

I - Le champ magnétique1. Forces magnétiques sur les charges en mouvement

• q ponctuelle : $\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B}$ (Lorentz)

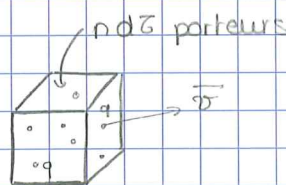
manifestations
de la force
de Lorentz

• sur un fil électrique : $d\vec{F} = I d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ (Laplace)

• pour des courants volumiques : $d\vec{F} = \vec{j} d\vec{\tau} \wedge \vec{B}$

démo:

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= n d\vec{\tau} \times q \vec{v} \wedge \vec{B} \\ &= \vec{j} d\vec{\tau} \wedge \vec{B} \end{aligned}$$

2. Cadre de la magnétostatique

En magnétostatique, on étudie les champs magnétiques constants créés par des courants constants et permanents ($\text{div } \vec{j} = 0$) ou créés par des aimants.

↳ ou ARQP

ODG:

• $B_{\text{Terre}} \approx 50 \mu\text{T}$

• $B_{\text{aimant fort}} \approx 1 \text{ T}$

• $B_{\text{IRM}} \approx 1 \text{ T}$

• $B_{\text{record du monde}} \approx 100 \text{ T}$

3. Propriétés de symétrie et d'invariances

(on parle plus
des aimants)

sources du champ = courants

Pour les invariances par rotation et translation, on raisonne comme pour $\vec{E}$.

En ce qui concerne les symétries planes, tout est inversé.

On dit que $\vec{B}$ est un pseudo-vecteur.

cf. poly : Figure 1 et 2.

△ on commence tjrs par analyser invariances et symétries

4. Flux du champ magnétique

$\vec{B}$ est à flux conservatif

$$\forall \mathcal{S} \text{ fermée}, \oint_{\mathcal{S}} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

L'expression locale de cette propriété est :

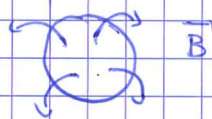
$$\forall \Pi, \operatorname{div} \vec{B}(\Pi) = 0$$

équation de

Maxwell - Ø

„Maxwell et personne“

conséquence :



impossible

→ Il n'existe pas de monopôle magnétique

En cassant un aimant en deux, on n'obtient pas deux pôles séparés mais deux nouveaux dipôles.

exercice : cf. Figure 3 classique

$(\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan d'antisymétrie des sources donc

$$\vec{B}(\Pi) \subset (\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$$

invariance par rotation : $\vec{B}$ ne dépend pas de θ

$$\vec{B}(r, \theta, z) = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z(r, z) \vec{u}_z$$

Si $\Pi \in (0, z)$ tout plan contenant $(\Pi, \vec{u}_z)$ est plan d'antisymétrie des sources donc $\vec{B}(\Pi) = B_z(0, z) \vec{u}_z$

Ceci est conforme aux lignes de champ vues en PCSI.

On pose $B_0(z) = B_z(0, z)$.

Près de l'axe, $\vec{B} = B_z \vec{u}_z + B_x \vec{u}_x$

$$B_z(x, z) \simeq B_0(z)$$

$B_x(x, z)$ très petite

à trouver en $O(x)$ ← au 1^{er} ordre en x

Pour trouver B_x on utilise la conservation du flux sur un petit cylindre.

cf. Figure 3 et 4

$$\begin{aligned} \oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{S} &= \int_{\text{dessous}} B(x', z) \cdot (-dS \vec{u}_z) \\ &+ \int_{\text{dessus}} B(x', z+dz) \cdot dS \vec{u}_z \\ &+ \int_{\text{latérale}} \vec{B}(x, z') \cdot dS \vec{u}_x \\ &= - \int_{\text{dessous}} B_z(x', z) dS \\ &+ \int_{\text{dessus}} B_z(x', z+dz) dS \\ &+ \int_{\text{latérale}} B_x(x, z') dS \\ &\simeq - \int_{\text{dessous}} B_0(z) dS + \int_{\text{dessus}} B_0(z+dz) dS + \int_{\text{latérale}} B_x(x, z) dS \\ &\simeq - B_0(z) \pi x^2 + B_0(z+dz) \pi x^2 + B_x(x, z) \times 2\pi x dz \end{aligned}$$

