Étude d'une machine frigorifique

Corrigé

1. — Pour compresser un fluide il faut lui fournir du travail donc $w_{12} > 0$.

— Pour condenser un fluide à P constante, il faut en évacuer de la chaleur donc $q_{23} < 0$.

— Pour évaporer un fluide à P constante, il faut lui fournir de la chaleur donc $q_{41} > 0$.

2. On souhaite prélever de la chaleur à la source froide et on paye pour cela le travail de compression.

$$\boxed{e = \frac{q_{41}}{w_{12}}}$$

3. Les transferts thermiques par contact se font toujours des corps les plus chauds vers les corps les plus froids. Soit T la température du fluide, T_c et T_f celles des sources chaudes et froides. Les signes indiqués plus haut pour q_{23} et q_{41} permettent de conclure que

— dans la traversée du condenseur, $T > T_c$;

— dans la traversée de l'évaporateur, $T < T_f$.

4. À la maison, la source froide est constituée par les aliments situés dans le réfrigérateur et la source chaude par l'air de la cuisine.

5. On lit $T_{\text{sat}}(P_1) = -30\,^\circ\text{C}$ et $T_{\text{sat}}(P_2) = 39\,^\circ\text{C}$.

6. Par définition, $\ell_{\text{vap}}(T) = h_{\text{vap}}(T) - h_l(T)$ où $h_{\text{vap}}(T)$ et $h_l(T)$ sont les enthalpies massiques de la vapeur saturante et du liquide saturant, qu'on lit comme abscisses des points de la courbe de rosée et de la courbe d'ébullition. L'entropie de changement d'état est donnée par $\Delta s_{\text{vap}}(T) = \ell_{\text{vap}}(T)/T$.

T °C	h_{vap} kJ · kg^{-1}	h_l kJ · kg^{-1}	ℓ_{vap} kJ · kg^{-1}	Δs_{vap} kJ · kg^{-1} · K^{-1}
−30	380	162	218	0,897
39	417	255	162	0,519

7. À P constante, $\Delta h = c_p\,\Delta T$. On observe que dans le domaine de la vapeur, les isothermes tracées par pas de 10°C sont équidistantes. À $P = 3\,\text{bar}$ par exemple, h varie de $\Delta h = 38\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ quand T passe de $30\,^\circ\text{C}$ à $70\,^\circ\text{C}$. On en déduit

$$c_p = \frac{\Delta h}{\Delta T} \qquad \boxed{c_p = 0{,}96\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

8. Pour une phase condensée idéale, h ne dépend pas de P et $\Delta h = c_{p\ell}\,\Delta T$. On lit les valeurs de h le long de la courbe de saturation :

à $40\,^\circ\text{C}$, $h_l = 256\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; à $-30\,^\circ\text{C}, h_l = 160\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$; $c_{p\ell} = \dfrac{\Delta h}{\Delta T} = \dfrac{96}{70}$ $\boxed{c_{p\ell} = 1{,}3\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$

9. Avec les notations définies en cours, on a $\Delta(h + e_c + e_p) = w + q$.

10. En régime permanent, le débit massique est le même partout à chaque instant.

11. Comme $D_m = \rho S v$ est constant et comme S l'est aussi, le produit ρv est constant. La vitesse est maximale là où ρ est minimale, c'est-à-dire dans l'état 1.

12. $e_{c_{\max}} = v_{\max}^2/2 = 0{,}5\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} = 0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$. L'énergie cinétique ne varie pas de plus de $0{,}5 \cdot 10^{-3}\ \text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, ce qui est négligeable devant des transferts de plusieurs dizaines de kilojoules par kilogramme.

13. $e_p = gz$. Dans une machine frigorifique, l'altitude z varie au plus de 2 mètres donc e_p varie au plus de $20\ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$, quantité négligeable. On néglige $e_m = e_c + e_p$ pour écrire le premier principe sous la forme

$$\Delta h = w + q \quad .$$

14. À cause de la viscosité, la pression diminue vers l'aval de l'écoulement. On néglige ce phénomène nommé « perte de charge ».

15. Les pistons assurant la compression doivent se mouvoir assez lentement pour que P reste uniforme, le gaz étant en équilibre à chaque instant.

