

Corrigés : ondes lumineuses et optique géométrique

1. Corrigé : Démonstration ondulatoire de la loi de Descartes sur la réfraction

1. L'onde incidente et l'onde réfractée sont formées de rayons parallèles. D'après le théorème de Malus, il s'agit d'ondes planes dont les plans d'onde sont perpendiculaire aux rayons. Les droites AH et KB , représentées perpendiculaires aux rayons, sont donc incluses dans les plans d'onde de l'onde incidente et de l'onde réfractée respectivement. Sur un plan d'onde, la phase est uniforme donc

$$\Psi(A) = \Psi(H) \quad \text{et} \quad \Psi(K) = \Psi(B) \quad .$$

2. Dans le triangle rectangle ABK , on retrouve l'angle i_2 en B donc $AK = d \sin i_2$ et

$$\Psi(K) - \Psi(A) = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 AK = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 d \sin i_2 \quad .$$

Dans le triangle rectangle ABH , on retrouve l'angle i_1 en A donc $BH = d \sin i_1$ et

$$\Psi(B) - \Psi(H) = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 HB = \frac{2\pi}{\lambda} n_1 d \sin i_1 \quad .$$

3. D'après les résultats de la première question, $\Psi(B) - \Psi(H) = \Psi(K) - \Psi(A)$, donc

$$\frac{2\pi}{\lambda} n_1 d \sin i_1 = \frac{2\pi}{\lambda} n_2 d \sin i_2 \quad \text{et} \quad n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

ce qui constitue la loi de Descartes sur la réfraction.

2. Corrigé : Passage d'une onde près d'une lame de verre

1. On peut produire une telle onde en plaçant une source ponctuelle au foyer principal objet d'une lentille convergente.

2. L'onde incidente est plane et, dans le plan d'équation ($x = 0$), on a $\Psi(H) = \Psi(0) = 0$. Pour aller de ce plan à M , un rayon parcourt la distance x dans l'air assimilé au vide et $\mathcal{L}_{HM} = x$.

$$\Psi(M) = \Psi(H) + \frac{2\pi}{\lambda} \mathcal{L}_{HM} = \frac{2\pi}{\lambda} x \quad .$$

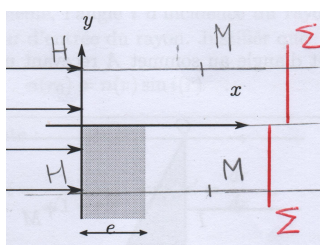
3. Pour $y < 0$, l'onde parcourt la distance e dans le verre et la distance $(x - e)$ dans l'air donc

$$\mathcal{L}_{HM} = ne + (x - e) = (n - 1)e + x \quad \text{et} \quad \Psi(M) = \frac{2\pi}{\lambda} [(n - 1)e + x] \quad .$$

4. Une surface d'onde est un ensemble de points M tels que $\Psi(M) = C$ avec C une constante réelle. Pour $y > 0$, on en déduit

$$\begin{cases} \text{pour } y > 0 & x = \frac{\lambda}{2\pi} C \\ \text{pour } y < 0 & x = \frac{\lambda}{2\pi} C - (n - 1)e \end{cases} \quad .$$

La surface d'onde Σ est donc formée de deux demi-plans, celui du bas est décalé vers la gauche de la distance $(n - 1)e$.



5. En retranchant les expressions de Ψ vues dans les questions 1 et 2, pour x fixé, on obtient

$$\Psi(M) - \Psi(N) = -\frac{2\pi}{\lambda}(n-1)e < 0 \quad .$$

Le point M situé au dessus est donc en avance sur le point N . Les temps de parcours depuis la source sont tels que

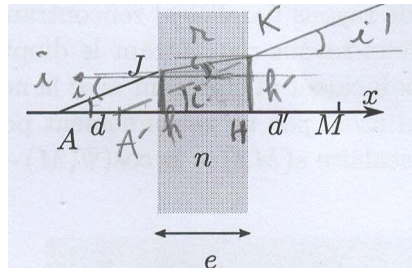
$$\Delta t_{SM} = \frac{\mathcal{L}_{SM}}{c} \quad \Delta t_{SN} = \frac{\mathcal{L}_{SN}}{c} \quad .$$

donc

$$\Delta t_{SM} - \Delta t_{SN} = \frac{1}{c}(\mathcal{L}_{SM} - \mathcal{L}_{SN}) = \frac{1}{c}(\mathcal{L}_{HM} - \mathcal{L}_{HN}) = -\frac{(n-1)e}{c} \quad .$$

3. Corrigé : stigmatisme dans une lame à faces parallèles

1. La loi de Descartes donne $\sin i = n \sin r$ puis $n \sin r = \sin i'$ donc $i' = i$: le rayon émergent est parallèle au rayon incident. Le point A' est virtuel : c'est le prolongement du rayon émergent qui croise l'axe $(A, \vec{u}_x)$.



2.

$$h = d \tan i \quad h' = h + e \tan r = d \tan i + e \tan r \quad .$$

3.

$$AA' = d + e - \frac{h'}{\tan i'} = d + e - \frac{d \tan i + e \tan r}{\tan i} = e \left(1 - \frac{\tan r}{\tan i} \right) \quad .$$

Dans la limite des petits angles, la loi de Descartes s'écrit $i = nr$ et donc $\tan i \simeq i \simeq nr \simeq n \tan r$.

$$AA' = e \left(1 - \frac{1}{n} \right) \quad .$$

Dans cette limite, AA' ne dépend pas de i . Tous les rayons issus de A et assez peu inclinés émergent en passant par le même point A' . Il y a donc stigmatisme et A' est l'image de A .

4. À droite de la lame, les rayons divergent à partir du point A' . D'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde sont des sphères de centre A' .

5.

$$\mathcal{L}_{AA'} = AJ + nJK - KA' = \frac{d}{\cos i} + n \frac{e}{\cos r} - \frac{h'}{\sin i} = \frac{d}{\cos i} + \frac{ne}{\cos r} - \frac{d \tan i + e \tan r}{\sin i} = \frac{ne}{\cos r} - e \frac{\sin r}{\sin i \cos r}$$

Comme $\sin i = \sin r$,

$$\mathcal{L}_{AA'} = \frac{e}{\cos r} \left(n - \frac{1}{n} \right) \simeq e \left(n - \frac{1}{n} \right) \quad \text{pour } r \text{ petit} \quad .$$

Dans la limite des petits angles, le chemin optique entre A et son image A' est indépendant du rayon lumineux suivi : c'est une illustration du théorème de stigmatisme.

6.

$$\mathcal{L}_{AM} = d + ne + d' \quad .$$

7.

$$A'M = A'H + HM = d + e - AA' + d' = d + e - e \left(1 - \frac{1}{n} \right) + d' = d + \frac{e}{n} + d'$$

$$\mathcal{L}_{A'M} = \mathcal{L}_{AA'} + A'M = e \left(n - \frac{1}{n} \right) + d + \frac{e}{n} + d' = d + ne + d'$$

En utilisant la relation de Chasles et l'image virtuelle A' , on retrouve le même résultat que par le calcul naïf de la question 6.