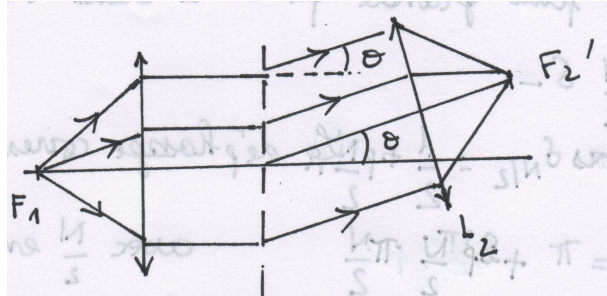


PC* 27 - DEVOIR N° 4

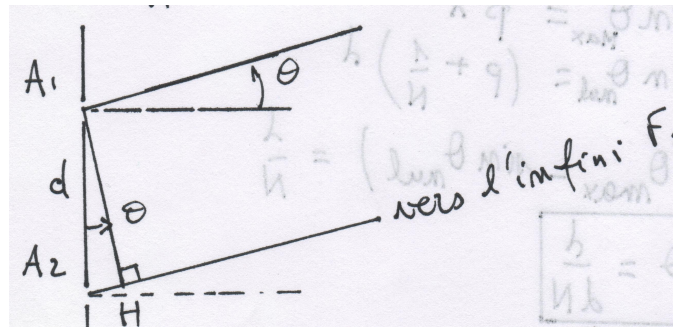
corrigé

Quelques limitations des réseaux

1.



2. Le réseau est confondu avec un plan d'onde incident et la différence de marche s'établit à sa droite. D'après le principe du retour inverse et le théorème de Malus, $\mathcal{L}_{A_1 F'_2} = \mathcal{L}_{H F'_2}$ donc $\delta = A_2 H = d \sin \theta$.



3. La lumière est très intense lorsque les N ondes cohérentes sont en interférences constructives. C'est le cas si $\delta = q\lambda$ avec $q \in \mathbb{Z}$, c'est à dire $d \sin \theta = q\lambda$.

4. La différence de marche entre deux traits décalés de $N/2$ unités est $\delta' = N/2 \times \delta = pN\lambda/2 + \lambda/2$ et l'ordre associé

$$p' = \frac{\delta'}{\lambda} = \frac{pN}{2} + \frac{1}{2} .$$

Comme N est pair, p' est demi-entier et les interférences entre les deux ondes considérées sont destructives. On peut regrouper toutes les ondes par paires qui se détruisent mutuellement donc l'intensité dans la direction θ est nulle.

5. Les directions définies dans les deux questions précédentes sont telles que

$$d \sin \theta_{\max} = p\lambda \quad d \sin \theta_{\text{nul}} = \left(p + \frac{1}{N}\right) \lambda .$$

donc

$$d(\sin \theta_{\max} - \sin \theta_{\text{nul}}) = \frac{\lambda}{N} \quad \boxed{\Delta \sin \theta = \frac{\lambda}{Nd}} .$$

6. Soit $\Delta\lambda_{\min}$ le plus petit écart permettant de séparer λ_1 et λ_2 . Le pouvoir de résolution est défini par

$$\text{PR} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\min}} \quad \text{avec} \quad \lambda \simeq \lambda_1 \simeq \lambda_2 .$$

Pour λ_1 et λ_2 , les pics de lumière se trouvent dans les directions définies par

$$\sin \theta_1 = \frac{p\lambda_1}{q} \quad \sin \theta_2 = \frac{p\lambda_2}{q} .$$

L'écart entre ces pics est donc

$$\Delta_\lambda(\sin \theta) = \frac{p(\lambda_2 - \lambda_1)}{d} = \frac{p\Delta\lambda}{d} .$$

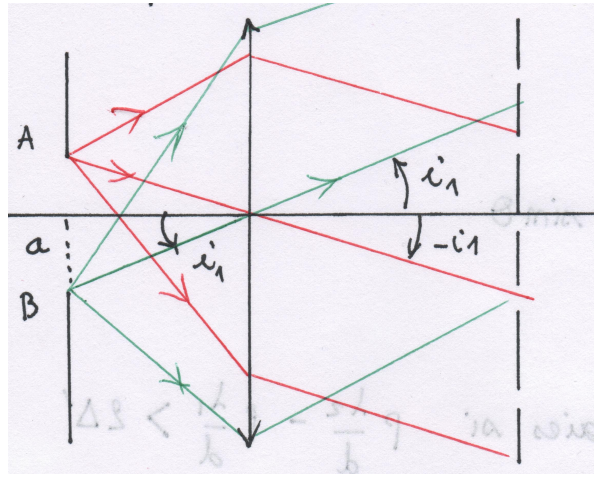
À la limite de résolution , $\Delta \sin \theta = \Delta_\lambda(\sin \theta)$ c'est à dire

$$\frac{\lambda}{dN} = p \frac{\Delta\lambda_{\min}}{d} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\text{PR} = pN} .$$

7. $\text{PR} = 2000$, $\Delta\lambda_{\min} = 0,3 \text{ nm}$. On peut résoudre les deux doublets.