16. $T_1 = T_{\text{sat}}(P_1) + 10\,°\text{C} = -20\,°\text{C}$. On place le point (1) sur l'isotherme $-20\,°\text{C}$ à la pression P_1. La compression (1) → (2) est supposée adiabatique réversible donc elle est isentropique. On place le point (2) en suivant la courbe isentropique passant par le point (1) jusqu'à la pression P_2.

17. $T_3 = T_{\text{sat}}(P_3) - 10\,°\text{C} = 29\,°\text{C}$. Pour placer le point (3), on utilise le fait que les isothermes d'une phase condensée idéales sont verticales : l'isotherme $29\,°\text{C}$ est légèrement à gauche de $30\,°\text{C}$, on y place le point à l'ordonnée $P_3 = 10$ bar.

18. Comme il n'y a pas de pièce mobile, $w = 0$. Comme les parois sont calorifugées, $q = 0$. Le premier principe donne donc $\Delta h = 0$, c'est à dire $h_4 = h_3$. Le point (4) est à la verticale de (3) à l'ordonnée P_1.

19. a)

$$\boxed{h = u + Pv = u + \frac{P}{\rho}} \quad .$$

b) Entre (3) et (3'), $\Delta h = 0$. De plus, $\rho_3 \simeq \rho_{3'}$, car la phase liquide est indilatable. Donc :

$$\Delta u + \frac{1}{\rho_3}\Delta P = 0 \qquad c_v(T_{3'} - T_3) + \frac{1}{\rho_3}(P_{3'} - P_3) = 0 \quad T_{3'} - T_3 = \frac{P_3 - P_{3'}}{\rho_3 c_v} = \frac{(10 - 7{,}4)\cdot 10^5}{1{,}3\cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^3} \qquad \boxed{T_{3'} - T_3 = 0{,}2\ \text{K}}$$

Cette variation négligeable devant les autres et le modèle de phase condensée idéale, qui affirme $T_3 = T_3'$, est valide.

20. On introduit le point (4') représentant le liquide saturant à P_1 puis on écrit $\Delta h_{34} = h_4 - h_3 = h_4 - h_{4'} + h_{4'} - h_3$. Le premier terme $h_4 - h_{4'}$ correspond à l'évaporation d'une fraction x_4, et le second au changement de température d'une phase condensée idéale :

$$h_4 - h_{4'} = x_4\,\ell_{\text{vap}}(T_4) \qquad h_{4'} - h_3 = c_{pl}(T_4 - T_3) \qquad \boxed{\Delta h_{34} = x_4\,\ell_{\text{vap}}(T_4) + c_{pl}(T_4 - T_3)}$$

21. $\Delta h_{34} = 0$ donc

$$T_4 - T_3 = -\frac{x_4\,\ell_{\text{vap}}(T_4)}{c_{pl}}$$

La capacité calorifique c_{pl} a été calculé en 8). On lit sur le graphique la valeur $x_4 = 0{,}36$, qu'on peut aussi déduire de la lecture de h_4 et de l'égalité $h_4 = x_4\,h_v(P_1) + (1 - x_4)\,h_l(P_1)$. On obtient

$$T_4 - T_3 = -60\,°\text{C}$$

En réalité, l'écart est de $-33 - 29 = -62\,°\text{C}$. Les valeurs obtenues sont assez voisines et leur différence s'explique sans doute par la valeur imprécise de c_{pl} obtenue en 8).

22. On applique à chaque fois $\Delta h = w + q$.

$$w_{12} = h_2 - h_1 \qquad w_{12} = 55\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$
$$q_{23} = h_3 - h_2 \qquad q_{23} = -200\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$
$$q_{41} = h_1 - h_4 \qquad q_{41} = 145\ \text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}$$

23.

$$e = \frac{q_{41}}{w_{12}} \qquad \boxed{e = 2{,}64}$$

24. Le second principe s'écrit pour cette compression

$$\Delta s_{12} = \underbrace{s_{e_{12}}}_{0} + \underbrace{s_{c_{12}}}_{>0} > 0\,.$$

En réalité, on a donc $s_2 > s_1$. Le point (2) se trouve plus à droite et h_2 est plus grande. Donc w_{12} donc augmenté, ce qui abaisse le rendement.

