_{ie, \max} = R\omega^2 = 0,0339 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$q = \frac{g_{ie, \max}}{g_0} = 3,46 \times 10^{-3} \quad \text{c'est petit mais pas ridicule (mesurable)}$$

$$\vec{g}_{ie} = q g_0 \cos \lambda \vec{u}_e$$

2 Variation de g avec la latitude

* au pôle : $\lambda = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{g}_{ie} = \vec{0}$

$$\Rightarrow \vec{g} = \vec{g}_0 = -g_0 \vec{u}_r$$

$$g = |\vec{g}| = g_0 = 9,809 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

* à l'équateur : $\vec{u}_r = \vec{u}_e \quad \lambda = 0$

$$\Rightarrow \vec{g}_{ie} = q g_0 \vec{u}_r$$

$$\vec{g}_0 = -g_0 \vec{u}_r$$

$$\Rightarrow \vec{g} = (q g_0 - g_0) \vec{u}_r = -g_0 (1 - q) \vec{u}_r$$

$$|\vec{g}| = g_0 (1 - q) = 9,775 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

* λ quelconque.

$$\vec{g} = \vec{g}_0 + \vec{g}_{ie}$$

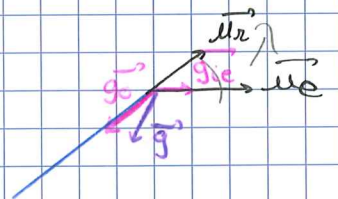
$$= -g_0 \vec{u}_r + q g_0 \cos \lambda \vec{u}_e$$

$$g^2 = \vec{g} \cdot \vec{g}$$

$$g^2 = g_0^2 + q^2 g_0^2 \cos^2 \lambda - 2q g_0^2 \cos \lambda \underbrace{\vec{u}_r \cdot \vec{u}_e}_{\cos \lambda}$$

$$g^2 = g_0^2 (1 - 2q \cos^2 \lambda + q^2 \cos^2 \lambda)$$

$$g = g_0 \sqrt{1 - 2q \cos^2 \lambda + q^2 \cos^2 \lambda}$$



Au 1^{er} ordre en q :

$$g \approx g_0 (1 - q \cos^2 \lambda)$$

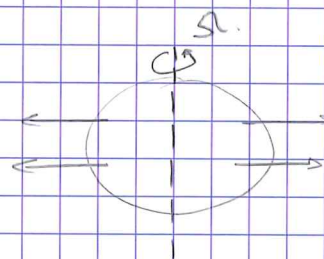
$$q_{\text{mesuré}} = 0,00529$$

La variation de g est plus forte que celle attendue.

Explication: La Terre n'est pas sphérique mais aplatie (ellipsoïde): le rayon équatorial ($R_{\text{eq}} = 6375 \text{ km}$) est plus grand que le rayon aux pôles ($R_{\text{pole}} = R_{\text{eq}} - 22 \text{ km}$). Cela introduit des erreurs sur $H\vec{n}$ donc sur $\vec{g}_{\text{ie}}$ et aussi sur le champ gravitaire $\vec{g}_0$.

L'aplatissement de la Terre est conséquence de la force centrifuge

3. Le seau de Newton.



cf. Figure 3

On étudie l'équilibre du fluide dans le référentiel non galiléen du seau tournant.

La relation $\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}$ (PCSI)

devient ici $\vec{\text{grad}} P = \underbrace{\rho \vec{g}}_{\text{forces volumiques}} + \vec{f}_{\text{ie}}$

forces volumiques

$$\vec{f}_{\text{ie}} = \rho \Omega^2 H\vec{n} = -\rho \vec{a}_c$$

$$\vec{\text{grad}} P = -\rho g \vec{u}_z + \rho \Omega^2 r \vec{u}_r \quad (\text{stat flu})$$

$$\text{projection sur } \vec{u}_r \quad \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial r} = \rho \Omega^2 r & (1) \end{cases}$$

$$\text{projection sur } \vec{u}_z \quad \begin{cases} \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g & (2) \end{cases}$$