8. Les points A et B sont des foyers secondaires objets de la lentille L_1 . Tous les rayons issus de A en ressortent parallèlement au rayon passant par le centre de L_1 .

$$i_1 \simeq \tan i_1 = \frac{a}{f'_1}$$

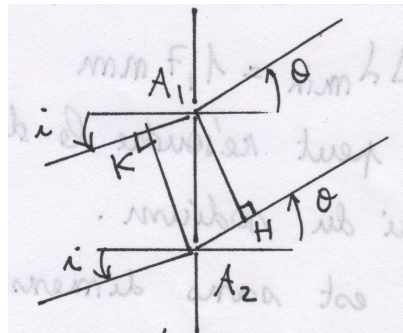


9. Pour les rayons inclinés d'un angle i , la différence de marche entre les rayons émis par deux fentes voisines est

$$\delta = A_2H - A_1K = d \sin \theta - d \sin i = d(\sin \theta - \sin i) .$$

La condition d'interférence constructive devient

$$\sin \theta = \sin i + p \frac{\lambda}{d} \quad \text{avec} \quad p \in \mathbb{Z} .$$



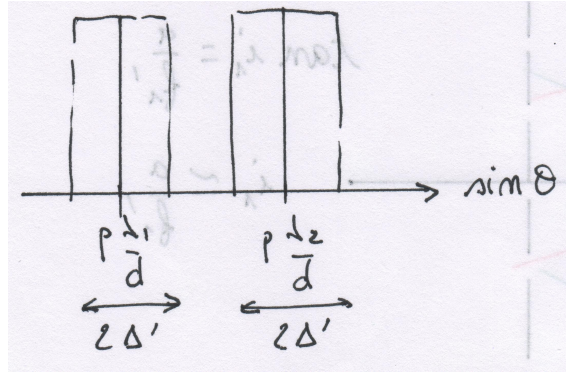
10. Pour les angles extrêmes i_1 et $-i_1$, on a

$$\sin \theta = \sin i_1 + p \frac{\lambda}{d} \quad \sin \theta = -\sin i_1 + p \frac{\lambda}{d}$$

Entre les deux, la variation de $\sin \theta$ est $2 \sin i_1$. L'énoncé demande la demi-largeur de l'intervalle de variation, c'est

$$\Delta'(\sin \theta) = \sin i_1 \simeq i_1 \quad \Delta'(\sin \theta) \simeq \frac{a}{f'_1} .$$

11. Comme N est supposé infini, la largeur intrinsèque étudiée dans les premières questions est nulle. Mais la lumière s'étale dans chaque ordre à cause de la dispersion des valeurs de i .

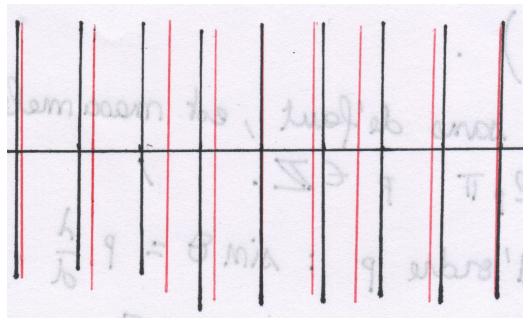


On peut séparer les deux raies si

$$p \frac{\Delta \lambda}{d} > 2\Delta' \quad \text{i.e. si} \quad \boxed{\lambda_2 - \lambda_1 > \frac{2da}{pf'_1} = 1,7 \text{ nm}} \quad .$$

On peut résoudre le doublet du mercure mais pas celui du sodium.

12. Le nombre Q est sans dimension et représente la période de la fonction suite $\ell \rightarrow \sin(2\pi\ell/Q)$. Le défaut se répète à l'identique tous les Q traits; c'est le nombre de traits à parcourir pour que le défaut revienne à la même position par rapport au trait idéal. Dans l'exemple demandé, $Q = 8$ et le décalage vaut $0,4d \sin(\pi/4)$.