on intègre sur dz infinitésimal
donc on considère
variable muette

Comme $\vec{B}$ est à flux conservatif :

$$\pi x^2 (B_0(z+dz) - B_0(z)) + 2\pi x dz B_x(x, z) = 0$$

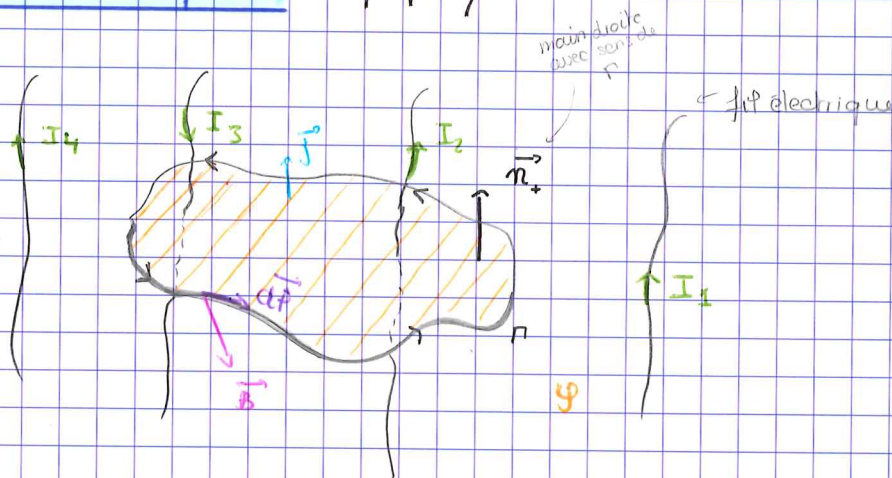
$$B_x \approx - \frac{\pi x^2}{2\pi x} \frac{B_0(z+dz) - B_0(z)}{dz}$$

$$B_x \approx - \frac{x}{2} \frac{dB_0}{dz} + o(x)$$

la composante radiale près de l'axe est plus forte là où la composante axiale varie le plus.

5. Circulation du champ magnétique

♥ Théorème d'Ampère: cf. poly



on a intérêt à choisir une courbe où $\vec{B} \parallel d\vec{l}$ c-à-d une l.c. la courbe doit être fermée

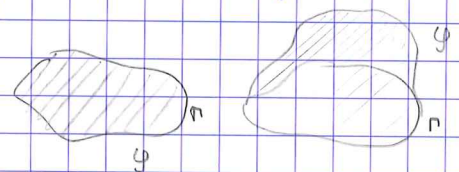
$$I_{enl} = I_2 - I_3$$

Pour des courants volumiques, $I_{enl} = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$

où S est une surface délimitée par Γ . (S n'est pas unique, on pourrait la prendre bombée)

Pour des courants permanents, deux surfaces quelconques limitées par Γ

sont traversées par la même intensité (dû à la con. du flux de $\vec{j}$)



Pour des courants volumiques, $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$

or (Stokes): $\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot } \vec{B} \cdot d\vec{S}$

donc $\int_S (\text{rot } \vec{B} - \mu_0 \vec{j}) \cdot d\vec{S} = 0$

L'égalité a lieu pour toute surface S

donc $\forall \Pi, \vec{\text{rot}} \vec{B} - \mu_0 \vec{j} = \vec{0}$

3.

$$\forall \Pi, \vec{\text{rot}} \vec{B}(\Pi) = \mu_0 \vec{j}(\Pi)$$

équation de
Maxwell-Ampère

↳ "le champ magnétique
tourbillonne autour
des courants"

→ expression locale du théorème d'Ampère

→ ne s'applique pas à un endroit où $\vec{B}$ n'est pas continu (pile sur un fil)