Rq: $P(r, z)$

$$(1) : P = \rho \Omega^2 \frac{r^2}{2} + C(z)$$

on dérive par rapport
à z

$$(2) \quad \frac{dC}{dz} = -\rho g$$

$$C = -\rho g z + k$$

$$P = \rho \Omega^2 \frac{r^2}{2} - \rho g z + k$$

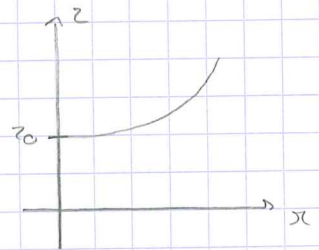
$$\text{Pour } r = 0, z = z_0, P = P_0$$

$$k = \rho g z_0 + P_0$$

La surface libre est l'ensemble des points tels que $P(r, z) = P_0$

$$\rho \frac{\Omega^2 r^2}{2} - \rho g z + P_0 + \rho g z_0 = P_0$$

$$z = z_0 + \frac{\Omega^2 r^2}{2g} \quad \left. \vphantom{z = z_0 + \frac{\Omega^2 r^2}{2g}} \right\} z \text{ à la surface}$$



La surface est un paraboloïde de révolution.

"comme si la Terre était un peu grossoularde" !!

4. Bourrelet équatorial de la Terre

cf. Figure 4

La Terre est vue comme une boule fluide en équilibre dans le référentiel terrestre non galiléen.

$$\vec{\text{grad}} P = \rho \vec{g}_{\text{grav}} + \vec{f}_{\text{ie}}$$

$$\vec{f}_{\text{ie}} = \rho \omega^2 r \vec{u}_r$$

$$q = \frac{R \omega^2}{g_0}$$

gravité à la surface

$$\omega^2 = \frac{q g_0}{R}$$

Le point Π est sous terre, $\vec{g}_{\text{grav}} = -g_0 \frac{\vec{on}}{R}$ (admis)

Statique des fluides :

$$\vec{\text{grad}} P = -\rho g_0 \frac{\vec{on}}{R} + \rho \omega^2 r \vec{u}_r$$

$$\vec{ON} = \vec{OH} + \vec{HN} = z \vec{u}_z + x \vec{u}_x$$

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho g_0 \frac{x}{R} + \rho \omega^2 x = \frac{\rho g_0}{R} (q-1)x & (1) \\ \frac{\partial P}{\partial z} = -\frac{\rho g_0}{R} z & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad P = -\frac{\rho g_0 z^2}{2R} + C(x)$$

$$(1) \quad \frac{dC}{dx} = \frac{\rho g_0}{R} (q-1) x$$

$$C = \frac{\rho g_0}{R} (q-1) \frac{x^2}{2} + K$$

$$P = -\rho \frac{g_0 z^2}{2R} + \frac{\rho g_0}{R} (q-1) \frac{x^2}{2} + K$$

La surface est définie par $P_0 = -\frac{\rho g_0}{2R} z^2 + \frac{\rho g_0 (q-1)}{2R} x^2 + K$

La Terre est donc un ellipsoïde de révolution ($Az^2 + Bx^2 = D$)

• Pôle $\begin{cases} x=0 \\ z=R_{\text{pole}} \end{cases} \quad P_0 = -\frac{\rho g_0}{2R} R_{\text{pole}}^2 + K$

• Equateur $\begin{cases} x=R_{\text{eq}} \\ z=0 \end{cases} \quad P_0 = \frac{\rho g_0}{R} (q-1) \frac{R_{\text{eq}}^2}{2} + K$

On élimine $P_0 - K$ et on obtient :

$$\frac{\rho g_0}{R} (q-1) \frac{R_{\text{eq}}^2}{2} = -\frac{\rho g_0}{2R} R_{\text{pole}}^2$$

$$R_{\text{eq}}^2 = \frac{R_{\text{pole}}^2}{1-q}$$

$$R_{\text{eq}} = R_{\text{pole}} \frac{1}{\sqrt{1-q}}$$

$$R_{\text{eq}} \approx R_{\text{pole}} \left(1 + \frac{q}{2}\right)$$

$$R_{\text{eq}} = R_{\text{pole}} + \frac{q}{2} R_{\text{pole}}$$

q petit DL au 1^{er} ordre

$$AN : \frac{9 R_{\text{pole}}}{2} = 11 \text{ km} \neq 22 \text{ km}$$

Le calcul ne marche pas.

