

Passage d'une interface par une onde électromagnétique

1.

I- Interface entre deux milieux linéaires

1. Situation étudiée

cf. Figure 1

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} e^{j(k_1 x - \omega t)}$$

$$k_1 = \frac{n_1 \omega}{c}$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} e^{j(-k_1 x - \omega t)}$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} e^{j(k_2 x - \omega t)}$$

$$k_2 = \frac{n_2 \omega}{c}$$

$$\vec{E}_{0i} = E_0 \vec{u}_y$$

On devine alors que les autres champs sont aussi selon $\vec{u}_y$

Ici (MF) donne $\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \wedge \vec{E}$

$$\vec{B}_i = \frac{k_1}{\omega} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_i = \frac{n_1}{c} E_0 \vec{u}_z e^{j(k_1 x - \omega t)} = \frac{n_1}{c} E_i \vec{u}_z$$

$$\vec{B}_r = -\frac{k_1}{\omega} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_r = -\frac{n_1}{c} E_{0r} \vec{u}_z e^{j(-k_1 x - \omega t)} = -\frac{n_1}{c} E_r \vec{u}_z$$

$$\vec{B}_t = \frac{k_2}{\omega} \vec{u}_x \wedge \vec{E}_t = \frac{n_2}{c} E_{0t} \vec{u}_z e^{j(k_2 x - \omega t)} = \frac{n_2}{c} E_t \vec{u}_z$$

2. Coefficients de réflexion et de transmission pour $\vec{E}$

coef de réflexion :

$$\underline{r} = \frac{E_r(0,t)}{E_i(0,t)}$$

coef de transmission :

$$\underline{\tau} = \frac{E_t(0,t)}{E_i(0,t)}$$

On souhaite les exprimer en fonction de n_1 et n_2 .

On utilise pour cela la continuité de $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sur le diopbre.

• Pour $\vec{E}$: $E_i(0,t) + E_r(0,t) = E_t(0,t)$

$$1 + \underline{r} = \underline{\tau} \quad \Bigg) \div E_i(0,t)$$

• Pour B : $B_i(0,t) + B_r(0,t) = B_t(0,t)$

$$\frac{n_1}{c} E_i(0,t) - \frac{n_1}{c} E_r(0,t) = \frac{n_2}{c} E_t(0,t)$$

$$1 - r = \frac{n_2}{n_1} \underline{t} \quad \leftarrow \div E_i$$

On résout : $2 = \underline{t} \left(1 + \frac{n_2}{n_1} \right)$

$$\underline{t} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

Analogie avec l'acoustique à la permutation d'indices près.

3. Cas d'une interface entre le vide et un plasma
vide : $n_1 = 1$

a) Dans le domaine de transparence ($\omega > \omega_p$)

$$n_2 = \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad n_2'' = 0$$

$$\underline{t} = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$$

$$r = \frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}}$$

r et t sont réels, l'onde ne subit pas de déphasage à l'interface

* Aspect énergétique

$$\langle \vec{R}_i \rangle = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x \quad (\text{chapitre OEN dans le vide})$$

$$\langle \vec{R}_r \rangle = - \frac{E_{0,r}^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x$$

$$\langle \vec{R}_t \rangle = \frac{\langle \vec{E}_t \wedge \vec{B}_t \rangle}{\mu_0}$$

$$n_2 \in \mathbb{R}$$

$$= \left\langle E_{0,t} \cos(k_z x - \omega t) \frac{n_2 E_{0,t}}{\mu_0 c} \cos(k_z x - \omega t) \vec{u}_x \right\rangle$$

$$= \frac{n_2 E_{0,t}^2}{2\mu_0 c} \vec{u}_x$$

des coefficients en puissance ou en intensité sont définis par:

"R majuscule
mais petit"

$$R = \frac{I_r}{I_i}$$

$$= \frac{E_{0r}^2}{E_0^2}$$

$$R = \underline{r}^2$$

$$T = \frac{I_t}{I_i}$$

$$= n_2 \frac{E_{0t}^2}{E_0^2}$$

$$T = n_2 \underline{t}^2$$

On vérifie que : $R + T = 1$

Si $\omega \rightarrow +\infty$, $\underline{t} \rightarrow 1$: le plasma se comporte presque comme le vide et l'onde y pénètre facilement.

b. Dans le domaine réfléchissant ($\omega < \omega_p$)

$$k_2 \in i\mathbb{R} \quad n_2' = 0 \quad n_2'' = \sqrt{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} - 1} \quad (\text{cf ondes dans le plasma})$$

$$\underline{t} = \frac{1}{1 + i n_2''}$$

$$\underline{r} = \frac{1 - i n_2''}{1 + i n_2''}$$

$\underline{t}$ et $\underline{r}$ ne sont pas réels, l'interface produit des déphasages.

$$\underline{t} = |\underline{t}| e^{i\theta}$$

$$\underline{r} = |\underline{r}| e^{i\varphi}$$

$$E_{0t} = \underline{t} E_0 \\ = |\underline{t}| E_0 e^{i\theta}$$

$$E_{0r} = \underline{r} E_0 \\ = |\underline{r}| E_0 e^{i\varphi}$$

Dans cet exemple, $|\underline{r}| = 1$

L'amplitude se conserve dans la réflexion.

$$\vec{E}_r = E_0 \vec{e}_y e^{j(-k_1 x - \omega t + \underline{\varphi})}$$

Pour cette onde réfléchie dans le vide, on a :

$$\langle \vec{R}_r \rangle = -\frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$$

$$R = \frac{I_r}{I_i} = 1$$

Toute la puissance est réfléchie. C'est cohérent avec le fait que dans le plasma, une onde évanescente a $\langle \vec{R} \rangle = 0$

4. Cas d'une interface entre le vide et un métal à basse fréquence

$$n_1 = 1 \quad k_2 = \frac{1 + i}{\delta} = n_2 \frac{\omega}{c} \quad \left(\text{avec } \delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \right)$$

$$n_2 = \underbrace{\frac{c}{\omega \delta}}_{n_2'} + i \underbrace{\frac{c}{\omega \delta}}_{n_2''}$$

On se porte :

$$\underline{r} = \frac{1 - \left(\frac{c}{\omega \delta} + i \frac{c}{\omega \delta} \right)}{1 + \frac{c}{\omega \delta} + i \frac{c}{\omega \delta}}$$

$$\underline{r} = |\underline{r}| e^{i\varphi} \quad \text{déphasage}$$

$$\underline{\varepsilon} = \frac{2}{1 + \frac{c}{\omega \delta} + i \frac{c}{\omega \delta}}$$

$$\underline{\varepsilon} = |\underline{\varepsilon}| e^{i\theta} \quad \text{déphasage}$$

$$E_x = E_0 |\underline{r}| \cos(-k_2 x - \omega t + \varphi)$$

$$E_z = E_0 |\underline{\varepsilon}| \cos\left(\frac{x}{\delta} - \omega t + \theta\right) e^{-\frac{x}{\delta}}$$

* Aspect Énergétique

$$R = \frac{I_r}{I_i} = |\underline{r}|^2$$

$$T = \frac{I_t(0)}{I_i}$$

elle diminue au fur et à mesure donc on évalue en 0

Pour l'effet de peau, on a vu (chap. précédent II 6) :

$$I_t = |\underline{\varepsilon}|^2 \frac{E_0^2}{2\omega \delta \mu_0} e^{-2x/\delta}$$

$$\text{or } I_i = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$$

$$\text{donc } T = \frac{|\underline{\varepsilon}|^2 c}{\omega \delta}$$

$$T = n_2' |\underline{\varepsilon}|^2$$

AN : Cuivre à 50 Hz : $T = 2 \times 10^{-6}$

$R = 0,999998$

Les métaux se comportent les OEF.