6. Exemple : analyse d'une carte de champ

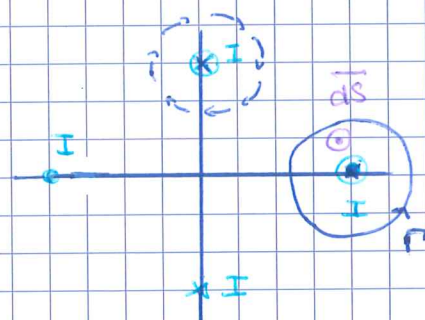
cf. Figure 5 4 fils $\parallel \vec{u}_z$

Sur une tdc, orientée comme $\vec{B}$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int B \cdot d\ell > 0$$

donc $I_{\text{ent}} > 0$

I est dans le sens de $d\vec{s}$



→ sur cet exemple analyser
les plans de symétrie
et d'anti-symétrie

II- Exemples de champs créés par des courants permanents

par

1. Champ créé par un câble rectiligne

cf. Figure 6

Le plan $(\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan d'antisymétrie des sources,
 $\vec{B}(\Pi)$ lui appartient.

Le plan $(\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un plan de symétrie des sources,
 $\vec{B}(\Pi)$ lui est orthogonal.

donc $\vec{B}(\Pi) = B(r, \theta, z) \vec{u}_\theta$

invariance par rotation et translation: $\vec{B}(\Pi) = B(r) \vec{u}_\theta$

Pour exprimer le th. d'Ampère, il est commode de choisir une courbe

tg $\vec{B} \parallel d\vec{\ell}$ c-à-d une tdc. Dans certains cas, on utilise des
portions de courbe où $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$.

Ici, on choisit un cercle d'axe Oz passant par Π .

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \oint B(r) \vec{u}_\theta \cdot d\ell \vec{u}_\theta$$

$$= B(r) \times 2\pi r$$

• si $r \geq a$ $I_{enl} = I$

Ampère : $2\pi r B = \mu_0 I$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

• si $r \leq a$

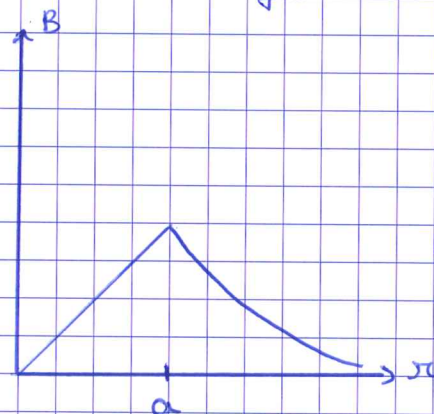
$$\vec{j} = \frac{I}{\pi a^2} \vec{u}_z \quad I_{enl} = \int \pi r^2 = \frac{I r^2}{a^2}$$

Ampère : $2\pi r B = \mu_0 I_{enl}$

$$2\pi r B = \mu_0 \frac{I r^2}{a^2}$$

$$B = \mu_0 \frac{I r}{2\pi a^2}$$

→ peut aussi se faire avec P.A.



2. Champ créé par un solénoïde

↳ bague de pain

cf. Figure 7

On suppose le solénoïde infini, c-à-d on néglige ce qui se passe près des bords.

↳ plan du solénoïde

$(\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$ est un d'antisymétrie des sources, et contient $\vec{B}(\Pi)$ (même si le solénoïde est de longueur finie)

↳ plan des barreaux

$(\Pi, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ est un plan de symétrie des sources, $\vec{B}(\Pi)$ lui est $\perp$

Il est donc de la forme $\vec{B}(\Pi) = B(r, \theta, z) \vec{u}_z$

invariantes par rotation et translation : $\vec{B}(\Pi) = B(r) \vec{u}_z$

$$\int_r \vec{B} \cdot d\vec{e} = h B(x) - h B(x') \\ = h (B(x) - B(x'))$$

• si $x' > x > a$
 $I_{ent} = 0$

A : $h(B(x) - B(x')) = \mu_0 I_{ent} = 0$
 $B(x) = B(x')$

Le champ est donc uniforme et du solénoïde, on admet qu'il est nul si $x \rightarrow +\infty$, on conclut alors :