13. On peut appliquer le résultat de la question 2 en remplaçant simplement d par la distance x_ℓ entre le trait d'indice 0 et le trait d'indice ℓ .

$$\varphi'_\ell = \frac{2\pi}{\lambda} x'_\ell \sin \theta \quad .$$

14. Le scalaire optique produit par le trait d'indice ℓ est

$$s_\ell(M, t) = A e^{j(\psi_0(M) + \varphi'_\ell - \omega t)} = s_0(\theta, t) e^{j\varphi'_\ell} \quad .$$

Les ondes se superposent et

$$\underline{s}(\theta, t) = \underline{s}_0 + \underline{s}_1 + \dots + \underline{s}_{N-1} = \underline{s}_0 \left(1 + e^{j\varphi'_1} + e^{j\varphi'_2} + e^{j\varphi'_3} + \dots \right) \quad \boxed{\underline{s}(\theta, t) = \underline{s}_0 \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{j\varphi'_\ell}} \quad .$$

15. En l'absence de défaut, le déphasage vaut $\varphi_\ell = \frac{2\pi}{\lambda} x_\ell \sin \theta$. La variation due au défaut est donc

$$\varphi'_\ell - \varphi_\ell = \frac{2\pi}{\lambda} (x'_\ell - x_\ell) \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} \epsilon d \sin \left(\frac{2\pi\ell}{Q} \right) \sin(\theta) \quad .$$

Un déphasage est « très faible » s'il est petit devant 2π . Ce sera le cas pour tout ℓ si

$$\frac{\sin \theta}{\lambda} d \ll 1 \quad \text{i.e.} \quad \epsilon d \ll \frac{\lambda}{\sin \theta} \quad .$$

16. Le scalaire optique est la somme de trois termes, chacun s'exprimant comme une somme sur ℓ .

— La somme

$$s_0 \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{\frac{2j\pi\ell d \sin \theta}{\lambda}}$$

correspond au réseau sans défaut ; elle est de module maximal quand tous les termes sont en phase, c'est à dire pour

$$\frac{2\pi d \sin \theta}{\lambda} = 2p\pi \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z} \quad .$$

Cela correspond au maximum d'ordre p et se trouve dans la direction $\sin \theta = p\lambda/d$.

— De même, la somme

$$s_0 \frac{d\epsilon\pi \sin \theta}{\lambda} \sum_{\ell=0}^{N-1} e^{2j\ell\pi \left(\frac{d \sin \theta}{\lambda} + \frac{1}{Q} \right)}$$

est de module maximal lorsque tous les termes sont en phase, c'est à dire lorsque

$$2\pi \left(\frac{d \sin \theta}{\lambda} + \frac{1}{Q} \right) = 2p\pi \quad \text{avec } p \in \mathbb{Z} \quad .$$

Le maximum d'intensité associé se trouve dans la direction

$$\sin \theta = \left(p - \frac{1}{Q} \right) \frac{\lambda}{d} \quad .$$

— De même, le troisième terme est maximal si

$$\sin \theta = \left(p - \frac{1}{Q} \right) \frac{\lambda}{d} \quad .$$

17. Dans le scalaire optique, les termes « fantômes » comportent le facteur supplémentaire $d\epsilon\pi \sin \theta/\lambda$ par rapport au terme ordinaire. Comme l'intensité est proportionnelle au module-carré du scalaire optique,

$$\frac{I_{\text{fant}}}{I_{\text{vraie}}} = \left(\frac{d\epsilon\pi \sin \theta}{\lambda} \right)^2 = (p\pi\epsilon)^2 \quad .$$

18. L'expérimentateur ignorant applique la formule $\sin \theta = p\lambda'/d$ et prend pour θ l'angle de la raie fantôme associée à la longueur d'onde réelle λ : $\sin \theta = (p \pm 1/Q)\lambda/d$.

$$p \frac{\lambda'}{d} = \left(p \pm \frac{1}{Q} \right) \frac{\lambda}{d} \quad \boxed{|\lambda' - \lambda| = \frac{\lambda}{Q}} \quad .$$

19.

$$\Delta\lambda = 1,6 \text{ nm} \quad \frac{I_{\text{fant}}}{I_{\text{vraie}}} = 9,8 \cdot 10^{-4} \quad .$$

Dans les questions 6 et 7, $\Delta\lambda_{\min}$ était bien plus petit. Les raies fantômes s'écartent beaucoup des raies réelles et semblent donc gênantes. Mais comme elles sont peu lumineuses, et est à espérer qu'on ne les voie presque pas.

Interférométrie radar

Corrigé

I Préliminaire

1. Question de cours. Passages obligés : cohérence des rayons, calcul de δ , allure des franges, interfrange, expression de $\mathcal{E}(M)$.