5. Cas d'une interface entre le vide et un conducteur parfait

3.

Le conducteur parfait est un modèle théorique de conducteur pour lequel $\delta \rightarrow \infty$: $\delta \rightarrow 0$

En pratique cela signifie $\delta \ll \lambda$

$$\text{i.e. } \delta \ll \frac{c \times 2\pi}{\omega} \quad \frac{c}{\delta \omega} \gg 1 \quad \text{donc } n_2' \gg 1 \\ n_2'' \gg 1$$

Pour le cuivre à 50 THz, $\delta = 10 \mu\text{m}$ et $\lambda = 6 \text{ m}$.

On peut simplifier $\underline{r}$ et $\underline{t}$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \underline{r} \rightarrow -1 & \underline{t} \rightarrow 0 \\ R \rightarrow 1 & T \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

L'onde est réfléchie avec changement de signe et ne pénètre presque pas dans le métal.

Cela explique le déphasage de π pour la réflexion sur un miroir.

On peut se souvenir ce résultat en affirmant que pour un conducteur parfait, la projection du champ sur le plan tangent à sa surface s'annule.

6. Cas d'une interface entre deux milieux transparents

$$n_1 \in \mathbb{R} \quad n_2 \in \mathbb{R}$$

$$r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

$$t = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Si $n_2 > n_1$ $r < 0$: $\arg(r) = \pi$ (ou en optique)

$$I_i = \frac{n_1 E_{0i}^2}{2\mu_0 c}$$

(dans un milieu transparent : comme dans le vide en remplaçant c par $\frac{c}{n}$)

$$I_r = \frac{n_1 E_{0r}^2}{2\mu_0 c}$$

$$I_t = \frac{n_2 E_{0t}^2}{2\mu_0 c}$$

$$R = \frac{I_r}{I_i} = r^2$$

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{n_2}{n_1} r^2$$

$$R = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

$$T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

} cas général pour n_1, n_2 réels.

On vérifie $R + T = 1$

AN : $n_1 = 1$ (air) $n_2 = 1,5$ (verre)

$$R = 0,04$$

$$T = 0,96$$

Pour éviter cela, les verres peuvent subir des traitements anti-reflets.

II - Réflexion à l'extrémité d'un câble coaxial. (HP)

1. Impédance caractéristique du câble

↳ lien avec le TP sur le câble.

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial i}{\partial t} \quad (I)$$

OPPH : $u = A \cos(kx - \omega t)$ (vers la droite)

on reporte dans (I)

$$-A \sin(kx - \omega t) = -\lambda \frac{\partial i}{\partial t}$$

$$i = A \frac{k}{\lambda \omega} \cos(kx - \omega t) u$$

$$u = Z_c i$$

$$Z_c = \frac{\lambda \omega}{k} = \lambda \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{\lambda}{\mu}}$$

si l'onde va vers la gauche : $u = -Z_c i$

Notion équivalente à celle rencontrée en acoustique

2. Réflexion sur une impédance terminale

$$u = A e^{j(\omega t - kx)} + B e^{j(\omega t + kx)}$$

cf. Figure 2

$$i = \frac{A}{Z_c} e^{j(\omega t - kx)} - \frac{B}{Z_c} e^{j(\omega t + kx)}$$

La présence de l'impédance Z se traduit par la CB :

$$(CB: u(0,t) = Z i(0,t))$$

4.

$$A + B = Z \frac{A - B}{Z_c}$$

$$A \left(1 - \frac{Z}{Z_c} \right) = B \left(-1 - \frac{Z}{Z_c} \right)$$

$$\underline{x} = \frac{B}{A} = \frac{Z - Z_c}{Z + Z_c}$$

comme en acoustique.

d'onde réfléchie disparaît si $Z = Z_c$ (adaptation d'impédance)