$\forall x > a, B(x) = 0$

• si $x' > a, x < a$

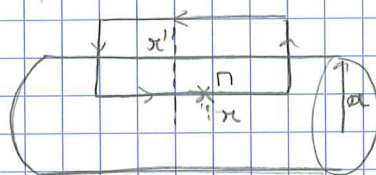
$I_{ent} = n h I$

= 0 car en dehors du solénoïde

A : $h(B(x) - B(x')) = \mu_0 I_{ent}$

$h B(x) = \mu_0 n h I$

$B(x) = \mu_0 n I$ uniforme



Calcul de l'auto-inductance :

longueur du solénoïde : l

def : $\Phi = L I$

flux propre

auto inductance [H]

A travers 1 spire : $\Phi_1 = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \pi a^2$

$\Phi = n l \Phi_1 = n l B \pi a^2 = \mu_0 n^2 l \pi a^2 I$

donc $L = \mu_0 n^2 l \pi a^2$

[H]

[H·m⁻¹]

3. Champ créé par une bobine plate

cf. Figure 8

$(\Pi, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ plan d'antisymétrie des sources, il contient $\vec{B}(\Pi)$

Si $\Pi \in (Oz)$, il est à l'intersection de plusieurs plans d'antisymétrie qui tous contiennent $\vec{B}(\Pi)$, dans ce cas :

$$\vec{B}(\Pi) = B \vec{u}_z$$

cf. lignes de champs (PCST)

pas par ♥

On admet que sur l'axe : $\vec{B}_{axe} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z$

$$[B] = \frac{[\mu_0 I]}{\text{longueur}}$$

tjs penser à vérifier ça

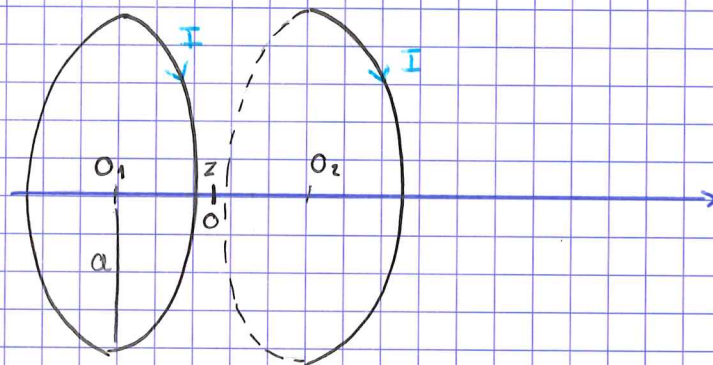
Pour $z \ll a$, on a vu que $B_z \approx -\frac{\pi}{2} \frac{dB_{axe}}{dz}$

$$B_z = -\frac{\pi}{2} \frac{\mu_0 I}{2} a^2 \left(-\frac{3}{2} \frac{2z}{(a^2 + z^2)^{5/2}} \right)$$

$$B_z = \frac{3}{4} \mu_0 I a^2 \frac{\pi z}{(a^2 + z^2)^{5/2}}$$

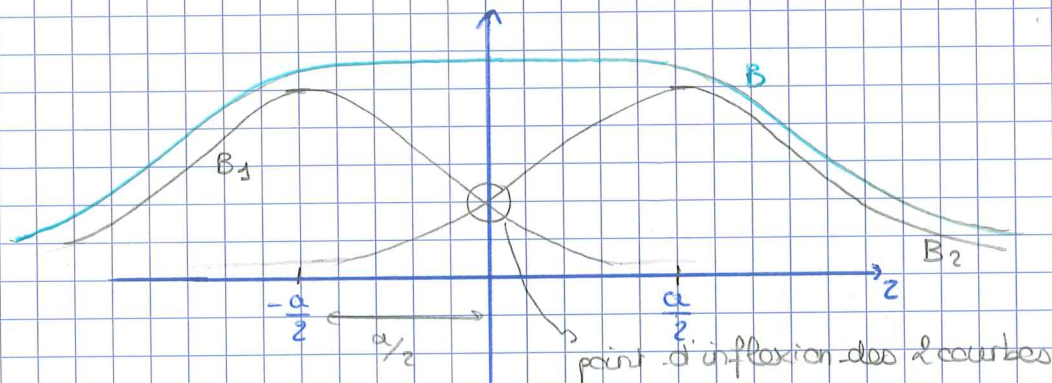
⇒ Bobines de Helmholtz : (cf. PCST)

2 bobines de même axe, écartées d'une distance égale à leur rayon.