Comme la Terre n'est pas sphérique, l'expression utilisée pour $\vec{g}_{\text{new}}$ n'est pas correcte.

cf. exo ellipsoïde de Poincaré.

5. Vers un modèle cohérent

en ⊕. cf. exo ellipsoïde de Poincaré

II - Effets de la force de Coriolis

1. Ordres de grandeur et orientation

$$\vec{F}_{\text{ic}} = -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v} \quad \leftarrow \text{dans } R_T \text{ ou terrestre.}$$

$$|\vec{F}_{\text{ic}}| \leq 2m\omega|\vec{v}|$$

$$\omega = 7,29 \times 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$2\omega|v| = 1,46 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

A cette vitesse $|\vec{F}_{\text{ic}}|$ correspond à en gros un millième du poids.

Cette force est importante pour :

- le cas où les autres forces sont petites
- le cas où on veut beaucoup de précision sur des grands mouvements
- le mouvement des fluides géophysiques (atm, océan, manteau terrestre ...)

cf. Figure 6

$$\vec{\omega} = \omega \cos(\lambda) \vec{e}_y + \omega \sin(\lambda) \vec{e}_z$$

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \cos \lambda \\ \omega \sin \lambda \end{pmatrix}$$

On considère des mouvements dans le plan (Oxy):

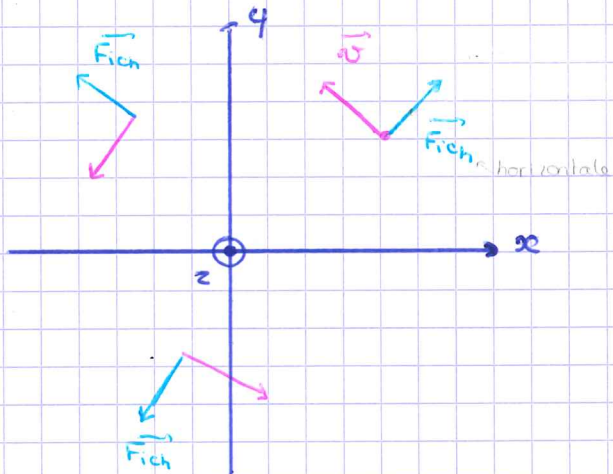
$$\vec{v} = v_{xe} \vec{e}_{xe} + v_y \vec{e}_y$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \cos \lambda \\ \omega \sin \lambda \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} v_{xe} \\ v_y \\ 0 \\ v_{xe} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\omega v_y \sin \lambda \\ \omega v_{xe} \sin \lambda \\ -\omega v_{xe} \cos \lambda \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{F}_c = 2m\omega \begin{pmatrix} v_y \sin \lambda \\ -v_{xe} \sin \lambda \\ v_{xe} \cos \lambda \end{pmatrix} \left. \begin{array}{l} \text{dans le plan horizontal} \\ \text{faible devant } mg \text{ (poids)} \end{array} \right\}$$

$$\vec{F}_{c, \text{horizontal}} = -2m(\omega \sin \lambda \vec{e}_z) \wedge \vec{v}$$

Dans l'hémisphère nord,
cette force pousse les projectiles
vers la droite.



2. Tir polaire

$$f(t) = f(0) + t f'(0) + \frac{t^2}{2} f''(0) + o(t^2)$$

Tir d'un obus $\vec{v}_0 = v_0 \vec{e}_{xe}$ cf. Figure 7

obus soumis à $\vec{P} = m\vec{g}$ et $\vec{F}_c$

Au voisinage de $t=0$:

$$\vec{O\vec{P}} = \vec{O\vec{P}}(t=0) + t \left. \frac{d\vec{O\vec{P}}}{dt} \right|_{t=0} + \frac{t^2}{2} \left. \frac{d^2\vec{O\vec{P}}}{dt^2} \right|_{t=0} + o(t^2)$$

