Interféromètre de Michelson : corrigés

1. Michelson en lame d'air, ajout d'une lame de verre

1. Après la translation, le miroir fictif M_1' est parallèlement à M_2 et ces deux miroirs forment une lame d'air d'épaisseur e. On observe des anneaux d'égale inclinaison localisés à l'infini. Pour bien les observer, il faut placer l'écran assez loin ou, ce qui est préférable, dans le plan focal image de la lentille convergente proposée par l'énoncé.

2. On sait que la différence de marche s'exprime par $\delta = 2e\cos i$, où i désigne l'inclinaison des rayons sur les miroirs. Ce même angle i se retrouve entre l'axe optique de la lentille et la droite joignant son centre O au point M de l'écran où les deux rayons interfèrent. Il convient de montrer le cheminement des deux rayons jusqu'à leur rencontre au plan focal ; il montre que $r = OM = f'\tan i \simeq f'i$.

Les anneaux sont centrés sur O et l'ordre au centre est

$$p_C = \frac{2e}{\lambda} = 4028{,}57 \quad .$$

Le premier et le second anneaux brillant correspondent respectivement aux ordre 4028 et 4027. Les angles i_1 et i_2 associés sont définis par

$$\frac{2e\cos i_1}{\lambda} = 4028 \qquad \frac{2e\cos i_2}{\lambda} = 4027$$
$$\frac{2e}{\lambda}\left(1-\frac{i_1^2}{2}\right) \simeq 4028 \qquad \frac{2e}{\lambda}\left(1-\frac{i_2^2}{2}\right) \simeq 4027 \quad .$$

Comme $2e/\lambda = 4028,57$, ces relations s'écrivent encore

$$4028{,}57 - \frac{e}{\lambda}i_1^2 = 4028 \qquad 4028{,}57 - \frac{e}{\lambda}i_1^2 = 4027$$

d'où on déduit

$$i_1 = \sqrt{0{,}57\frac{\lambda}{e}} \qquad i_2 = \sqrt{1{,}57\frac{\lambda}{e}} \quad .$$

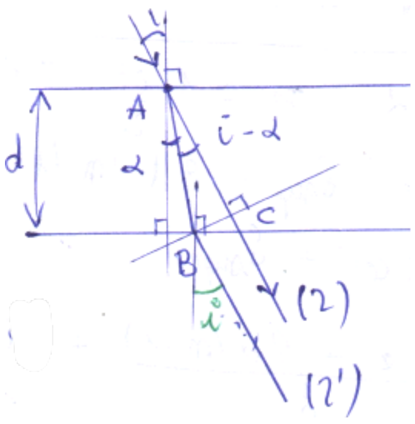
Les rayons correspondant sont $r_1 = f'i_1$ et $r_2 = f'i_2$ et leur écart

$$r_2 - r_1 = f'(i_2 - i_1) = 2{,}79\,\text{cm} - 1,68\,\text{cm} = 1{,}11\,\text{cm} \quad .$$

3. Cette question difficile demande de la réflexion et va au-delà de la simple assimilation du cours. La lame de verre se trouve devant le miroir M_2 et modifie le chemin optique correspondant, qui passe de $\mathcal{L}_2$ précédemment à une nouvelle valeur $\mathcal{L}_2'$. Par contre, le chemin optique du rayon réfléchi par $\mathcal{M}_1$ n'est pas modifié. La nouvelle différence de marche s'écrit donc

$$\delta' = \delta + \delta_{\text{sup}}$$

où $\delta_{\text{sup}} = \mathcal{L}_2' - \mathcal{L}_2$ est l'augmentation du chemin optique passant par M_2. Pour le calculer, on représente sur un même dessin l'ancien et le nouveau rayons allant vers M_2.



Le rayon 2 n'est pas concerné par la lame de verre alors que le rayon 2′ y subit une réfraction. La loi de Descartes montre qu'il en émerge avec le même angle i, parallèle au rayon 2. Pour ces deux rayons parallèles, on peut placer le plan d'onde BC au-delà duquel les deux rayons parcourent le même chemin dans l'air. L'écart de leurs trajets est donc $nAB - AC$. La figure montre que $AB = d/\cos\alpha$ et $AC = AB\cos(i-\alpha)$.

$$nAB - AC = nAB - AB\cos(i-\alpha) = AB(n - \cos(i-\alpha))) = AB(n - \cos i\cos\alpha - \sin i\sin\alpha) \quad .$$

La loi de Descartes donne $\sin i = n\sin\alpha$ donc

$$nAB - AC = \frac{d}{\cos\alpha}(n - \cos\alpha\cos i - n\sin^2\alpha) = \frac{d}{\cos\alpha}\left[n\cos^2\alpha - \cos\alpha\cos i\right] = d(n\cos\alpha - \cos i) \quad .$$

