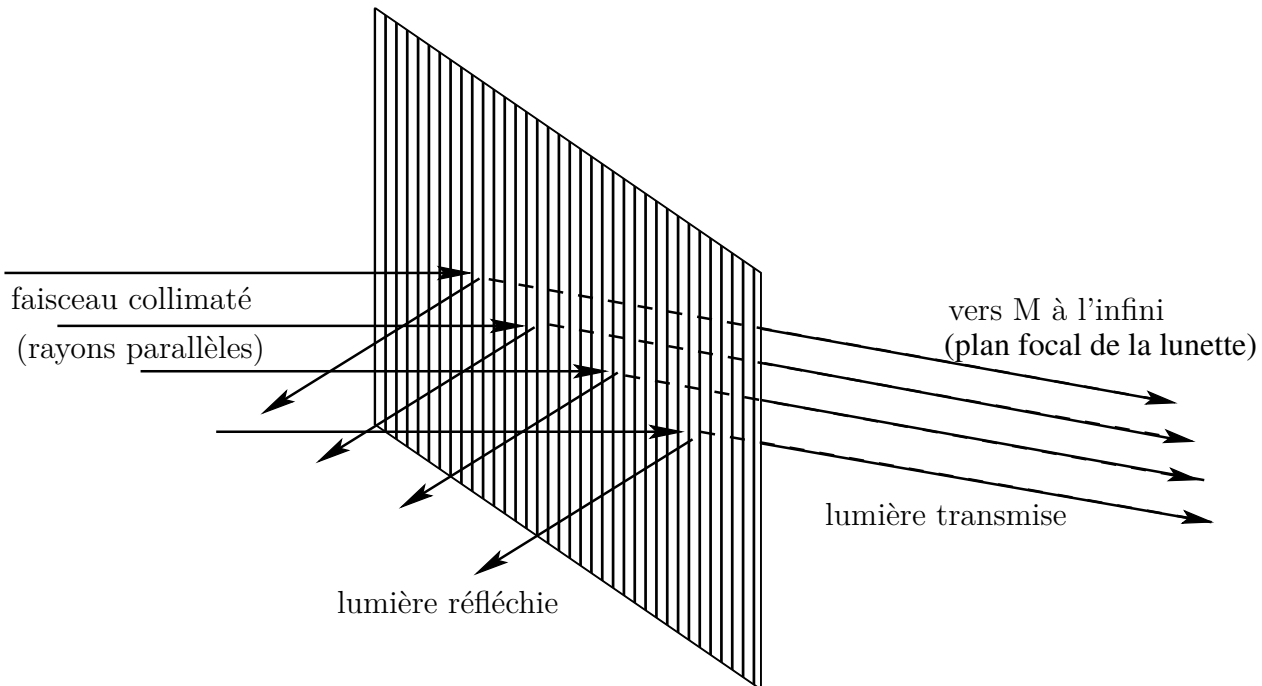


SPECTROSCOPIE À RÉSEAU

I Rappels de cours

Un réseau est formé d'une multitude de lignes transparentes et identiques, parallèles les unes aux autres dans un plan. Peu importe la nature précise de ces lignes : on les décrit souvent comme de fines ouvertures dans un écran opaque, mais il s'agit plutôt de simples traits gravés sur un support transparent. La distance d entre les centres de deux traits voisins est appelé *pas* du réseau et son inverse $n = 1/d$ est appelé *linéature* du réseau. Selon les modèles, il varie de quelques dizaines à quelques milliers de traits par millimètre. Les traits très fins diffractent la lumière d'un faisceau incident, aussi bien sous forme de lumière réfléchiée que de lumière transmise. Nous utiliserons essentiellement la lumière transmise, mais sachez que certains dispositifs utilisent les réseaux en réflexion.



La figure ci-dessus fait apparaître les conditions usuelles d'utilisation d'un réseau : on l'éclaire par un faisceau collimaté (rayons parallèles) et l'observation se fait en un point M à l'infini, lieu de rencontre des rayons diffractés dans une même direction. En pratique, M est au plan focal image d'une lunette d'observation. Les rayons diffractés voyagent dans un plan perpendiculaire aux traits (sur le schéma, les traits sont verticaux et les rayons inclus dans le plan horizontal).

