

DEVOIR N° 1

Le mardi 1^{er} septembre 26

Par souci d'économie de papier, les consignes de rédaction fournies au début du devoir de vacances ne sont pas rappelées ici. Je considère néanmoins que vous avez dû les assimiler et vous enjoins de les respecter, sans quoi votre note sera dégradée en proportion des manquements constatés.

Exercice 1.

D'un point de vue optique, un microscope est constitué d'un objectif et d'un oculaire que l'on assimile à des lentilles minces convergentes (L_1) et (L_2) de même axe optique et de focales $f'_1 = 0,4$ cm et $f'_2 = 2,5$ cm. On note $\Delta = \overline{F'_1 F_2} = 16$ cm l'intervalle optique.

1. Déterminer la position sur l'axe optique d'un objet AB que l'œil voit nettement sans accommoder.
2. Pour cette position de l'objet, réaliser une construction à l'échelle du parcours d'au moins deux rayons lumineux issus de B .

Commercialement, on définit le grossissement d'un instrument d'observation de petits objets par $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ où

- α' désigne l'angle sous lequel on aperçoit l'image à l'infini de l'objet ;
- α désigne l'angle sous lequel on apercevrait à l'œil nu cet objet placé au punctum proximum distant de $\delta = 25$ cm.

Les constructeurs de microscope indiquent généralement sur l'appareil le grandissement associé à l'objectif (par exemple $\times 100$, $\times 50$) et le grossissement associé à l'oculaire (par exemple $\times 10$, $\times 20$).

3. Que vaut ici le grandissement associé à l'objectif γ_{obj} ?
4. Que vaut ici le grossissement associé à l'oculaire G_{oc} ?
5. Établir l'expression du grossissement du microscope dans son ensemble en fonction de G_{oc} et γ_{obj} .
6. Dans cette question, on suppose que l'observateur place son œil en F'_2 et qu'il peut accommoder à volonté. Déterminer la latitude de mise au point, c'est à dire l'extension sur l'axe optique de l'ensemble des points A qu'il peut voir nettement. Commenter.
7. La monture circulaire de l'objectif présente un diamètre $D = 7$ mm. On appelle cercle oculaire l'image de cette monture à travers l'oculaire. Déterminer sa position et son diamètre. Quel est l'intérêt de placer l'œil sur ce cercle pour observer dans le microscope ?

Exercice 5.

Un cube de masse m repose sur une surface horizontale avec un coefficient de frottement μ (figure 1). Par l'intermédiaire d'un fil, on exerce sur son arête supérieure droite une force F dont la direction est repérée par l'angle α appartenant à $[0, \pi/2]$. On envisage la possibilité d'un début de basculement de ce cube autour de l'arête passant par C . Ce mouvement est supposé quasi-statique, c'est à dire qu'un équilibre est réalisé à tout instant. Formellement, si on note θ l'angle de rotation autour de la droite passant par C et perpendiculaire à la figure, on analyse la situation pour laquelle $\theta = 0$ et $\dot{\theta} \rightarrow 0$.

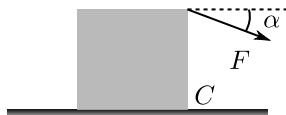


FIGURE 1 – basculement d'un cube.

1. Pour l'instant, C est supposé fixe. Pour α donné, quelle est la valeur minimale de F qui permettra au cube de commencer à basculer ?
2. Quel angle α_{min} permet de minimiser cette force ? Comment s'exprime la force minimale F_{min} correspondante ?
3. En réalité, C n'est pas fixé. Le cube repose sur la table avec un coefficient de frottement μ . Trouver la plus petite valeur de μ_{min} de μ qui permet de faire basculer le cube sans qu'il glisse en le tirant sous l'angle α_{min} avec la force F_{min} .

4. Si $\mu < \mu_{\min}$, l'angle $\alpha_{\min}$ identifié précédemment ne convient pas. Montrer que l'angle optimal $\alpha'_{\min}$ qui permet de faire basculer le cube sans glisser vérifie

$$\tan \alpha'_{\min} = \frac{1 - 2\mu}{\mu} .$$

5. Exprimer la force $F'_{\min}$ correspondante en fonction de m , μ et g . On simplifiera le résultat pour ne pas faire intervenir de fonction trigonométrique.

Exercice 6.

1. On désire réaliser un système électronique linéaire réalisant une fonction retard, c'est à dire telle que l'entrée e et la sortie s soient en régime permanent liées par une relation du type

$$s(t) = e(t - \tau)$$

où τ est le retard, valeur fixée indépendante de la fréquence. En exprimant cette relation en notation complexe, trouver la fonction de transfert $\underline{F}(j\omega)$ de ce système. Tracer le diagramme de Bode.