2. On a :

$$S_1 M = \sqrt{y^2 + \left(x - \frac{B}{2}\right)^2 + (D+z)^2} = (D+z) \sqrt{1 + \frac{y^2 + \left(x - \frac{B}{2}\right)^2}{(D+z)^2}}$$

$$\simeq (D+z) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y^2 + \left(x - \frac{B}{2}\right)^2}{(D+z)^2}\right)$$

De même,

$$S_2 M \simeq (D+z) \left(1 + \frac{1}{2} \frac{y^2 + \left(x + \frac{B}{2}\right)^2}{(D+z)^2}\right)$$

$$\delta = S_2 M - S_1 M = \frac{Bx}{D+z}$$

Or $z = x \tan \beta$, donc :

$$\delta = \frac{Bx}{D + x \tan \beta}$$

Comme $x \ll D$, on a au 1^{er} ordre :

$$\delta \simeq \frac{Bx}{D} \quad \boxed{\varphi = \frac{2\pi Bx}{\lambda D}}$$

3. Sur l'écran, on repère M par $x' = x / \cos \beta$, ce qui permet d'écrire

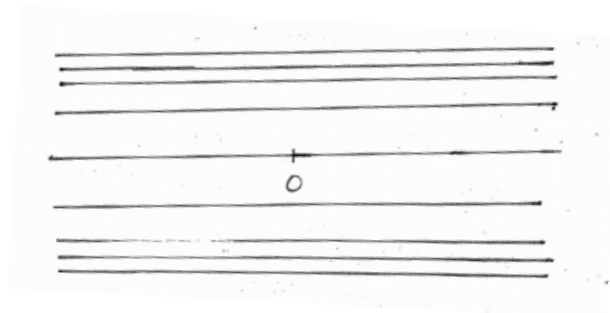
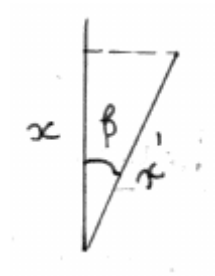
$$\delta = \frac{Bx' \cos \beta}{D} .$$

En rapprochant cette expression de celle de 1), on voit qu'on a toujours des franges rectilignes parallèles à $\vec{u}_y$. L'interfrange est :

$$\boxed{i' = \frac{\lambda D}{B \cos \beta}} .$$

Il est agrandi par l'inclinaison de l'écran. Tout se passe comme si la distance $B = S_1 S_2$ était remplacée par sa projection $B_1 = B \cos \beta$ sur le plan de l'écran.

4. Le résultat précédent montre que plus l'écran est incliné et plus les franges sont espacées. Ici, l'écran est courbé mais on peut l'assimiler localement à son plan tangent pour extrapoler les résultats de 3). Les franges sont des droites parallèles à $\vec{u}_y$ mais elles ne sont pas équidistantes. Elles sont plus espacées là où l'écran est le plus incliné.



II. Interférométrie

1. L'onde parcourt la distance $2d$ dans le vide donc :

$$\boxed{\varphi_s = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2d + \varphi_{\text{propre}}} .$$

2.

$$\varphi_{s_2} = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2S_2P + \varphi_{\text{propre}} \quad \varphi_{s_1} = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2S_1P + \varphi_{\text{propre}}$$

$$\Delta\varphi_{12} = \frac{2\pi}{\lambda} \times 2(S_2P - S_1P) \quad \boxed{\Delta\varphi_{12} = \frac{4\pi}{\lambda} D_{12}}$$

3. D'une frange à sa voisine, l'ordre varie de 1 et $\Delta\varphi_{12}$ varie de 2π , donc D_{12} varie de $\frac{\lambda}{2} = 2,8$ cm. En pratique, cette valeur fixe la résolution du système, c'est-à-dire sa capacité à révéler de petites variations de D_{12} et de petits déplacements de P . Des déplacements inférieurs à 2,8 cm modifient très peu l'image et on ne les détecte pas.

4.

$$\delta\varphi = \Delta\varphi_{12}(P) - \Delta\varphi_{12}(Q) = \frac{4\pi}{\lambda}(S_2P - S_1P) - \frac{4\pi}{\lambda}(S_2Q - S_1Q)$$

$$\boxed{\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda}(S_2P + S_1Q - S_1P - S_2Q)}$$

5. Tous les points ont la même ordonnée y . Dans le plan (O, x, z) , leurs coordonnées sont :

$$S_2(B_x, B_z + H), \quad S_1(O, H), \quad P(X, 0), \quad Q(X + x, z)$$

$$S_2P = \sqrt{(X - B_x)^2 + (H + B_z)^2}$$

$$S_1P = \sqrt{X^2 + H^2}$$

$$S_2Q = \sqrt{(X + x - B_x)^2 + (H + B_z - z)^2}$$

$$S_1Q = \sqrt{(X + x)^2 + (H - z)^2}$$

En substituant ces expressions dans dans celle de $\delta\varphi$, on obtient

$$\boxed{\delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \left[\sqrt{(X - B_x)^2 + (H + B_z)^2} + \sqrt{(X + x)^2 + (H - z)^2} - \sqrt{X^2 + H^2} - \sqrt{(X + x - B_x)^2 + (H + B_z - z)^2} \right]}$$

6. J'ai laborieusement effectué les DM au second ordre et ai en effet retrouvé l'expression proposée, mais ce n'est pas le but de la question !