$B(z) = B_1(z) + B_2(z)$ (sur l'axe, par superposition)

$$= B_{axe} \left(z + \frac{a}{2} \right) + B_{axe} \left(z - \frac{a}{2} \right)$$



On montre que $\frac{d^2 B_{axe}}{dz^2} (z = \pm \frac{a}{2}) = 0$

DL de B au voisinage de 0 :

$$B(z) = B(0) + z \frac{dB}{dz}(0) + \frac{z^2}{2} \frac{d^2 B}{dz^2}(0) + \frac{z^3}{6} \frac{d^3 B}{dz^3}(0) + O(z^4)$$

La fonction $z \mapsto B(z)$ est paire donc ses dérivées impaires ^{d'ordre} sont nulles.

$$B(z) = B(0) + \frac{z^2}{2} \frac{d^2 B}{dz^2}(0) + O(z^4)$$

$$\frac{d^2 B_{axe}}{dz^2} \left(\frac{a}{2} \right) + \frac{d^2 B_{axe}}{dz^2} \left(-\frac{a}{2} \right) = 0 + 0$$

$$B(z) = B(0) + O(z^4)$$

Ainsi le champ est presque uniforme autour de 0.

III- Dipôles magnétiques

1. Moment dipolaire d'une boucle de courant

cf. Figure 9

Une boucle de courant parcourue par l'intensité I est un dipôle magnétique de moment dipolaire :

$$\vec{\mu} = I \vec{S} \quad [Am^2]$$

ex : figure 9 $\vec{\mu} = I \pi a^2 \vec{u}$

$\vec{\mu}$ permet d'exprimer le champ magnétique produit par le circuit et aussi les effets magnétiques qu'il subit dans un champ extérieur. (dans l'hypothèse où le circuit est assez petit)

On considère deux pôles fictifs : pôle sud et pôle nord

" $\vec{J}$ sort par le nord"

2. Champ magnétique produit

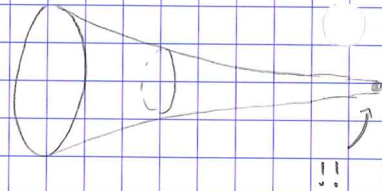
$$\vec{B}(x, \theta) = \frac{\mu_0 J}{4\pi x^3} (2 \cos \theta \vec{u}_x + \sin \theta \vec{u}_\theta)$$

secondaire
aux concours

→ idem électrostat

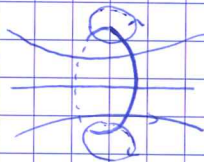
cf. Figure 10 → Idc

↳ Rq : à l'origine ce champ est pathologique
car les tubes de champ se referment
ce qui est incompatible avec la conservation
du flux.



L'expression n'est valable que pour $x \gg a$.

vérité locale :



Pour $\theta = 0$,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{4\pi x^3} \times 2 \vec{u}_x$$

à comparer avec II.3) : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z$

$$z \gg a : \vec{B} \approx \frac{\mu_0 I \pi a^2}{2 \pi z^3} \vec{u}_z$$

$$= \frac{\mu_0 J}{2\pi z^3} \vec{u}_z$$

sur l'axe $x = z$

donc formule OK.

Une autre expression est :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi x^3} [3 (\vec{J} \cdot \vec{u}_x) \vec{u}_x - \vec{J}]$$

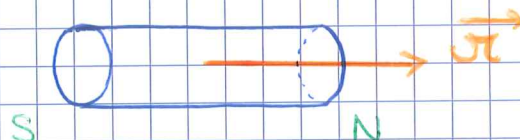
(exo : retrouver l'autre formule)

pas à
savoir

3. Matière aimantée

6

Un aimant droit crée un champ magnétique du même type qu'un petit circuit.