Comme nous l'avons vu en cours, les interférences entre les nombreuses ondes diffractées par les traits conduisent à une concentration de la lumière dans certaines directions particulières. La différence de marche entre les ondes venant de deux traits successifs est donnée par

$$\delta = S_2H - KS_1 = d(\sin \theta - \sin i)$$

où i désigne l'angle d'incidence et θ l'angle d'émergence. Les directions θ intensément éclairées correspondent à des interférences constructives entre tous les rayons. Elles sont définies par $\delta = p\lambda$ avec un ordre d'interférence $p \in \mathbb{Z}$. On en déduit la relation fondamentale des réseaux

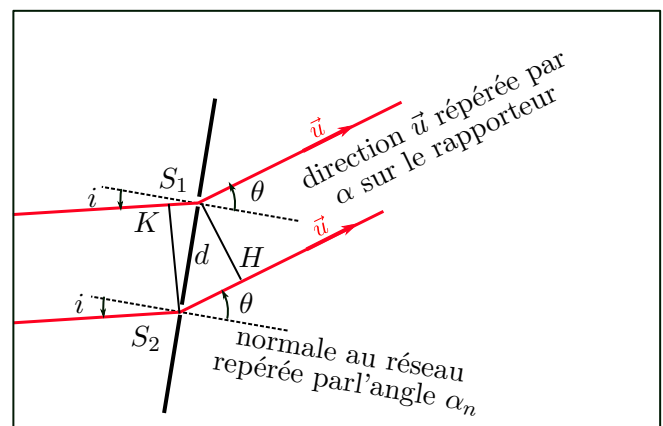


FIGURE 1: Différence de marche dans un réseau,

$$\sin \theta_p - \sin i = p n \lambda \quad (1)$$

L'ordre $p = 0$ vérifie $\theta = i$: c'est un faisceau non dévié par le réseau. De part et d'autre de cette direction se trouvent les ordres positifs ($p = 1, 2, 3, \dots$) pour lesquels $\theta > i$ et les ordres négatifs ($p = -1, -2, -3, \dots$) pour lesquels $\theta < i$. Comme $|\sin \theta| \leq 1$, le nombre d'ordres visibles est limité. Avec le réseau que nous utiliserons, on voit

essentiellement les ordres ± 1 et ± 2 .

Application à la spectroscopie

Le relation (1) montre que pour i et p donnés, θ dépend de λ . *Des radiations de longueurs d'onde distinctes se concentrent donc dans des directions différentes.* La lumière bleue, de longueur d'onde plus courte, est moins déviée que la lumière rouge. Attention cependant : pour $p = 0$, $\sin \theta_p = \sin i$ donc θ_0 ne dépend pas de λ : l'ordre 0 n'est pas dispersif et ne présente guère d'intérêt. Par contre, tous les autres ordres non nuls sont dispersifs et un réseau fournit en plusieurs exemplaires le spectre de la lumière issue de la source (figure 2). En pratique, l'observation du spectre dans un ordre donné est suffisante ; nous choisissons de faire toutes les mesures dans l'ordre 1.

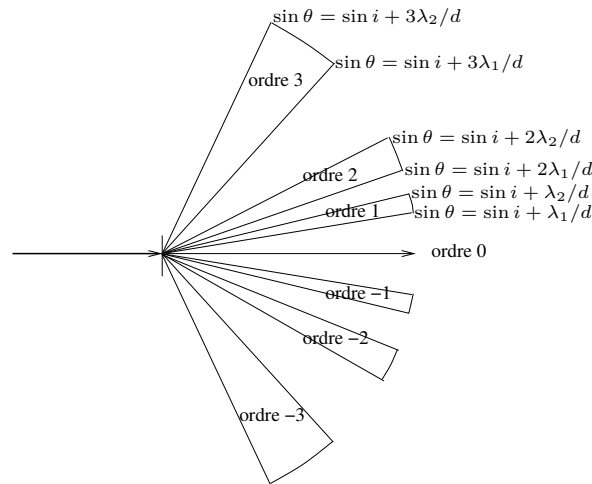


FIGURE 2: Ordres d'un réseau

II Présentation du goniomètre

Selon la relation fondamentale (1), la connaissance des angles i et θ permet d'accéder à λ . On réalise ces mesures d'angles avec un *goniomètre*. Deux types d'appareils disponibles au lycée sont décrits sur les photographies de la figure placée à la fin du document. Prenez tranquillement quelques minutes pour reconnaître les éléments suivants sur le modèle à votre disposition :