$$\vec{on} = \vec{o} + \vec{v}_0 t + \vec{a}_0 \frac{t^2}{2}$$

5

PFD: $m\vec{a}_0 = m\vec{g} + \vec{F}_{ic}$

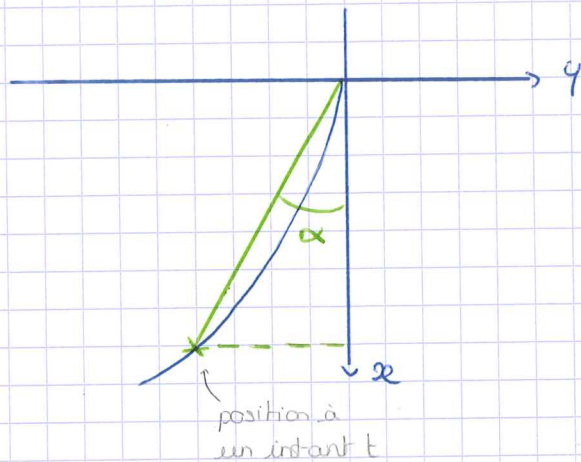
à $t=0$ $\vec{g} = -g\vec{u}_z$

$$\begin{aligned}\vec{F}_{ic} &= -2m\omega\vec{u}_z \wedge v_0\vec{u}_x \\ &= -2m\omega v_0\vec{u}_y\end{aligned}$$

$$\vec{a}_0 = -g\vec{u}_z - 2\omega v_0\vec{u}_y$$

$$\vec{on} = v_0\vec{u}_x t - \frac{t^2}{2} (g\vec{u}_z + 2\omega v_0\vec{u}_y)$$

$$\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\omega v_0 t^2 = -\omega v_0 \frac{x^2}{v_0^2} \end{cases}$$



L'obus est dévié vers l'ouest

$$\alpha \approx \tan \alpha \approx \left| \frac{y}{x} \right| = \omega t$$

Ce résultat est naturel dans le référentiel géocentrique galiléen: l'obus part en ligne droite mais c'est la Terre qui tourne sous lui

3. Déviation d'une chute libre

cf. Figure 8 vitesse initiale nulle

Depuis la hauteur h :

chute libre:

$$m\vec{a} = m\vec{g}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = 0 \\ \ddot{z} = -g \end{cases} \begin{cases} v_x = 0 \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = -g\frac{t^2}{2} + h \end{cases}$$

Ce calcul suppose R_T galiléen. Il néglige $\vec{F}_{ic}$.

Prise en compte de $\vec{F}_{ic}$?

$$\vec{v} = \begin{cases} v_x = \dot{x} \\ v_y = \dot{y} \\ v_z = \dot{z} \end{cases} \quad \text{inconnues}$$

$$\vec{F}_{ic} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

$$= -2m \begin{pmatrix} 0 \\ \omega \cos \lambda \\ \omega \sin \lambda \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix}$$

$$= -2m \begin{pmatrix} v_z \omega \cos \lambda - v_y \omega \sin \lambda \\ v_x \omega \sin \lambda \\ -v_x \omega \cos \lambda \end{pmatrix}$$

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F}_{ic}$$

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 2\omega v_y \sin \lambda - 2\omega v_z \cos \lambda \\ \frac{dv_y}{dt} = -2\omega v_x \sin \lambda \\ \frac{dv_z}{dt} = -g + 2\omega v_x \cos \lambda \end{cases}$$

3 équ. diff. couplées longues à résoudre

On réalise un calcul approximatif de type perturbatif.

On évalue $\vec{F}_{ic}$ avec le vecteur vitesse obtenu sans $\vec{F}_{ic}$.