Exemple : aimant au néodyme : $\mathcal{M} = 12 \text{ Am}^2$
de quelques centimètres

Un circuit en spire aurait les mêmes propriétés si

$$IS = \mathcal{M} = 12 \text{ Am}^2 \quad \text{càd} \quad I = \frac{\mathcal{M}}{S}$$

AN: $S = 10 \text{ cm}^2 = 10^{-3} \text{ m}^2$

$$I = \frac{12}{10^{-3}} = 12 \times 10^3 \text{ A} \quad \text{énorme !}$$

Ces courants sont vraiment très puissants !

On définit le vecteur aimantation (grandeur intensive) :

$$\vec{M} = \frac{\vec{\mathcal{M}}}{V} \quad [\text{A} \cdot \text{m}^{-1}]$$

ou $\vec{J} = \mu_0 \vec{M} \quad [\text{T}]$ ← se retrouve grâce à $B = \mu_0 n I$

Pour les bons aimants J est de l'ordre de quelques Tesla

4. Efforts sur un dipôle magnétique plongé dans un champ magnétique extérieur.

Quand un dipôle est plongé dans un champ magnétique extérieur $(\vec{B})$:

Il subit :

variable si $a \ll$ distance de variation de B ^{dipôle}

$$\vec{F} = \text{grad}(\vec{\mu} \cdot \vec{B})_{\text{est}}$$

normalement ces formules sont adonnées

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B}$$

sur un circuit : forces de Laplace

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$$

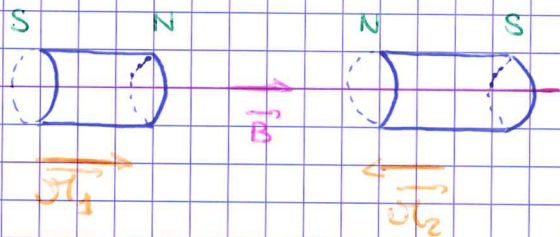
cf électrostat

$$\vec{\mu} \leftrightarrow \vec{p} \quad \vec{B} \leftrightarrow \vec{E}$$

$$\mathcal{E}_p = - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

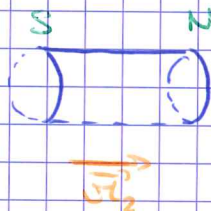
conséquence : une boussole s'oriente dans le champ magnétique terrestre, la limaille de fer permet de tracer des lignes de champ magnétique, autre conséquence :

au départ :



$\vec{\Gamma}$ le fait tourner

puis



a) Force exercée par une bobine plate sur un aimant

cf. Figure 11

$$\vec{\mu} = \mu \vec{u}_z$$

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B} = \mu \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \vec{u}_z \right]$$

$$\vec{F} = \frac{\partial(\mu_0 I)}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{2z}{(a^2+z^2)^{5/2}} \vec{u}_z$$

$$\vec{F} = -\frac{3\mu_0 I a^2 z}{2 (a^2+z^2)^{5/2}} \vec{u}_z$$

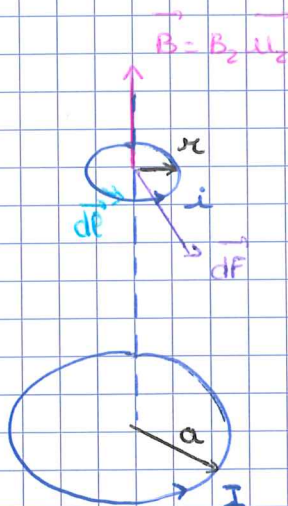
attractif

Remplaçons l'aimant par un petit circuit de même moment dipolaire.
IP subit des forces de Laplace.

$$\begin{aligned} \vec{F} &= \oint i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \\ &= \oint i d\vec{\ell} \vec{u}_\theta \wedge B_z \vec{u}_z \end{aligned}$$

$$= i B_z \oint d\vec{\ell} \vec{u}_\theta$$

⚠ $\vec{u}_\theta$ n'est pas constant on ne peut pas le sortir



$$= \vec{0}$$

tous les dℓ se compensent

⚠ or de l'axe le champ a une composante radiale donc

$$\vec{B} = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z \vec{u}_z$$

$$\vec{F} = \oint i d\vec{\ell} \vec{u}_\theta \wedge (B_z \vec{u}_z + B_r(r, z) \vec{u}_r)$$