- Le collimateur devant lequel on placera la fente source. Il a pour rôle de produire un faisceau de rayons parallèles à partir de la lumière entrant par une fente. On règle le tirage du collimateur en agissant sur la molette TC .
- La fente d'entrée de la lumière dans le collimateur. On règle sa largeur en agissant sur LF .
- La plateforme qui portera le réseau. Sur certains modèles, son orientation est contrôlée par trois vis calantes $C1$, $C2$ et $C3$ placées en dessous, et sa hauteur par la vis HP . On peut faire tourner manuellement cette plateforme, la bloquer avec la vis BP et contrôler finement sa rotation par action sur la vis tangente RP .
- La lunette destinée à l'observation des rayons diffractés vers l'infini par le réseau. On règle son tirage par action sur TL et son inclinaison par action sur IL . À son extrémité se trouve l'oculaire dont le tirage est contrôlé par TO .
- La lunette comporte un réticule (deux fils très fins se croisant à angle droit) pour viser précisément des raies. On peut l'éclairer au moyen d'une petite lampe latérale et d'une lame semi-réfléchissante. Cette lame est escamotable : en agissant sur T (voir schéma), on l'active ou on la supprime.

III Réglages optiques du goniomètre

1. Réglage de l'oculaire de la lunette

La lunette d'observation est munie d'un *réticule*, système de deux fils très fins qui permettent de viser précisément. Vous devez simplement régler le tirage de l'oculaire de manière à observer sans fatigue ce réticule. Pour cela,

allumer l'éclairage du réticule R et régler TO de manière à voir les deux fils orthogonaux avec netteté et sans accommoder. Ce réglage dépend de la qualité de vos yeux et peut être repris plus tard au besoin.

Il est important de comprendre que dans la suite, l'œil verra nettes les images se formant dans le plan où se trouve ce réticule.

2. Réglage de la lunette sur l'infini par autocollimation

Des rayons allant vers l'infini dans une direction θ donnée forment une image dans le plan focal de l'objectif de la lunette. Pour bien voir cette image, on translate l'objectif jusqu'à ce que R se trouve dans son plan focal (rappelez-vous que l'œil observe dans le plan de R).

Pour ce réglage, on pourrait fort bien ouvrir les volets de la salle de TP, observer au loin au travers de la lunette puis faire le net comme un pirate avec sa longue vue. Mais dans une salle d'optique aux volets clos, on procède autrement !

