MONTAGES À ALI

I.3.1 En l'absence de R_u, $i_s = 0$ et le montage se réduit à un pont diviseur de tension. On a donc

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = \frac{1/(jC\omega)}{R + 1/(jC\omega)} = \frac{1}{1 + jRC\omega} \quad .$$

On reconnaît la fonction de transfert d'un filtre passe-bas du premier ordre, de gain à basse fréquence $H_0 = 1$ et de pulsation de coupure $\omega_0 = 1/(RC)$.

I.3.4 En présence de R_u la tension v_s est prise aux bornes de l'ensemble formé la mise en parallèle de R_u et de C, dont l'impédance équivalent $\underline{Z}$ vérifie

$$\frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R_u} + jC\omega \quad .$$

On reconnaît à nouveau une structure de pont diviseur de tension et

$$\frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_s} = \frac{Z}{R + Z} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z}} = \frac{1}{1 + R\left(\frac{1}{R_u} + jC\omega\right)} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_u} + jRC\omega} = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_u}} \frac{1}{1 + j\frac{RC\omega}{1+R/R_u}}$$

Il s'agit d'un filtre passe bas dont le gain à basse fréquence et la pulsation de coupure sont donnés par

$$H_0' = \frac{1}{1 + R/R_u} \qquad \omega_0' = \frac{1 + R/R_u}{RC} \quad .$$

II.2 Comme l'entrée non inverseuse est reliée à la masse, on a $v_+ = 0$. En régime linéaire, $v_- = v_+$ donc $v_- = 0$. Soit i l'intensité qui entre dans R. La tension aux bornes de cette résistance est $U_R = v_e - 0 = v_e$ et la loi d'Ohm donne $i = v_e/R_1$. Comme l'impédance d'entrée de l'ALI est infinie, cette même intensité parcourt C de gauche à droite et charge le condensateur, aux bornes duquel la tension orientée en convention récepteur est $-v - s$. On a donc $i = -C dv_s/dt$ qui s'écrit encore

$$\frac{v_e}{R_1} = -C\frac{dv_s}{dt} \qquad \frac{dv_s}{dt} = -\frac{1}{RC}v_e \qquad \text{qui s'intègre en} \quad v_s(t) - v_s(0) = -\frac{1}{RC}\int_0^t v_e(t)dt \quad .$$

En notation complexe, on a $\underline{i} = \underline{v}_e/R$ et $\underline{v}_s = -i/(jC\omega)$ donc

$$\underline{v}_s = -\frac{\underline{v}_e}{R}\frac{1}{jC\omega} \qquad \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = -\frac{1}{jRC\omega} \quad .$$

II.5 La résistance R' est placée en parallèle de C et l'impédance Z équivalent à cette association vérifie

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{R'} + jC\omega \quad .$$

On a maintenant

$$\underline{i} = -\frac{v_s}{Z} \qquad \frac{\underline{v}_e}{R_1} = -\underline{v}_s\left(\frac{1}{R'} + jC\omega\right) \quad \frac{\underline{v}_s}{\underline{v}_e} = -\frac{1}{R_1\left(\frac{1}{R'} + jC\omega\right)} = -\frac{R'}{R_1 + jR_1R'C\omega} \quad .$$

III.1 Soit i l'intensité du courant qui pénètre dans R_1. Comme l'entrée non inverseuse est reliée à la masse, on a $v_+ = 0$. En régime linéaire, $v_- = v_+$ donc $v_- = 0$. Soit i l'intensité qui entre dans R_1. La tension aux bornes de R_1 est $U_{R_1} = v_e - 0 = v_e$ et la loi d'Ohm donne $i = v_e/R_1$. Comme l'impédance d'entrée de l'ALI est infinie, cette même intensité parcourt R_2 de gauche à droite et la loi d'Ohm aux bornes de cette résistance s'écrit

$$v_s - 0 = -R_2 i \quad \text{d'où} \quad v_s = -\frac{R_2}{R_1}v_e \quad .$$

V.1 Comme l'intensité qui pénètre dans l'entrée non inverseuse est nulle, on peut utiliser la formule du pont diviseur pour écrire

$$v_+ = \frac{R_4}{R_3 + R_4}v_B \quad .$$

Pour exprimer v_-, on peut appliquer le théorème de Millman ; :

$$v_- = \frac{v_A/R_1 + v_s/R_2}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_2 v_A + R_1 v_s}{R_1 + R_2} \quad .$$

On peut se passer du théorème de Millman et écrire que la même intensité traverse R_1 et R_2. En l'orientation de gauche à droite, on a

$$i = \frac{v_A - v_-}{R_1} \quad \text{et} \quad i = \frac{v_- - v_s}{R_2} \quad .$$

L'identification des deux expressions de i conduit au même résultat pour v_-.

En admettant que l'ALI fonctionne en régime linéaire, on a $v_- = v_+$ donc

$$\frac{R_4}{R_3 + R_4} v_B = \frac{R_2 v_A + R_1 v_s}{R_1 + R_2} \qquad \text{d'où on tire}$$

$$v_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left[\frac{R_4}{R_3 + R_4} v_B - \frac{R_2}{R_1 + R_2} v_A \right] = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \left[\frac{(R_4 R_1 + R_4 R_2) v_B - (R_2 R_3 + R_2 R_4) v_A}{(R_3 + R_4)(R_1 + R_2)} \quad . \right]$$

Avec les valeurs choisies, les produits $R_4 R_1$ et $R_2 R_3$ on la même valeur et on remplace $R_4 R_1$ par $R_2 R_3$ pour écrire

$$v_s = \frac{(R_2 R_3 + R_2 R_4)}{R_1 (R_3 + R_4)} (v_B - v_A) = \frac{R_2 (R_3 + R_4)}{R_1 (R_3 + R_4)} (v_B - v_A) = \frac{R_2}{R_1} (v_B - v_A) = 10 (v_B - v_A) \quad .$$