Alors les équations se simplifient:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = 2\omega g t \cos \lambda \\ \frac{dv_y}{dt} = 0 \\ \frac{dv_z}{dt} = -g \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = g\omega t^2 \cos \lambda \\ v_y = 0 \\ v_z = -gt \end{cases}$$

Par def : la verticale
est la direction de $\vec{g}$
qui prend en compte $\vec{F}_{ic}$

$$\begin{cases} x = g\omega \frac{t^3}{3} \cos \lambda \\ y = 0 \\ z = -g \frac{t^2}{2} + h \end{cases}$$

composante $x \geq 0$
la chute libre est
déviée vers les x
croissants : vers l'est

point d'impact : $z = 0 \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$

$$x = \frac{g\omega}{3} \cos \lambda \left(\frac{2h}{g} \right)^{3/2}$$

AN : $\lambda = 45^\circ \quad h = 100 \text{ m} \Rightarrow x = 1,6 \text{ cm}$

idée mathématique : on écrit la solution comme un DL en puissance de ω dont on cherche l'ordre 1 et dont on connaît déjà l'ordre 0.

$$\vec{F}_{ic} = -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v}$$

résultat à l'ordre 1. ↖ évaluée à l'ordre 0
↖ ω en facteur

4. Vent géostrophique

Dans un fluide, les forces de pression ont un équivalent volumique

$$\vec{f}_p = -\vec{\text{grad}} P.$$

$$d\vec{F}_p = -\vec{\text{grad}} P \cdot d\vec{\tau}$$

On pourrait penser que le vent souffle dans la direction de $d\vec{F}_p$ mais

Non !

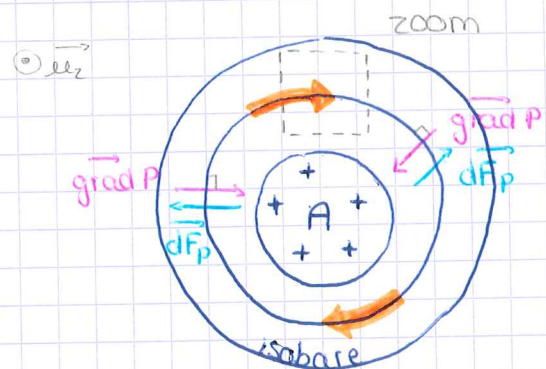
Au contraire il suit la

règle de Buys-Ballot :

Dans l'hémisphère Nord,

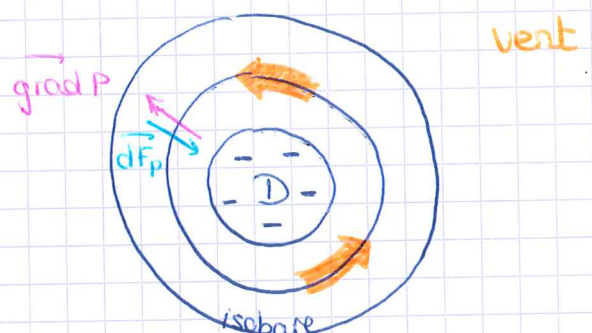
le vent souffle en ayant sur sa droite les hautes pressions.

On interprète ceci par $\vec{F}_{ic}$

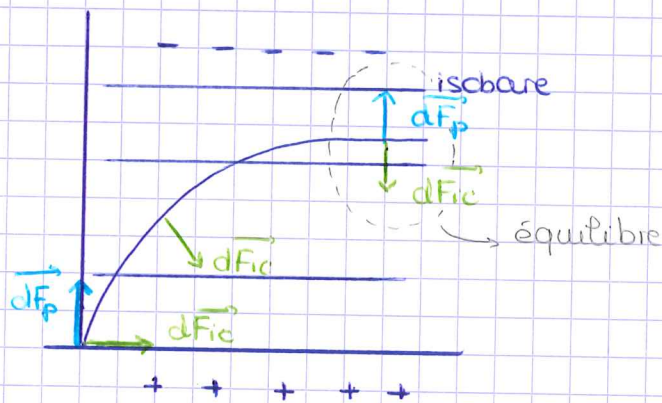


D pour dépression
(faible pression)

A pour anticyclone
(forte pression)



zoom



Le vent géostrophique est défini par l'équilibre entre $d\vec{F}_c$ et $d\vec{F}_p$

seulement
partie horizontale

$$d\vec{F}_c = -2 \, dm \, \omega \sin \lambda \, \vec{u}_z \wedge \vec{v}$$

$$= -2 \rho \, d\tau \, \omega \sin \lambda \, \vec{u}_z \wedge \vec{v}$$

vent géostrophique :

$$-\text{grad } P - 2 \rho \omega \sin \lambda \, \vec{u}_z \wedge \vec{v} = \vec{0}$$

$$- 2 \rho \omega \sin \lambda \, \vec{u}_z \wedge \vec{v} = \text{grad } P$$

La vitesse est donc perpendiculaire à $\text{grad } P$ et le signe - correspond à Buys-Ballot.