Pour établir l'analogie avec les résultats de la partie I, introduisons le vecteur unitaire dirigée de S_1 vers S_2 : $\vec{u}_\perp = \cos\theta\vec{u}_x + \sin\theta\vec{u}_z$. Comme l'énoncé l'a signalé, $B_\perp = \vec{S}_1\vec{S}_2 \cdot \vec{u}_\perp$ est la projection de $\vec{S}_1\vec{S}_2$ sur $\vec{u}_\perp$. On peut aussi remarquer que $x\cos\theta + z\sin\theta = \vec{PQ} \cdot \vec{u}_\perp$ est la projection de PQ sur la même direction, que nous noterons $(PQ)_\perp$. Notons encore $L = \sqrt{X^2 + H^2}$ la distance S_1P . Avec ces notations, on a

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_R} \frac{B_\perp \times (PQ)_\perp}{L} \quad .$$

Cela rappelle les expressions vues dans I.2 et I.4, qui s'écrivaient

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{B_1 x'}{D} \quad .$$

— La distance D est remplacée par $L = S_1P$.

— B_1 , projection de S_1S_2 sur l'écran est remplacé par $B_\perp$, projection de S_1S_2 sur la direction orthogonale à la ligne de visée.

— La coordonnée x' sur l'écran est remplacée par $(PQ)_\perp$, projection sur la même direction.

On a ici un facteur 4π au lieu de 2π car, contrairement au cas des trous d'Young, l'onde fait un aller-retour.

7. Pour un sol plat, $z = 0$ et :

$$\delta\varphi = \frac{4\pi}{\lambda_R} \frac{B_\perp x \cos\theta}{\sqrt{X^2 + H^2}}$$

$\delta\varphi$ ne dépend que de x donc on obtient des franges rectilignes colinéaires à $\vec{u}_y$.

$$\delta\varphi = 2p\pi \rightarrow x_p = p \frac{\lambda_R \sqrt{X^2 + H^2}}{2B_\perp \cos\theta}$$

L'interfrange est :

$$i = x_{p+1} - x_p = \frac{\lambda_R \sqrt{X^2 + H^2}}{2B_\perp \cos\theta}, \quad \boxed{i = 60,8 \text{ m}} \quad .$$

8. On aura environ 3 pixels par frange, ce qui permet de distinguer les zones sombres et les zones claires. Des pixels de 20 m sont donc acceptables.

9. Comme z est fonction de (x, y) , $\delta\varphi$ est aussi fonction de (x, y) , ce qui permet d'obtenir une image avec une « intensité » $I(x, y)$.

$$\delta\varphi = 2p\pi \rightarrow x'_p = p \frac{\lambda_R}{2} \frac{\sqrt{X^2 + H^2}}{B_\perp \cos \theta} - z \tan \theta$$

Par rapport à 7, la frange s'est donc décalée de $\boxed{\Delta z = -z \tan \theta}$, vers les x décroissants si $z > 0$.

10.

$$p' = \frac{\delta\varphi}{2\pi} x = \frac{2B_\perp}{\lambda_R} \frac{x \cos \theta + z \sin \theta}{\sqrt{X^2 + H^2}}$$

À comparer à :

$$p = \frac{2B_\perp}{\lambda_R} \frac{x \cos \theta}{\sqrt{x^2 + H^2}}$$

en terrain plat. La variation d'ordre est :

$$\boxed{\Delta p = \frac{2B_\perp z \sin \theta}{\lambda_R \sqrt{X^2 + H^2}}}$$

11. L'interférogramme de gauche correspond au terrain plat. On y compte 16 franges donc sa longueur est $16i = 972$ m.

Sur l'interférogramme de droite, les franges sont distordues par la présence de la montagne. Les bords du terrain sont plats et la zone centrale surélevée. On compte un décalage maximal de 3 franges donc $\Delta p = 3$:

$$z_{\max} = \frac{3\sqrt{X^2 + H^2}}{2B_\perp \sin \theta} \lambda_R \quad \boxed{z_{\max} = 429 \text{ m}} \quad .$$

Arc-en-ciel

Corrigé

1. Soit un rayon lumineux rencontrant un dioptré entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 . Le plan d'incidence est défini par ce rayon incident et la normale au dioptré. On note i_1 l'angle d'incidence, i_2 l'angle de réfraction et i'_1 l'angle de réflexion, angles orientés définis par rapport à la normale au dioptré. Les lois de Descartes énoncent que :

- le rayon réfléchi et le rayon réfracté appartiennent au plan d'incidence ;
- $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$;
- $i'_1 = -i_1$.