25. En sous-refroidissant, on amène le point (3) plus à gauche, donc le point (4) aussi. Donc $q_{41} = h_1 - h_4$ est augmenté, ainsi que l'efficacité.

Le liquide est plus chaud que la source chaude vers lequel il évacue la chaleur et, pour le sous-refroidir, il faut le laisser plus longtemps au contact de cette source, donc le faire s'écouler moins vite. Cela réduit le débit dans les tuyaux et donc aussi la puissance de la machine.

26.

$$\boxed{e_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 7{,}4}$$

Comme $e < e_c$, le cycle étudié est irréversible. En particulier, les étapes $2 \to 3$ et $4 \to 1$ mettent en jeu des chocs thermiques entre le fluide et une source de température éloignée .

27. On utilise les points $(2')$ sur la courbe de rosée et $(3'')$ sur la courbe d'ébullition, à la pression P_2.

$$\Delta s_{22'} = 1{,}78 - 1{,}71 = -0{,}07 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$
$$\Delta s_{2'3''} = -\Delta s_{\text{vap}}(P_2) = -0{,}519 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$
$$\Delta s_{3''3} = \int_{T_{3''}}^{T_3} c_{pl} \frac{\mathrm{d}T}{T} = c_{pl} \ln \frac{T_3}{T_{3''}} = -0{,}032 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\boxed{\Delta s_{23} = \Delta s_{22'} + \Delta s_{2'3''} + \Delta s_{3''3} = -0{,}63 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

Le second principe appliqué à l'étape $2 \to 3$ s'écrit

$$s_{c_{23}} = \Delta s_{23} - \frac{q_{23}}{T_c} \qquad \boxed{s_{c_{23}} = 0{,}05 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

Comme $\Delta s_{23} = s_3 - s_2$, $s_3 = s_2 + \Delta s_{23}$:

$$s_3 = 1{,}78 - 0{,}63 \qquad \boxed{s_3 = 1{,}15 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

28. On utilise le point (1') sur la courbe de rosée à la pression P_1.

- $\Delta s_{41'}$ correspond à la vaporisation d'une fraction $(1 - x_4)$ de fluide donc $\Delta s_{41'} = (1 - x_4)\, \Delta s_{\text{vap}}(P_1)$:

$$\Delta s_{41'} = 0{,}57 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$$

- On lit $\Delta s_{11'} = 1{,}78 - 1{,}75 = 0{,}03 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}$

On obtient ainsi

$$\boxed{\Delta s_{41} = \Delta s_{41'} + \Delta s_{1'1} = 0{,}60 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}} \quad .$$

Le second principe

$$\boxed{s_{c_{41}} = \Delta s_{41} - \frac{q_{41}}{T_f} = 0{,}04 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}} \quad .$$

Enfin,

$$\boxed{s_4 = s_1 - \Delta s_{41} = 1{,}18 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}} \quad .$$

29. Comme $q_{34} = 0$, le second principe s'écrit $s_{c_{34}} = s_4 - s_3$:

$$\boxed{s_{c_{34}} = 0{,}03 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

30. L'entropie créée sur tout le cycle est

$$\boxed{s_{cr} = 0{,}12 \text{ kJ} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