$$= i B_z \oint d\vec{\ell} \vec{u}_\theta - i \oint d\vec{\ell} B_r(r, z) \vec{u}_z$$

$$= \vec{0} - i B_r(r, z) \times 2\pi a \vec{u}_z$$

$$\text{avec } B_r = -\frac{\mu}{2} \frac{dB_z}{dz} \text{ cf I.4.}$$

$$\vec{F} = \underbrace{-i \pi a^2}_{S} \frac{dB_z}{dz} \vec{u}_z$$

$$\vec{F} = \mu \frac{dB_z}{dz} \vec{u}_z$$

comme pour l'aimant

b) Force exercée sur un circuit rectangulaire

cf. Figure 11

$$\vec{B} = B_x(x, z) \vec{u}_x + B_z(x, z) \vec{u}_z$$

Résultante des forces magnétiques

• si $\vec{B}$ est uniforme : les forces se compensent l à l

$$\begin{aligned} \text{(circuit fermé)} : F &= \oint i d\vec{\ell} \wedge \vec{B} \\ &= i \left(\oint d\vec{\ell} \right) \wedge \vec{B} \\ &= i \vec{0} \wedge \vec{B} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

• Cas général :

$$\vec{B}(\pi_1) = \vec{B}(\pi_3)$$

$$d\vec{F}_1 = I d\vec{\ell}_1 \wedge \vec{B}(\pi_1) \quad d\vec{F}_3 = I d\vec{\ell}_3 \wedge \vec{B}(\pi_3)$$

$$d\vec{\ell}_1 = -d\vec{\ell}_3 \quad d\vec{F}_1 = -d\vec{F}_3$$

$$\begin{aligned} \text{côté 2 : } \vec{F}_2 &= ib \vec{u}_y \wedge (B_{2x} \vec{u}_x + B_{2z} \vec{u}_z) \\ &= ib (-B_{2x} \vec{u}_z + B_{2z} \vec{u}_x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{côté 4 : } \vec{F}_4 &= -ib \vec{u}_y \wedge (B_{4x} \vec{u}_x + B_{4z} \vec{u}_z) \\ &= ib (B_{4x} \vec{u}_z - B_{4z} \vec{u}_x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{F} = \vec{F}_2 + \vec{F}_4 &= ib \left[(B_{4x} - B_{2x}) \vec{u}_z + (B_{2z} - B_{4z}) \vec{u}_x \right] \\ &= ib \left[-a \frac{\partial B_x}{\partial x} \vec{u}_z + a \frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{u}_x \right] \quad \begin{array}{l} \downarrow \\ \text{taux} \\ \text{d'accroissement} \end{array} \\ &= iab \left[\frac{\partial B_z}{\partial x} \vec{u}_x - \frac{\partial B_x}{\partial x} \vec{u}_z \right] \quad \begin{array}{l} \frac{B(x) - B(x+a)}{a} \\ \text{a petit} \end{array} \end{aligned}$$

→ Utilisons les formules propres au dipôle dans le cas où a est petit

$$\vec{F} = (\vec{\mathcal{I}} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} \quad \text{ici } \vec{\mathcal{I}} = iab \vec{u}_z$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= iab \frac{\partial \vec{B}}{\partial z} \\ &= iab \left(\frac{\partial B_x}{\partial z} \vec{u}_x + \frac{\partial B_z}{\partial z} \vec{u}_z \right) \end{aligned}$$

étonnamment les deux expressions de $\vec{F}$ donnent le même résultat
en effet :

$$\bullet \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \quad \text{donc} \quad \frac{\partial B_x}{\partial x} = - \frac{\partial B_z}{\partial z}$$

* hors des sources $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$

8

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} B_x \\ 0 \\ B_z \end{pmatrix} = \frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0$$

donc $\frac{\partial B_x}{\partial z} = -\frac{\partial B_z}{\partial x}$

calcul du couple : on pourrait ajouter le moment des forces sur chacun des 4 côtés. (pénible)

Pour un petit circuit (dipôle) : $\vec{\Gamma}_c = \vec{J} \wedge \vec{B}$ (facile)

$$= iab \vec{u}_z \wedge (B_{0x} \vec{u}_x + B_z \vec{u}_z)$$

$$= iab B_x \vec{u}_y$$

Il tend à orienter le cadre perpendiculairement à $\vec{B}$.

