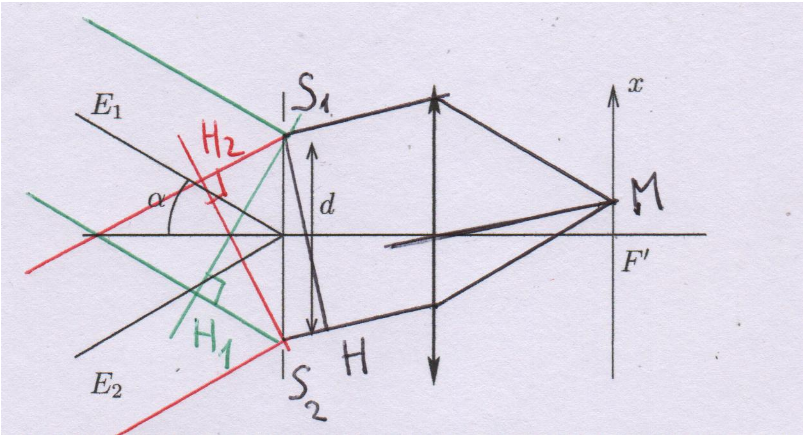
Corrigé : cohérence et contraste

1. Corrigé : Principe de l'interférométrie stellaire

1. Attention : les étoiles sont à l'infini et on ne peut pas représenter les rayons jusqu'en ces points. Pour une étoile donnée, on trace des rayons parallèles dans la direction de cette étoile. À droite des trous d'Young, les rayons venant de E_1 ou E_2 se confondent.



En M se rencontrent quatre rayons : deux issus de E_1 et deux issus de E_2. Les deux rayons issus de E_1 sont mutuellement cohérents, de même que les deux issus de E_2. Par contre, un rayon issu de E_1 n'est pas mutuellement cohérent avec un rayon issu de E_2.

2. Considérons les deux rayons issus de E_1. D'après le théorème de Malus, ils parcourent le même chemin jusqu'en S_1 et H_1. Par le principe du retour inverse et le théorème de Malus, $\mathcal{L}_{S_1M} = \mathcal{L}_{HM}$. Donc leur différence de marche est

$$\delta_{E_1} = \mathcal{L}_{E_1S_2M} - \mathcal{L}_{E_1S_1M} = H_1S_2 + HM \quad .$$

Selon un raisonnement vu en cours, $S_2H = dx/f'$ et par ailleurs, $S_2H_1 = d\sin\alpha$, donc

$$\delta_{E_1} = \frac{dx}{f'} + d\sin\alpha \qquad p_1 = \frac{\delta_{E_1}}{\lambda} = \frac{dx}{\lambda f'} + \frac{d\sin\alpha}{\lambda} \quad .$$

Pour les deux rayons issus de E_2, la situation est analogue mais $\delta_{E_2} = S_2H - H_2S_1 = S_2H - d\sin\alpha$, donc l'ordre d'interférences est donné par

$$p_2 = \frac{dx}{\lambda f'} - \frac{d\sin\alpha}{\lambda} \quad .$$

3. Chacune des deux étoiles, incohérente avec l'autre, produit dans le plan focal un système de franges. Ces systèmes de franges se superposent et peuvent donner lieu à une coïncidence ou une anti-coïncidence. En cas d'anti-coïncidence, les franges se brouillent. C'est le cas lorsque $p_1 - p_2 \in \mathbb{Z} + 1/2$, c'est à dire lorsque :

$$\exists q \in \mathbb{Z}, \qquad \frac{2d\sin\alpha}{\lambda} = q + \frac{1}{2} \quad .$$

On obtient ainsi une suite de valeurs de d produisant des brouillages :

$$d_q = \left(q + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2\sin\alpha} \quad .$$

4.
$$\Delta = d_{q+1} - d_q = \frac{\lambda}{2\sin\alpha} \qquad \alpha = \arcsin\left(\frac{\lambda}{2\Delta}\right) = 1.10^{-5}\,\text{rad} = 5{,}7.10^{-4\,\circ} \quad .$$

5. Si chacune des étoiles était seule, on pourrait appliquer la formule de Fresnel

$$I_{E_1}(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta_{E_1}}{\lambda}\right)\right] \qquad I_{E_2}(M) = 2I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta_{E_2}}{\lambda}\right)\right] \quad .$$

6. Comme les deux étoiles sont des sources incohérentes, les intensités lumineuses qu'elles produisent séparément s'additionnent.

$$I(M) = I_{E_1}(M) + I_{E_2}(M) = 2I_0\left[2 + \cos\left(\frac{2\pi\delta_{E_1}}{\lambda}\right) + \cos\left(\frac{2\pi\delta_{E_2}}{\lambda}\right)\right]$$

$$I(M) = 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{\pi(\delta_{E_2} - \delta_{E_1})}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{\pi(\delta_{E_2} + \delta_{E_2})}{\lambda}\right)\right]$$

$$I(M) = 4I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi d\sin\alpha}{\lambda}\right)\cos\left(\frac{2\pi dx}{\lambda f'}\right)\right] \qquad \boxed{\gamma = \cos\left(\frac{2\pi d\sin\alpha}{\lambda}\right)} \quad .$$

7. D'un point à l'autre dans le plan focal, l'intensité varie avec x parce que le second facteur en cosinus ondule entre -1 et +1.

$$I_{\max} = 4I_0(1 + |\gamma|) \qquad I_{\min} = 4I_0(1 - |\gamma|) \qquad C = |\gamma| \quad .$$

Le brouillage des franges intervient si $C = 0$, c'est à dire si $\gamma = 0$, ce qui conduit à

$$\frac{2\pi d\sin\alpha}{\lambda} = \left(q + \frac{1}{2}\right)\pi \qquad d_q = \left(q + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2\sin\alpha} \quad .$$

On retrouve le même résultat qu'à la question 3.