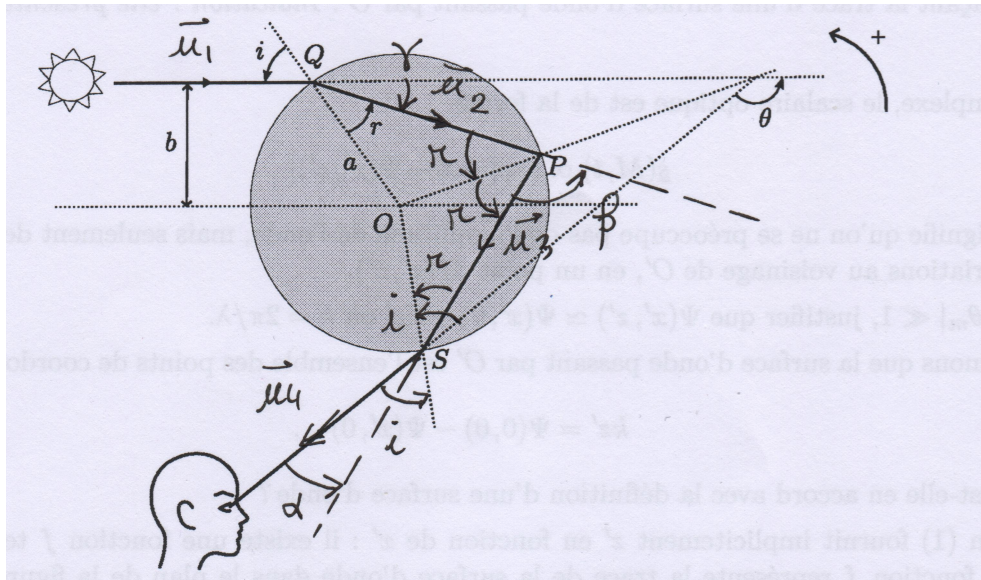
Pour éviter toute ambiguïté, mieux vaut accompagner ces réponses d'un schéma.

Dans le cas de la goutte, on a $\sin i = n \sin r$. Le plan de la feuille est défini par le rayon incident et QP , c'est le plan d'incidence. Les rayons QP , PS et allant de S à l'œil appartiennent aussi à ce plan d'après la première propriété mentionnée au-dessus et on peut se contenter d'un dessin dans ce plan.

2. Comme le triangle OQP est isocèle, on retrouve l'angle r à l'incidence en P , à la réflexion en P d'après la loi de Descartes, puis à nouveau à l'incidence en S . La loi de Descartes en S donne $n \sin r = \sin i_{\text{sortie}}$ donc $\sin i_{\text{sortie}} = \sin i$ et $i_{\text{sortie}} = i$.

$$\theta = (\vec{u}_4, \vec{u}_1) = (\vec{u}_4, \vec{u}_3) + (\vec{u}_3, \vec{u}_2) + (\vec{u}_2, \vec{u}_1) = \alpha + \beta + \gamma = (i - r) + (\pi - 2r) + (i - r) = \pi + 2i - 4r \quad .$$

On peut proposer d'autres démonstrations en exprimant les angles dans les triangles ayant P pour sommet.



3. $i = \arcsin y$ et $r = \arcsin((\sin i)/n) = \arcsin(y/n)$ donc

$$\theta = \pi + 2 \arcsin y - 4 \arcsin \frac{y}{n}$$

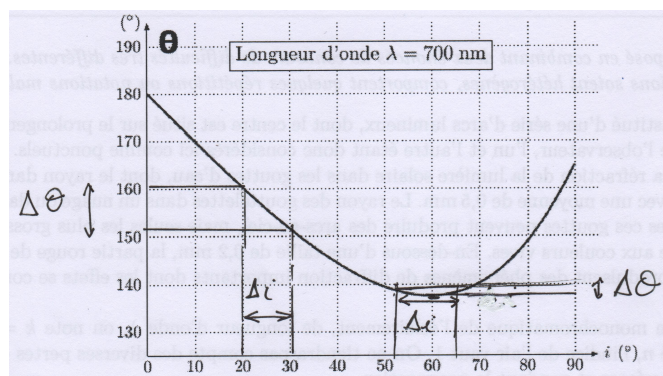
$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{2}{\sqrt{1-y^2}} - \frac{4}{n} \frac{1}{\sqrt{1-y^2/n^2}}$$

4. On résout $\frac{d\theta}{dy} = 0$.

$$\frac{1}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{2}{n} \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} \quad \frac{n^2}{4} \left(1 - \frac{y^2}{n^2}\right) = 1 - y^2 \quad y = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}$$

$$\theta_m = \pi + 2 \arcsin \sqrt{\frac{4-n^2}{3}} - 4 \arcsin \left(\frac{1}{n} \sqrt{\frac{4-n^2}{3}} \right)$$