2. En supposant $\omega\tau \ll 1$, effectuer un développement limité à l'ordre 2 de $\underline{F}(j\omega)$.

3. Pour réaliser cette fonction, on utilise le dispositif schématisé sur la figure 2. La résistance R représente la charge (le dipôle d'utilisation) sur laquelle le retardateur est branché. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$ de ce système. De quel type de filtre s'agit-il ?

4. En se plaçant dans la limite des basses pulsations, effectuer un développement au second ordre de $\underline{H}$ en puissances de ω .

5. Montrer que si l'on choisit convenablement R , ce filtre réalise de manière approchée le retardateur envisagé dans la première question. Que vaut alors τ ? Les résultats sont à donner en fonction de L et de C .

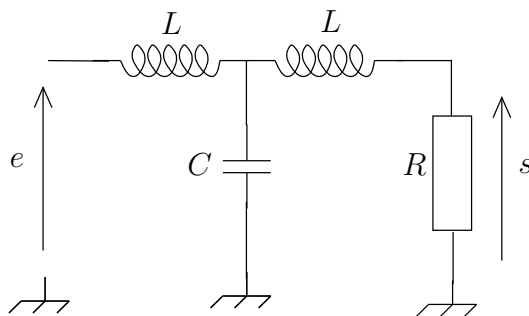


FIGURE 2

Exercice 8.

On suppose l'atmosphère en équilibre à la température uniforme $T = 270, K$ et on la traite comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29 \text{ g.mol}^{-1}$. Établir l'expression de la pression et de la masse volumique en fonction de l'altitude en notant P_0 et ρ_0 leurs valeurs au niveau du sol. À quelle altitude la pression est-elle divisée par 2 par rapport à la valeur au sol ?

Exercice 11.

À pression ambiante, un récipient calorifugé contient 1kg l'eau liquide à une température T_0 inférieure à sa température de fusion $T_f = 273 K$.

1. Comment s'appelle ce phénomène ? Décrire une situation expérimentale dans laquelle il se produit.
2. Par un léger choc, on provoque le passage d'une partie (ou de toute) l'eau liquide à l'état de glace. Quelle doit être T_0 pour que dans l'état final, 50 % de l'eau soit solidifiée ? À quelle condition peut-elle se solidifier entièrement ?
3. Dans le cas où l'eau se solidifie entièrement, exprimer la température finale T_1 en fonction de T_0 , c_ℓ , c_g et l_f . Calculer T_1 pour $T_0 = -100^\circ C$.

Données : enthalpie de fusion de l'eau $l_f = 330 \text{ kJ.kg}^{-1}$, capacité calorifique de l'eau liquide $c_\ell = 4,18 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, capacité calorifique de la glace : $c_g = 2,09 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$

Exercice 12.

L'espace est divisé en deux régions par le plan d'équation $y = 0$. L'une d'elles ($y > 0$) est le siège d'un champ magnétique $\vec{B}_1 = B_1 \vec{u}_z$, l'autre ($y < 0$) d'un champ magnétique $\vec{B}_2 = B_2 \vec{u}_z$, avec $B_2 > B_1 > 0$. À $t = 0$, un électron de masse m et de charge $-e$ est émis depuis l'origine des coordonnées avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_y$ ($v_0 > 0$) et pénètre dans la région où règne $\vec{B}_1$.

a) Quel est le mouvement de l'électron durant les premiers instants ? Le représenter par un dessin et démontrer l'expression d'une longueur caractérisant la trajectoire.

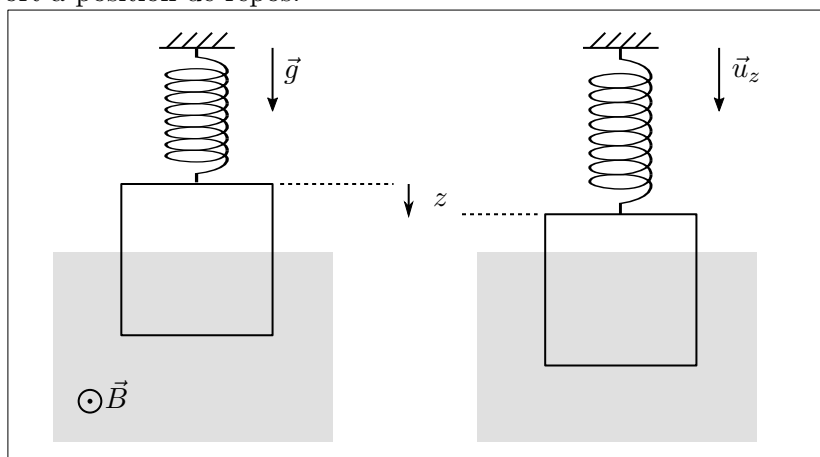
b) À quelle date l'électron pénètre-t-il dans la région où règne $\vec{B}_2$? Quel son mouvement tant qu'il reste dans cette seconde région ?

c) Représenter par un dessin son mouvement ultérieur puis définir une vitesse de dérive caractérisant le mouvement moyen. L'exprimer en fonction de B_1 , B_2 , e , m et v_0 .