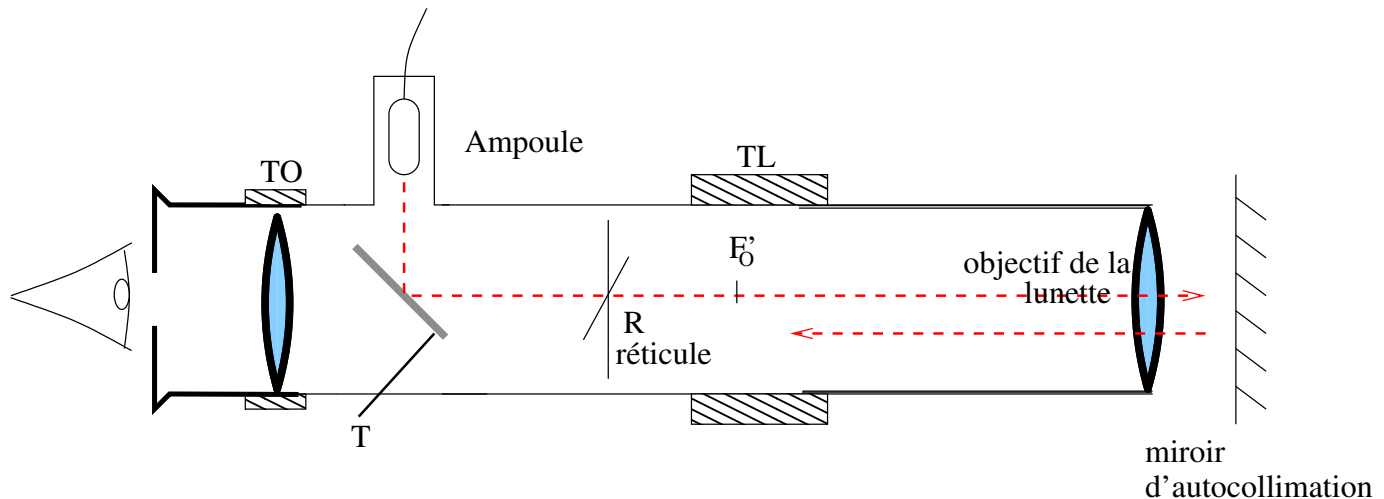


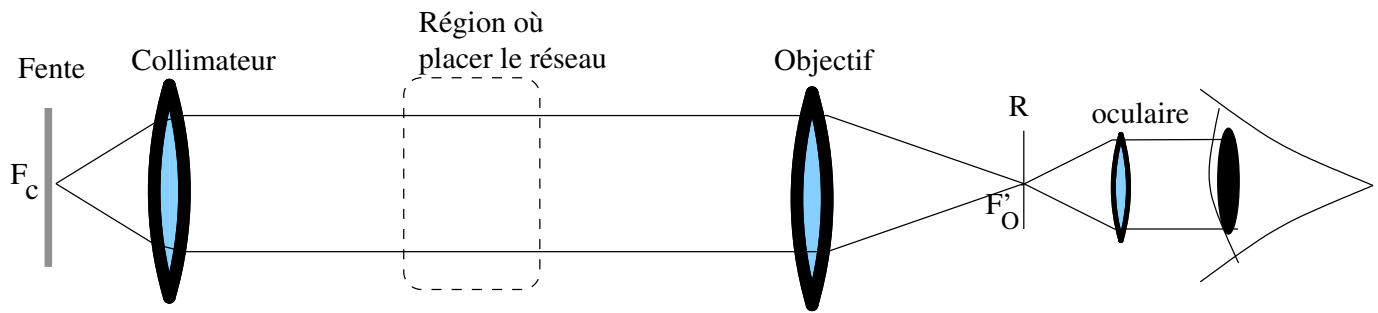
FIGURE 3: Réglage par autocollimation : le but est d'amener F'_O et R dans le même plan.

- Allumer l'éclairage du réticule et agir sur T de manière à ce que la lumière sorte par l'objectif de la lunette. En plaçant votre main devant cet objectif, vous devez y apercevoir une tache lumineuse.
- Placer un miroir plan sur la plateforme, face à la lunette. L'orienter de manière qu'il renvoie la lumière vers l'objectif d'où elle sort.
- En observant dans la lunette, vous devez tout d'abord observer un disque blanc (lumière renvoyée par le miroir). Puis, dans ce disque, apercevoir le réticule R et son image R' dans le miroir. Si ce n'est pas le cas, modifier l'orientation du miroir et/ou celle de la lunette (de droite à gauche, de haut en bas).
- Régler le tirage de l'objectif de façon à voir R et R' nets simultanément. Alors R se trouve au plan focal F'_O de l'objectif, c'est une situation d'autocollimation.
- La lunette étant ainsi réglée, un faisceau parallèle entrant dans l'objectif formera une image dans le plan de R . L'œil pourra observer en même temps le réticule et les images formées par des rayons venant de l'infini.

3. Réglage du collimateur

- Placer une lampe au mercure devant la fente d'entrée du collimateur.
- Observer cette fente au travers de la lunette (réglée sur l'infini dans l'étape précédente).
- Modifier le tirage du collimateur (TC) jusqu'à voir l'image de la fente avec netteté. Cette fente se trouve alors au foyer objet F_c du collimateur qui en donne une image à l'infini, elle-même projetée dans le plan du réticule par la lunette. Les rayons venant de la fente et sortant du collimateurs sont parallèles entre eux.