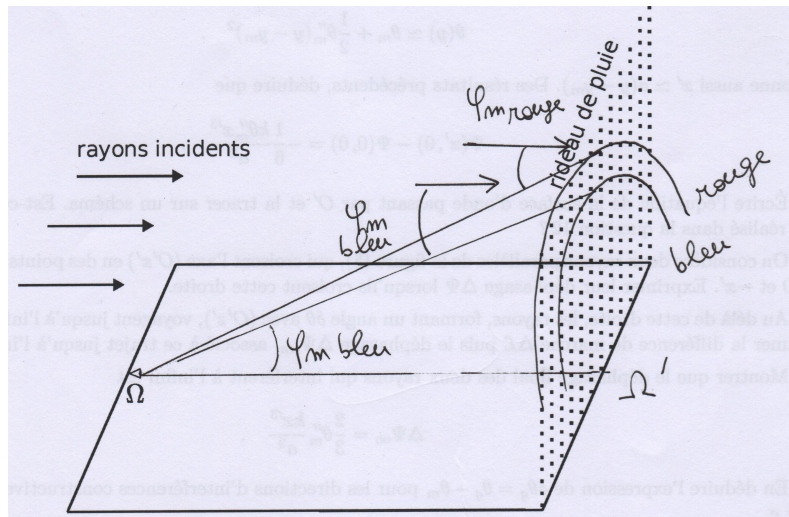
5. Considérons la lumière incidente couvrant un intervalle d'angle Δi et donnant en sortie un intervalle $\Delta \theta$. Près de l'extremum, $\Delta \theta$ devient beaucoup plus petit pour une même valeur de Δi . En sortie, la lumière se concentre sur un plage angulaire bien plus petite.



6. Applications numériques difficiles !

- pour le bleu, $\theta_m = 139,4^\circ$, $\varphi_m = 40,6^\circ$;
- pour le rouge $\theta_m = 137,5^\circ$, $\varphi_m = 42,5^\circ$.

7. Il y a invariance autour de la droite $\Omega\Omega'$, où Ω' est dans le prolongement de la droite qui va de l'œil au rideau de pluie. Tous les rayons présentant le même angle φ_m forment un cône d'axe $\Omega\Omega'$ et de demi-angle φ_m , et les gouttes correspondantes sont sur un cercle, ce qui explique qu'on voit un arc. Comme $\varphi_{m\text{rouge}} > \varphi_{m\text{bleu}}$, l'arc rouge est vu à l'extérieur.



8. a) $\omega = 2\pi c/\lambda \simeq 6 \times 3.10^8/6.10^{-7} = 3.10^{15} \text{ rad.s}^{-1}$
 b) La valeur moyenne est calculée sur une durée τ égale au temps de réponse de l'œil, de l'ordre de quelques centièmes de seconde.
 c)

$$s = s_1 + s_2 \quad s^2 = s_1^2 + s_2^2 + 2s_1s_2$$

$$I = K\langle s^2 \rangle = K\langle s_1^2 \rangle + K\langle s_2^2 \rangle + 2K\langle s_1s_2 \rangle = I_1 + I_2 + I_{12} \quad \text{avec} \quad I_{12} = 2K\langle s_1s_2 \rangle \quad I_1 = Ka_1^2/2 \quad I_2 = Ka_2^2/2$$

$$I_{12} = 2Ka_1a_2\langle \cos(\omega_1t - k_1x_1) \cos(\omega_2t - k_2x_2) \rangle$$

$$= Ka_1a_1\langle \cos((\omega_1 + \omega_2)t - (k_1x_1 + k_2x_2)) \rangle + Ka_1a_1\langle \cos((\omega_1 - \omega_2)t - (k_1x_1 - k_2x_2)) \rangle$$

Comme ω_1 et ω_2 sont très supérieurs à $1/\tau$, le premier terme donne une moyenne nulle. Le second terme est nul aussi, sauf si $\omega_1 = \omega_2$: dans ce cas il est constant, égal à sa moyenne et

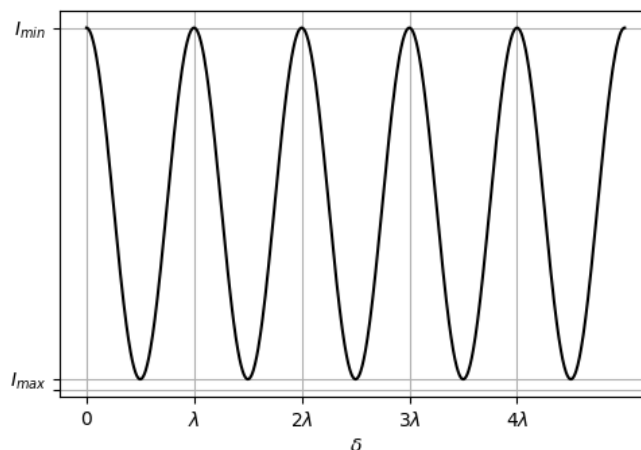
$$I_{12} = Ka_1a_1 \cos(k_1x_1 - k_2x_2)$$