Exercice 16.

Un cadre de cuivre filiforme, de masse m et de résistance électrique R , a la forme d'un carré de côté a . Il est suspendu verticalement à un ressort de raideur k de sorte qu'à l'équilibre, la moitié inférieure du cadre est située dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$ horizontal et uniforme.

On abaisse de cadre d'une distance $a/2$ et on l'abandonne sans vitesse initiale. On repère son mouvement par son déplacement z par rapport à position de repos.



1. Décrire qualitativement, le plus précisément possible, les phénomènes qui se déroulent un fois qu'on a lâché le cadre.
2. Exprimer en fonction de z , B et a le flux magnétique traversant le cadre.
3. En déduire une expression de l'intensité i circulant dans le cadre.
4. Exprimer la somme des forces s'exerçant sur le cadre.
5. Étudier le mouvement du cadre et exprimer z en fonction du temps en distinguant divers cas.

Voyage entre la Terre et Mars

Centrale-Supélec

Cet extrait de problème est accompagné d'un document réponse à rendre avec la copie.

Dans toute cette partie du problème, les orbites des planètes autour du Soleil sont assimilées à des cercles de rayon égal au demi-grand axe a des ellipses. On se place dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen.

I.A – Vitesse de la Terre et de Mars dans le référentiel héliocentrique

Q 1. Donner les dimensions de la constante gravitationnelle G ainsi que son unité dans le système international.

Q 2. Montrer que le moment cinétique $\vec{L}_O$ en O , centre du Soleil, d'un objet de masse m est une constante du mouvement.

Q 3. On utilise les coordonnées cylindriques $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ avec $\vec{e}_z$ tel que $\vec{L}_O = L_O \vec{e}_z$. Justifier que le mouvement est plan et exprimer $C = r^2 \frac{d\theta}{dt}$ en fonction de L_O et m . Quel est le nom de cette grandeur ?

Q 4. Déterminer, dans le cas d'une orbite circulaire de rayon R , la vitesse V de l'objet en fonction de G , M_S , R et m . Calculer les valeurs numériques de V_T , la vitesse orbitale de la Terre et de V_M , celle de Mars, dans le référentiel héliocentrique.

I.B – Aspect énergétique et troisième loi de Kepler

Q 5. Dédurre l'expression de l'énergie cinétique, puis de l'énergie mécanique de l'objet de masse m sur son orbite circulaire autour du Soleil en fonction de G , M_S , R et m .

Q 6. Exprimer la période de rotation T de l'objet en fonction G , M_S et R (troisième loi de Kepler).

Il est rappelé que les expressions de l'énergie mécanique et de la troisième loi de Kepler obtenues pour un mouvement circulaire peuvent être généralisées au cas d'une orbite elliptique en remplaçant le rayon R par le demi-grand axe de la trajectoire.

I.C – Voyage aller Terre – Mars, orbite de transfert

D'un point de vue énergétique, la méthode la plus efficace pour envoyer un vaisseau d'une orbite circulaire à une autre orbite circulaire coplanaire est de le placer sur une trajectoire de transfert elliptique tangente aux deux orbites circulaires, donc ici aux orbites de Mars et de la Terre (ellipse de Hohmann). On admet que seule l'attraction solaire agit sur le vaisseau pendant son mouvement.

Q 7. Représenter, sur la figure A du document réponse, montrant les orbites de la Terre et de Mars, l'allure de l'orbite de transfert (trajectoire de Hohmann).

La position de la Terre au temps $t = 0$ du départ du vaisseau est prise comme origine angulaire ($\theta_T(t = 0) = 0$).