normes :

$$2 \rho \omega \sin \lambda \, \|\vec{v}\| = \|\text{grad } P\|$$

$$\|\vec{v}\| = \frac{\|\text{grad } P\|}{2 \rho \omega \sin \lambda}$$

cf. Figure 9 et Figure 10

AN: au point A on lit $v = 3,5 \times 18,52 \text{ km/h}$

$$= 18 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

calcul $\|\text{grad } P\| = \frac{10 \times 10^2}{280 \times 10^3} \text{ Pa} \cdot \text{m}^{-1}$

$$\|\vec{v}\| = \frac{\frac{1}{280}}{2 \times 1,2 \times 7,3 \times 10^{-5} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = 29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Le vent réel en mer est d'environ $\frac{2}{3}$ du vent géostrophique et souffle à 20° des isobares. Explication: le vent frotte au sol

III - Les marées

Phénoménologie

La marée est la variation du niveau de la mer due à l'attraction de la Lune et du Soleil.

En France, il y a une pseudo-périodicité de 12h 25 min. (2 marées hautes, 2 marées basses par jour)

cf. Figure 11

1. Différentiel gravitationnel

Référentiel galiléen

point matériel Π , m

• forces d'origine terrestre : $\vec{F}'(\Pi)$

poils, contact (pression), électromag...

• attraction des astres : $\vec{F}(\Pi) = m \vec{g}(\Pi)$

$$\vec{g}(\Pi) = \vec{g}_s(\Pi) + \vec{g}_L(\Pi) + \underbrace{\vec{g}_{\text{jupiter}} + \dots}_{\text{faibles}}$$

champ de gravitation

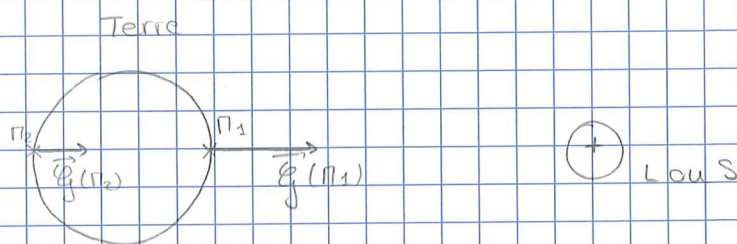
PFD : $m \vec{a}(\Pi) = \vec{F}'(\Pi) + m \vec{g}(\Pi)$

$$\vec{a}(\Pi) = \vec{g}(\Pi) + \frac{\vec{F}'(\Pi)}{m}$$

La cause des marées est la suivante : $\vec{g}(\Pi)$ n'est pas uniforme, il varie d'un point à un autre. Il augmente quand on s'approche de l'astre

Les différences de gravitation ont tendance à écarteler, à déformer

la Terre. Particulièrement les océans.



2. Champ de marée

* On raisonne dans $R_{géo}$ qui est en translation dans $R_{héli}$ ($\neq TRU$) : $R_{géo}$ est non galiléen

$$\vec{F}_{ie} = -m \vec{a}_e$$

masse du
pt Π

ici $\vec{a}_e$ est l'accélération de la Terre dans $R_{héli}$

$$\vec{a}_e = \vec{a}(T / R_{héli})$$

pour la calculer, on applique le PED à la Terre dans $R_{héli}$

$$\Pi_T \vec{a}(T / R_{héli}) = \Pi_T \vec{g}(T)$$

$$\vec{a}_e = \vec{g}(T)$$

$$\text{donc } \vec{F}_{ie}(\Pi) = -m \vec{g}(T)$$

Au total, Π est soumis à (dans $R_{géo}$) :

$$\begin{aligned} \vec{F}'(\Pi) + m \vec{g}(\Pi) - m \vec{g}(T) \\ = \vec{F}'(\Pi) + m (\vec{g}(\Pi) - \vec{g}(T)) \end{aligned}$$

$$\text{Force de marée } \vec{F}_m = m (\vec{g}(\Pi) - \vec{g}(T))$$

$$\text{Champ de marée } \vec{C}_m(\Pi) = \vec{g}(\Pi) - \vec{g}(T)$$

Il faudrait encore revenir dans R_T où il faudrait prendre en compte la variation de $\vec{g}$, Coriolis.

