Compte rendu du devoir surveillé n° 6 — piste rouge

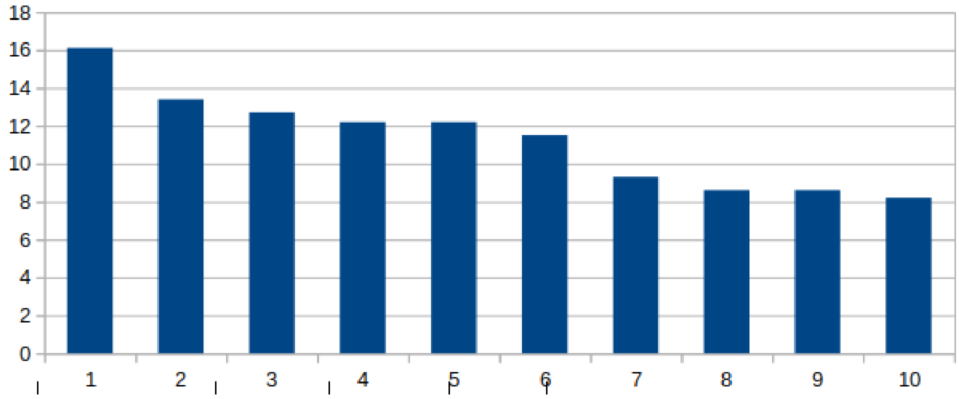
Thèmes abordés. Espaces euclidiens.

À propos du sujet. Ce énoncé a été posé au concours commun Centrale-Supélec en 2011, en filière PC. On y minimise certaines fonctions sur l'ensemble $\mathcal{O}_n(\mathbb{R})$.

Ce sujet très long comporte des parties classiques et d'autres moins classiques, de difficultés variées. La bonne connaissance du cours et des méthodes est récompensée.

Pour la notation, le total sur 228 a été divisé par 5,5 et le quotient a été arrondi au dixième de point supérieur.

La médiane se situe à 11,85, avec une moyenne à 11,28 et un écart-type de 2,57. Il y a un groupe entre 8 et 9, un autre entre 11 et 13, avec un 16 pour couronner le tout. Ce sont des notes qui ressemblent à des résultats de Centrale.



Partie I

Le maximum de points réalisable sur la partie I est de 30. La moyenne de la classe sur cette partie est de 13,2. Le meilleur total obtenu est de 18 points.

	I.A.1	I.A.3	I.B.1.a	I.B.1.b	I.B.2.a	I.B.2.b
Barème	0,5	1	1	2	1	2
Réussite	100 %	100 %	85 %	47,5 %	0 %	0 %

Les questions de cours du début font carton plein. Côté manipulation de nombres complexes, c'est nettement moins reluisant.

Partie II

Le maximum de points réalisable sur la partie II est de 74. La moyenne de la classe sur ce problème est de 25,8. Le meilleur total obtenu est de 42,5.

II.A.1	II.A.2	II.A.3	II.A.4	II.B.1	II.B.2
1,5	1	1	1	0,5	1,5
93,8 %	57,5 %	97,5 %	75,0 %	90,0 %	21,2 %

II.C.2	II.C.3	II.D.1	II.D.2	II.E.1	II.E.2	II.E.3	II.E.4
1,5	1	1	2	2	1,5	1,5	1,5
27,5 %	70,0 %	32,5 %	2,5 %	15,0 %	0,0 %	7,5 %	5,0 %

J'ai noté un grand manque de méthode pour répondre aux questions de maximisation.

Pour montrer qu'un élément x maximise une fonction f sur un ensemble E, on montre l'inégalité $f(y) \leqslant f(x)$ pour tout élément y de E.

Problème III

Le maximum de points réalisable sur le problème III est de 34. La moyenne de la classe sur ce problème est de 16,1. Le meilleur total obtenu est de 26.

III.A.1	III.A.2	III.A.3	III.B.1	III.B.2
1	2	2	2	1,5
78,8 %	67,5 %	71,2 %	22,5 %	0,0 %

Cette partie est classique, notamment la fin. Je recommande à tout le monde de la revoir.

Problème IV

Le maximum de points réalisable sur le problème III est de 56. La moyenne de la classe sur ce problème est de 6,02. Le meilleur total obtenu est de 17.

IV.A.1	IV.A.2	IV.A.3	IV.A.4	IV.A.5	IV.A.6	IV.B.1	IV.B.2
1,5	1	2	2	2	1,5	3	1
6,2 %	56,2 %	0,0 %	20,0 %	0,0 %	30,0 %	0,0 %	0,0 %

Peu de réussite dans cette partie, y compris en IV.A.1, qui est a priori une question facile.

En IV.A.2, il a été question de valeurs propres complexes, ce qui n'a pas de sens pour un endomorphisme d'un $\mathbb{R}$-espace vectoriel (pour une matrice réelle, oui).

En IV.A.4, presque tout le monde croit que pour prouver que $w(x)$ est dans $\mathrm{F}^{\perp}$, il suffit de montrer qu'il est orthogonal à au moins un vecteur de F. Non, il faut montrer qu'il est orthogonal à *tous* les vecteurs de F.

La question IV.A.5 est la synthèse des deux questions précédentes. L'absence totale de réussite montre que la signification des matrices diagonales par blocs n'est pas assimilée.

Une moitié d'entre vous ont su grappiller quelques points en V.A.1.