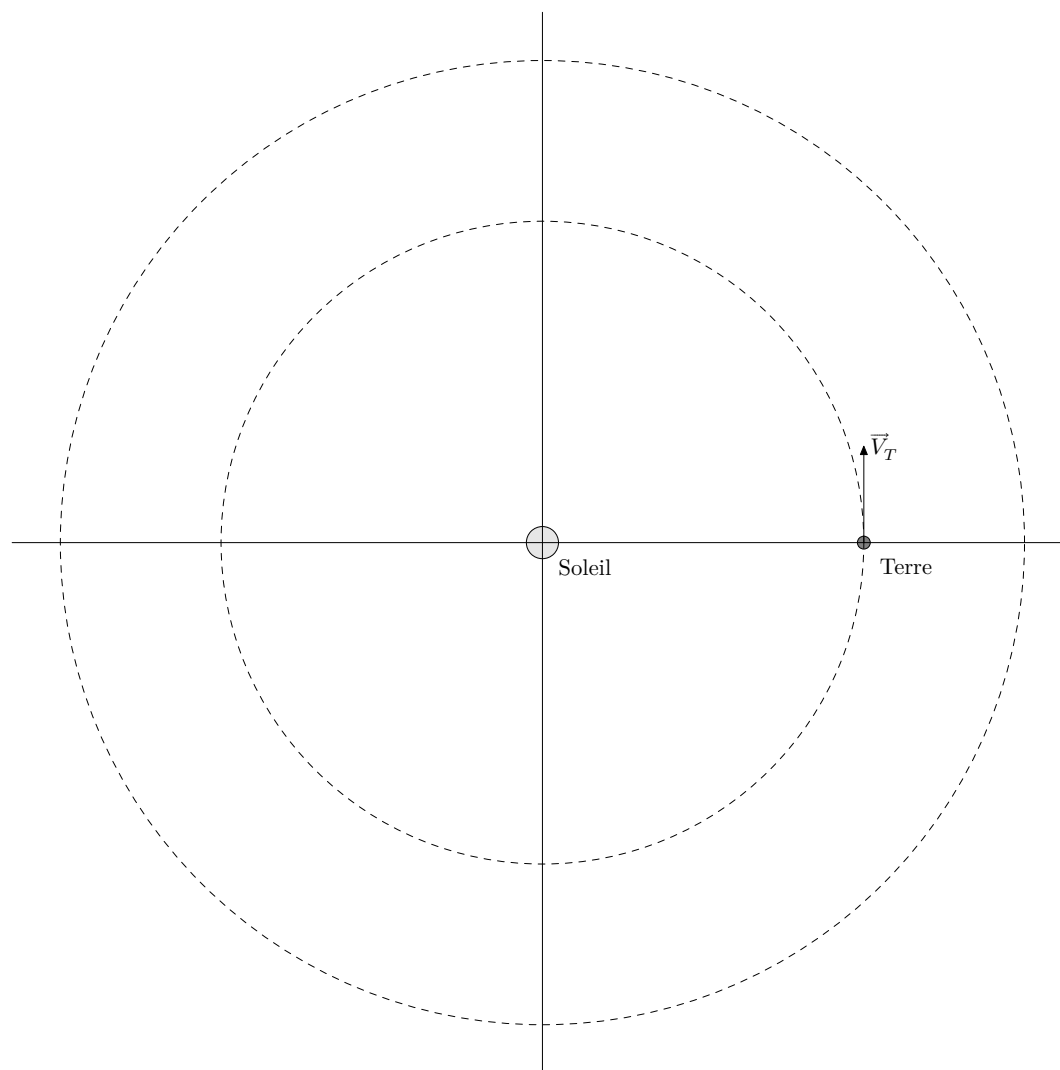
Q 8. Au départ de l'orbite de la Terre, exprimer en fonction de V_T , a_M et a_T la vitesse V'_T que doit avoir le vaisseau sur sa trajectoire de transfert. En déduire la variation de vitesse $\Delta V_T = V'_T - V_T$. Calculer la valeur numérique de ΔV_T .

En pratique, la variation de vitesse requise est plus importante en raison de la nécessité de se libérer de l'attraction de la planète à partir d'une orbite basse.

Q 9. Exprimer puis calculer la durée Δt du voyage jusqu'à l'orbite de Mars.

Q 10. Quel doit être l'angle $\alpha_0 = \theta_M(t = 0) - \theta_T(t = 0)$ (Terre - Soleil - Mars) formé par les directions de Mars et de la Terre, vus du Soleil, au moment du lancement afin que Mars soit au rendez-vous à l'arrivée du vaisseau ? Calculer la valeur numérique de α_0 et indiquer la position de Mars au moment du lancement sur la figure A du document réponse.

Q 11. Dans l'hypothèse d'un problème survenu pendant le voyage aller nécessitant de ne pas explorer la planète, le vaisseau ne modifie pas sa vitesse lors du passage de l'orbite de Mars. Déterminer la position angulaire de la Terre au bout d'une révolution complète de celui-ci sur son orbite de transfert. Commenter.

DOCUMENT RÉPONSE**Questions 7 et 10****Figure A**