Après ces réglages, le système optique se trouve dans la configuration représentée ci-dessous, identique à celle rencontrée en cours pour l'observation des franges d'Young dans le montage de Franuhofer.



IV Utilisation en spectroscopie

IV.1 Repérage de la normale au réseau

L'angle θ intervenant dans la relation fondamentale (1) est défini entre la normale au réseau et les rayons diffractés (bien observer la figure 1). Pour le mesurer, il faut donc repérer avec précision la position de cette normale du côté où émerge la lumière. Cela revient à repérer sur le goniomètre la graduation angulaire sur laquelle se trouve la lunette lorsque son axe est perpendiculaire au plan du réseau.

1. Placer le réseau sur la plateforme de manière qu'il soit grossièrement perpendiculaire aux rayons issus du collimateur. L'angle d'incidence i sera ainsi proche de 0, mais sa valeur précise n'a aucune importance. Bloquer le réseau pour qu'il ne bouge plus pendant toute cette partie !

2. Fermer la fente source.

3. Éclairer latéralement le réticule et agir sur T pour faire sortir la lumière par la lunette. Les rayons sont émis le long de l'axe optique de la lunette.

4. On utilise le réseau comme un miroir pour renvoyer vers la lunette la lumière qui en sort (un peu comme vous l'avez fait tout à l'heure pour l'autocollimation). En orientant la lunette, vous devez d'abord trouver un disque lumineux, puis observer le réticule et son image réfléchi. Elle sera cependant moins visible que tout à l'heure car le réseau n'est pas un bon miroir (une de ses faces fonctionne mieux que l'autre, il faut essayer les deux côtés).

5. Faire tourner la lunette jusqu'à ce que les fils verticaux de R et R' coïncident précisément. La lunette est alors perpendiculaire au réseau, elle pointe sur sa normale.

6. Noter avec précision la graduation α_n qui définit cette direction. C'est la normale au réseau et elle joue le rôle d'origine pour les angles θ . Un rayon repéré par une graduation α forme avec la normale l'angle $\theta = \alpha - \alpha_n$. (observer à nouveau la figure 1).

7. En vue de la suite, enlever le miroir et rouvrir la fente source pour que la lumière parvienne au réseau.

IV.2 Série de mesures à effectuer

Nous disposons de réseaux annoncés à 15000 traits par pouce (15000 LPI) et d'autres à 600 traits par millimètre. Mais ces valeurs sont très approximatives. Avant de mesurer des longueurs d'onde, il faut préciser la valeur de $n = 1/d$, c'est à dire étalonner le réseau en utilisant des longueurs d'ondes connues. La lampe étalon choisie ici est celle au mercure ; plusieurs de ses raies sont mentionnées dans le tableau ci-dessous ; les longueurs d'onde les plus intenses sont signalées par des lettres grasses.

violet	violet	indigo	vert canard	vert	vert	jaune	jaune ×2	jaune ×2	rouge	rouge	rouge
?	?	435,8	?	?	546,1	?	577,0 - 579,0	? - ?	?	?	623,4

1. En observant à l'oeil nu au travers du réseau, observer les raies de couleur : c'est le spectre de la lumière issue de la lampe. Vous pouvez apercevoir ce spectre dans l'ordre 1 et dans l'ordre 2. On choisit de travailler dans l'ordre $p = 1$.

2. En utilisant la lunette, mesurer $\theta_p(\lambda)$ pour toutes les raies indiquées dans le tableau, y compris celles qui portent un point d'interrogation. Pour cela, il faut pointer chaque raie avec la lunette, relever sa position en degrés et minutes puis soustraire la graduation origine α_n déterminée plus haut pour la normale au réseau. Pour pointer les raies avec précision, utiliser la vis de rotation fine RL . Attention : vous observerez peut-être des raies non signalées dans le tableau ; relevez celles que vous souhaitez ! Je vous recommande d'entrer les mesures dans un tableur et d'y introduire les colonnes suivantes.

raie	λ (nm)	α (degrés)	α (minutes)	α deg + min/60	$\theta = \alpha - \alpha_n$	$\sin \theta$
violet	?	à mesurer	à mesurer	à calculer	à calculer	à calculer
violet	?	...	...	...	...	...
indigo	435,8					
...						