Nous venons de calculer l'accroissement du chemin 2 lorsque le rayon va vers M_2. Un accroissement identique se réalise lorsque le rayon après la réflexion sur M_2, lorsque le rayon revient vers la séparatrice. Finalement,

$$\delta_{\text{sup}} = 2d(n\cos\alpha - \cos i) \quad .$$

4. Pour les petits angles, la loi de Descartes s'écrit $i \simeq n\alpha$ et $\cos i \simeq 1 - i^2/2$, $\cos\alpha \simeq 1 - \alpha^2/2$.

$$\delta_{\text{sup}} = 2d\left(n\left(1 - \frac{i^2}{2n}\right) - \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)\right) \quad .$$

Comme $\delta' = 2e\cos i + \delta_{\text{sup}} \simeq 2e(1 - i^2/2) + \delta_{\text{sup}}$, on obtient finalemetn

$$p' = \frac{\delta'}{\lambda} \simeq \frac{2e + 2d(n-1)}{\lambda} + \frac{i^2}{\lambda}\left(d - \frac{d}{n} - e\right) \quad .$$

5. Le nouvel ordre au centre est

$$p'_C = \frac{2e + 2d(n-1)}{\lambda} = 4046{,}38 \quad .$$

Pour trouver les rayons des deux premiers anneaux, il faut mener des calculs analogues à ceux de la question 2. Remarquons que l'ordre s'écrit maintenant sour la forme $p' = p'_C - Ai^2$ avec $A = (e + d/n - d)/\lambda$. Le premier et le second anneaux sont définis par

$$p'_C - Ai_1^2 = 4046 \qquad p'_C - Ai_2^2 = 4045 \quad .$$

On en déduit

$$i_1 = \sqrt{\frac{0{,}38}{A}} \quad i_2 = \sqrt{\frac{1{,}38}{A}}$$

puis $r_2 - r_1 = f'(i_2 - i_1) = 1{,}25\,\text{cm}$.

---

2. Mesure de l'angle d'une lame de verre

1. Pour obtenir des franges d'égale épaisseur, on règle les miroirs de manière qu'ils forment un coin d'air (virtuel). Le symétrique M'_1 de M_1 par rapport à la séparatrice forme avec M_2 un angle α très petit. Pour observer ces franges, on peut scruter les miroirs à l'œil nu au travers de la séparatrice en accommodant sur ces miroirs. On peut aussi former l'image des miroirs sur l'écran en mettant en stigmatisme ces miroirs et le plan de l'écran au moyen d'une lentille convergente. Pour cette expérience, il vaut mieux éclairer les miroirs avec un faible angle d'incidence de manière que l'expression approximative $\delta(M) \simeq 2e(M)$ soit mieux vérifiée.

2. L'énoncé ne précise pas devant lequel des miroirs la lame se trouve. Supposons qu'elle se trouve devant M_2. Le rayon réfléchi par M_2 la traverse à l'aller et au retour, mais par contre celui réfléchi par M_1 ne la rencontre pas. Le chemin optique du rayon passant par M_2 se trouve donc augmenté et la différence de marche augmente d'autant. Notons $d(M)$ l'épaisseur de lame de verre traversée près d'un point M. Au lieu de traverser l'épaisseur d dans l'air, le rayon 2 la traverse maintenant dans le verre. Son chemin optique est donc allongé donc de $(n-1)d$, à l'aller comme au retour. Finalement la différence de marche augmente de $2(n-1)d$.

3. En présence de la lame,

$$\delta' = \delta + 2(n-1)d = 2e(M) + 2(n-1)d(M) \quad .$$

La présence de la lame modifie les franges mais, comme l'énoncé n'indique pas la manière dont celle lame est placée, il est difficile de dire exactement comment les nouvelles franges sont orientées. Heureusement, on peut répondre à la question sans cette information.

Lorsque la lame se translate vers la droite d'une longueur ℓ, son épaisseur en un point M donné passe de d_{avant} à $d_{\text{apres}} = d_{\text{avant}} - \ell \tan\beta$. En chaque point, on a donc une variation de l'ordre

$$p'_{\text{avant}}(M) = \frac{2e(M) + 2(n-1)d_{\text{avant}}(M)}{\lambda} \qquad p'_{\text{apres}}(M) = \frac{2e(M) + 2(n-1)d_{\text{apres}}(M)}{\lambda}$$

$$|p'(M) - p(M)| = \frac{2(n-1)|d_{\text{apres}}(M) - d_{\text{avant}}(M)|}{\lambda} = \frac{2(n-1)\ell\tan\beta}{\lambda} \quad .$$

Le nombre de franges qui défilent est $|p' - p| = N$. On a donc

$$\beta \simeq \tan\beta = \frac{N\lambda}{2(n-1)\ell} = 1{,}96.10^{-4}\,\text{rad} = 0{,}0112° \quad .$$