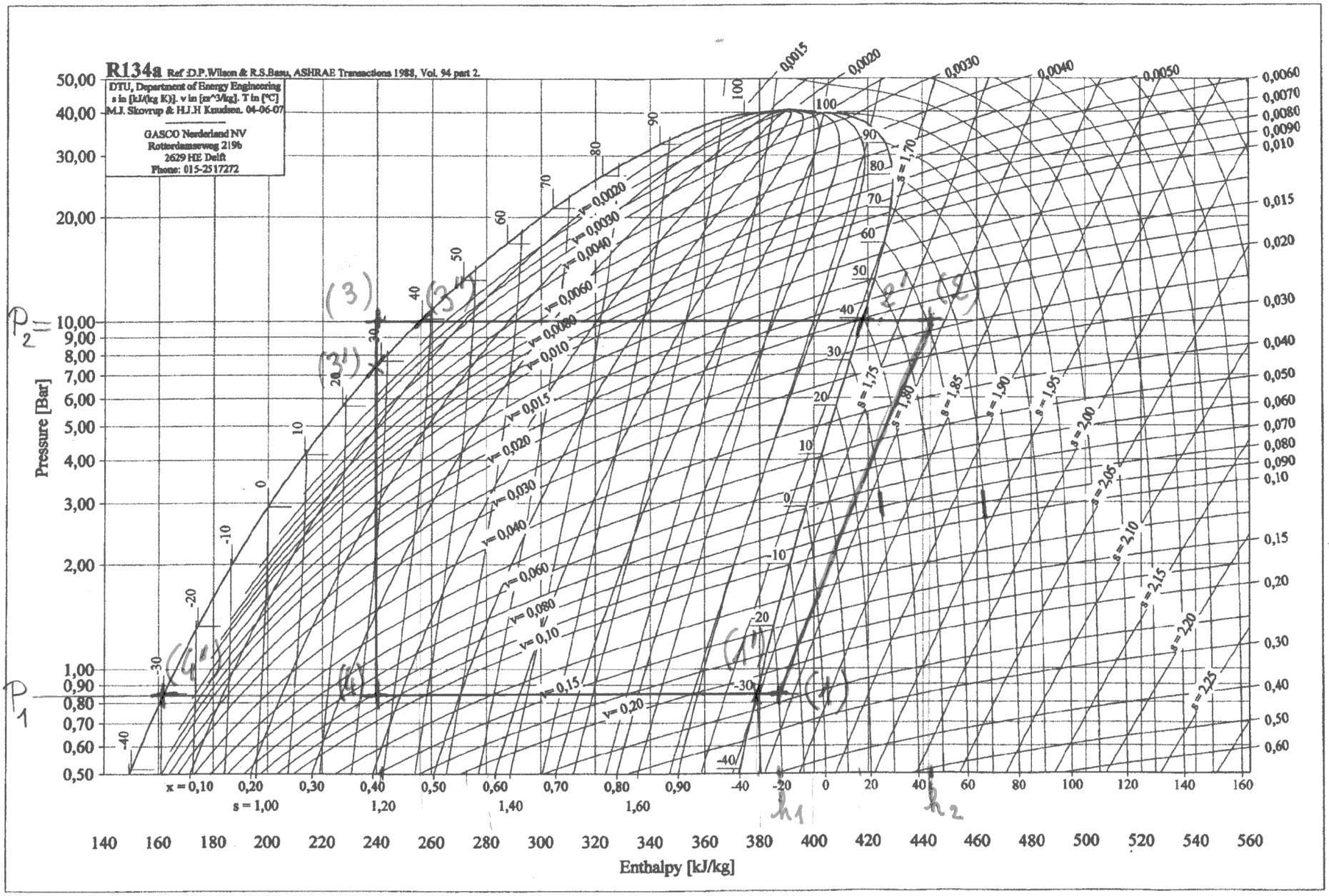
Sur un cycle, les fonctions d'état ne varient pas ; le second et le premier principe s'écrivent

$$\begin{cases} \dfrac{q_c}{T_c} + \dfrac{q_F}{T_F} + s_{cr} = 0 \\ q_c + q_F + w = 0 \end{cases} .$$

On élimine q_c pour trouver $e = \kappa e_c$ avec

$$\boxed{\kappa = 1 - \frac{T_c\, s_{cr}}{w_{12}}}$$

31. On obtient $\boxed{\kappa = 0{,}36}$ puis $\boxed{e_c \kappa = 2{,}66}$. Aux erreurs de lecture près, on retrouve la valeur obtenue en question 23.


R134a Ref: D.P.Wilson & R.S.Basu, ASHRAE Transactions 1988, Vol. 94 part 2.
DTU, Department of Energy Engineering
s in [kJ/(kg K)]. v in [m^3/kg]. T in [°C]
M.J. Skovrup & H.J.H Knudsen. 04-06-07
GASCO Nederland NV
Rotterdamseweg 219b
2629 HE Delft
Phone: 015-2517272
Pressure [Bar]
Enthalpy [kJ/kg]
P2
P1
h1
h2
(3)
(3')
(3'')
(4'')
(4)
(1'')
(1)
(2')
(2)