🔗 Astuce

Pour faciliter la lecture des graduations du vernier, une loupe est à votre disposition. Mais il est encore plus commode de photographier le vernier avec un téléphone portable, puis de zoomer sur l'image obtenue.

V Exploitation des mesures avec traitement des incertitudes

Le but des manipulations est de trouver les longueurs d'onde inconnues. On procède pour cela en deux temps. Tout d'abord, on utilise les longueurs d'onde connues pour procéder à un étalonnage du spectroscope, puis on calcule les longueurs d'onde cherchées. Nous allons mener ce travail en tenant compte des incertitudes de mesure. Pour cela, aidez-vous du code Python fourni par le professeur.

1. La relation (1) s'exprime sous la forme

$$\sin \theta = a\lambda + b \quad \text{avec} \quad a = n \quad \text{et} \quad b = \sin i \quad .$$

Pour trouver a et b , on représente sur un graphique les variations de $\sin \theta$ en fonction de λ en utilisant les 5 mesures associées aux longueurs d'onde connues. On procède à une régression linéaire : a est la pente et b l'ordonnée à l'origine. Faites ce travail avec Excell et obtenez a et b .

2. Comme chaque mesure d'angle est entachée d'une certaine incertitude, $\sin(\theta)$ n'est pas parfaitement connu. Son incertitude s'obtient par différentiation

$$u(\sin(\theta)) = \cos \theta u(\theta)$$

Estimer l'incertitude-type $u(\theta)$ sur les angles mesurés (la même pour toutes les mesures). Vous seul(e) pouvez en juger et vous devez le faire honnêtement.

3. Puisque chaque point de mesure est incertain, les paramètres a et b sont eux aussi incertains et on trouve leurs incertitudes par la méthode de Monte-Carlo. De manière répétée, on fait fluctuer les positions des points de mesure et on calcule à chaque fois a et b . Les incertitudes $u(a)$ et $u(b)$ s'obtiennent comme les écart-types de l'ensemble des valeurs de a et de b rencontrées. Le code Python réalise ce calcul en utilisant des tableaux de numpy.

Utiliser le code pour obtenir a , b , $u(a)$ et $u(b)$, et pour tracer la droite d'étalonnage.

4. Sur ce graphe, chaque point est entouré de barres d'erreurs, mais elles sont très petites et on les voit à peine. Vos mesures sont-elles compatibles avec la modélisation par une droite ? Qu'est-ce qui vous permet d'en juger ?

5. Les paramètres a et b étant maintenant connus, on va déduire les longueurs d'onde de leur angle θ à trouver à partir de

$$\sin \theta = a\lambda + b \quad .$$

Compléter la fonction `calcule_lambda` qui calcule λ à partir de a , b et θ .

6. Comme a , b et θ sont imprécis, il en va de même sur les longueur d'onde calculées. Nous devons élucider la manière dont les incertitudes sur a , b et λ se propagent à λ . Comme la relation $\lambda = f(a, b, \theta)$ est un peu compliquée, on procède à nouveau par méthode de Monte-Carlo. Autour des valeurs nominales de a , b et θ , on fait varier ces paramètres aléatoirement avec des écart-types $u(a)$, $u(b)$ et $u(\theta_m)$. On utilise pour cela l'instruction

```
X = np.random.normal(X0, u_X, N_tirages)
```

1

On obtient à chaque fois une valeur possible de λ , puis on calcule l'écart-type $u(\lambda)$ de la série de valeurs obtenues. Utiliser le code du professeur pour calculer toutes les longueurs d'onde inconnues avec leurs incertitudes.

Notions ou compétences à acquérir au travers de ce TP

- réglages optiques d'un goniomètre
- utilisation d'un réseau en spectroscopie
- lectures d'angles sur un rapporteur muni d'un vernier
- analyse des causes d'erreurs lors d'une mesure
- régression linéaire et lecture de l'incertitude sur les paramètres obtenus
- propagation d'incertitudes par la méthode de Monte-Carlo en utilisant

```
X = np.random.normal(X0, u_X, N_tirages)
```

- présentation d'un résultat numérique avec son incertitude