IV - Aspects microscopiques du magnétisme

Tout se passe comme si les aimants cachaient en leur sein de minuscules circuits électriques.

1. Magnétisme orbitalaire

cf. Figure 14

d'électron en orbite se comporte comme un micro-circuit

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ période de rotation $\omega = \dot{\theta}$

$I = \frac{e}{T}$

pas de θ on a déjà orienté I dans le sens opposé aux e^-

moment cinétique :

$$\vec{L} = m \vec{r} \wedge \vec{v}$$

$$= r \vec{u}_r \wedge m r \omega \vec{u}_\theta$$

$$= m r^2 \omega \vec{u}_z$$

moment dipolaire :

$$\vec{\mu} = I \vec{S} = \frac{e}{T} \pi r^2 (-\vec{u}_z)$$

$$= -\frac{e}{2} \omega \pi r^2 \vec{u}_z$$

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m} \vec{L}_0$$

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \vec{L}_0 \quad q = -e$$

savoir
se trouver

On pose $\vec{\mu} = \gamma \vec{L}_0$ ici $\gamma = \frac{q}{2m}$

rapport gyromagnétique

valable pour le magnétisme
orbitalaire
e⁻ qui tourne

Une particule qui a un moment cinétique a aussi un moment magnétique

Ici on parle de magnétisme orbitalaire

2. Quantification de L_z

$$L_z = \vec{L} \cdot \vec{u}_z$$

$\hbar$ cste de Planck réduite

L_z est quantifié (ne peut prendre que certaines valeurs)

càd $L_z = m_l \hbar \quad m_l \in \{-l, -l+1, \dots, 0, \dots, l\}$

m_l est le nombre quantique magnétique

$$\mu_z = \frac{q}{2m} L_z = \frac{q}{2m} m_l \hbar = -m_l \frac{e\hbar}{2m}$$

on pose $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$

magnéton de Bohr

$$\mu_B = 9,3 \times 10^{-24} \text{ Am}^2$$

→ mesure le magnétisme à l'échelle microscopique.

3. Magnétisme de spin et magnétisme atomique

- Intrinsèquement, un électron même au repos possède un moment cinétique $\vec{S}$ le spin.

$\vec{S}$ est quantifié donc $S_z = m_s \hbar \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$
 $S_z = \pm \frac{\hbar}{2}$

Il a aussi un moment magnétique: $\mu_z = \gamma' S_z$

avec $\gamma' = \frac{gq}{2m} \quad g \approx 2$

Le spin a été mis en évidence par l'expérience de Stern et Gerlach
cf. doc

- Dans un atome, on combine le magnétisme orbitalaire et le magnétisme de spin de tous les électrons.

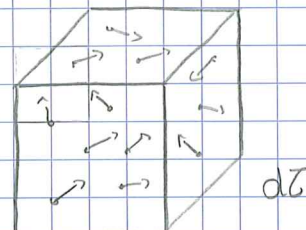
3.

Au maximum J_z est de l'ODG de quelques μ_B

4. Estimation de l'aimantation magnétique maximale d'un solide

Chaque atome possède un moment magnétique.

La matière s'aimante si le moment dipolaire magnétique des atomes s'orientent dans le même sens.



$\vec{J}_{\text{ato}}$: pour 1 atome

Dans dV , il y a $n dV$ atomes.

$$n = \frac{C V_A}{\Gamma_{\text{molaire}}}$$

dV porte un moment dipolaire : $dJ_z = n dV \times J_{\text{ato}}$

$$\text{Aimantation : } M = \frac{dJ_z}{dV} = n J_{\text{ato}} = \frac{C V_A}{\Gamma_{\text{molaire}}} J_{\text{ato}}$$

AN; dans le fer : $J_{\text{ato}} = 6 \mu_B$

$$J = \mu_0 M = 6 T$$

Pour les meilleurs matériaux, $\mu_0 M$ est de l'ordre des Tesla.