3. Expression de $\vec{C}(\Pi)$. (le champ de marée)

$$\vec{C}_m(\Pi) = \vec{C}_{m_e}(\Pi) + \vec{C}_{m_s}(\Pi)$$

On prend un seul astre A

cf. Figure 12

$$\vec{g}_A(T) = \frac{G \Pi_A}{D^2} \vec{u}_2$$

$$\vec{g}_A(\Pi) = \frac{G \Pi_A}{\Pi A^2} \vec{u}_{\Pi A}$$

$$\vec{C}_m(\Pi) = G \Pi_A \left(\frac{\vec{u}_{\Pi A}}{\Pi A^2} - \frac{\vec{u}_2}{D^2} \right) \quad (*)$$

$$\begin{aligned} \vec{\Pi A} &= \vec{\Pi T} + \vec{T A} \\ &= -x \vec{u}_x + D \vec{u}_2 \end{aligned}$$

$$\frac{\vec{u}_{\Pi A}}{\Pi A^2} = \frac{\vec{\Pi A}}{\Pi A} \times \frac{1}{\Pi A^2} = \frac{\vec{\Pi A}}{\Pi A^3}$$

Savoir faire

$$\begin{aligned} \Pi A^2 &= \vec{\Pi A} \cdot \vec{\Pi A} \\ &= x^2 + D^2 - 2x D \vec{u}_x \cdot \vec{u}_2 \\ &= x^2 + D^2 - 2x D \cos(\theta) \end{aligned}$$

$$\Pi A^3 = (x^2 + D^2 - 2x D \cos \theta)^{3/2}$$

$$\vec{C}_m(\Pi) = G \Pi_A \left(\frac{-x \vec{u}_x + D \vec{u}_2}{(x^2 + D^2 - 2x D \cos \theta)^{3/2}} - \frac{\vec{u}_2}{D^2} \right)$$

Comme x est bien plus petit que D , on peut faire un DL à l'ordre 1 en $\frac{x}{D} \ll 1 \Rightarrow$ pénible !

Pour $\theta = 0$: $\vec{u}_x = \vec{u}_2$

savoir faire

$$(*) \quad \vec{C}_m(\Pi) = G \Pi_A \left(\frac{\vec{u}_2}{\Pi A^2} - \frac{\vec{u}_2}{D^2} \right)$$

$$= G \Pi_A \vec{u}_2 \left(\frac{1}{(D-x)^2} - \frac{1}{D^2} \right)$$

$$= G \Pi_A \vec{u}_2 \left(\frac{1}{D^2 (1 - \frac{x}{D})^2} - \frac{1}{D^2} \right)$$

on factorise par le plus gros.

$$\approx \frac{G \Pi_A}{D^2} \vec{u}_2 \left(1 + \frac{2x}{D} - 1 \right)$$

$$\vec{C}_m(\Pi) = 2Gx \frac{\Pi_A}{D^3} \vec{u}_2$$

Pour $\theta = \pi$ on obtient $\vec{C}_m(\Pi) = -2Gx \frac{\Pi_A}{D^3} \vec{u}_2$

4. Représentation de $\vec{C}$ et rythme semi-diurne

cf. Figure 13

(passer d'un champ à une force
× masse)

Notons $C_0 = \frac{G M_A \pi}{D^3} \Rightarrow$ donne l'ordre de grandeur du

champ de marée et il dépend de l'astre.

cf. Table 1

L'effet de la lune est deux fois plus fort que celui du Soleil.

Sur la figure 13, on voit bien l'effet déformateur de ces forces

cf. Figure 15.

cf. Figure 14. Le bouffet pointe vers la lune et fait un tour en 24h 50min, ce qui explique le rythme cité dans Phénoménologie