- d) Si $\omega_1 = \omega_2 = \omega$, $k_1 = k_2 = n\omega/c = 2\pi n/\lambda$ et

$$I_{12} = Ka_1a_2 \cos(2\pi n(x_2 - x_1)/\lambda)$$

$$a_1 = \sqrt{2I_1/K} \quad a_2 = \sqrt{2I_2/K} \quad \delta = n(x_2 - x_1) \quad I_{12} = 2\sqrt{I_1I_2} \cos(2\pi\delta/\lambda)$$

- e) L'intensité varie entre $I_{\min} = (\sqrt{I_2} - \sqrt{I_1})^2$ et $I_{\max} = (\sqrt{I_2} + \sqrt{I_1})^2$ avec une période λ . Sur l'image, on voit que les franges ont un excellent contraste : $I_{\min}$ est très inférieur à $I_{\max}$ ce qui signifie que I_1 et I_2 sont égales ou très voisines.



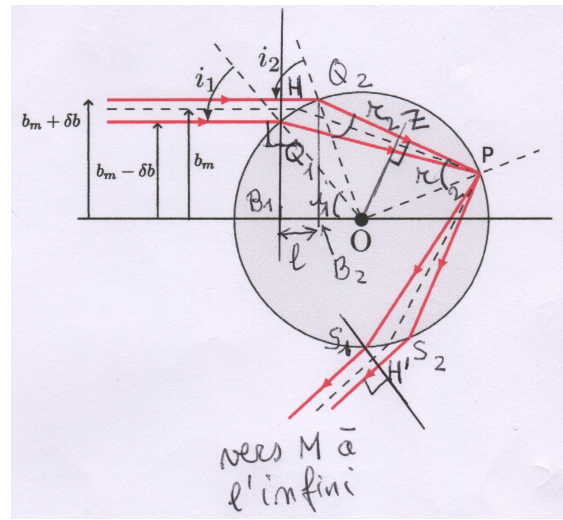
9. Les deux rayons sont parallèles donc ils interfèrent à l'infini. Les rayons incidents sont parallèles et forment une onde plane, H et Q_1 appartiennent au même plan d'onde donc le chemin optique depuis le soleil est le même jusqu'en H et Q_1 . De même, dans un retour inverse de la lumière, H_1 et S_1 seraient dans un même plan d'onde donc se situent à même chemin optique de M à l'infini. La différence de marche entre les deux rayons est donc

$$\delta = \mathcal{L}_{HQ_2PS_2H'} - \mathcal{L}_{Q_1PQ_1} \quad .$$

À cause de la symétrie des angles relevée dans la question 2, ce qui se passe après P est le symétrique de ce qui se passe avant P et

$$\delta = 2(\mathcal{L}_{HQ_2P} - \mathcal{L}_{Q_1P}) = 2(HQ_2 + nQ_2P - nQ_1P) \quad .$$

$$HQ_2 = OB_1 - OB_2 = a \cos i_1 - a \cos i_2 \quad Q_2P = 2Q_2Z = 2a \cos r_2 \quad Q_1P = 2a \cos r_1$$



$$\delta = 2(a \cos i_1 - a \cos i_2 + 2na \cos r_2 - 2na \cos r_1)$$

$$\boxed{\delta = D(\cos i_1 - \cos i_2) + 2nD(\cos r_2 - \cos r_1)} \quad .$$

10. Les interférences sont constructives si : $\exists q \in \mathbb{Z}, \delta = q\lambda$. Les angles i_1, i_2, r_1 et r_2 sont liés à θ . Quand θ varie, ces angles varient donc δ et l'ordre d'interférence $p = \delta/\lambda$ varient aussi. Plus D est grand, plus cette variation est rapide. D'une frange à l'autre, p varie de 1 ; si D est plus grand, il suffira d'une plus petite variation de θ pour que p augmente de 1. Les franges sont donc plus serrées pour de grosses gouttes. Dit autrement, l'écart entre les franges est plus grand pour de petites gouttes.

On cherche D tel que $\delta = 2\lambda$ donc

$$D = \frac{2\lambda}{(\cos i_1 - \cos i_2) + 2n(\cos r_2 - \cos r_1)} \quad \boxed{D = 1,36 \text{ mm}} \quad .$$

calculé avec $r_2 = \arcsin(1/n \sin i_2) = 44,2^\circ$ et $r_1 = \arcsin(1/n \sin i_1) = 35,2^\circ$.