O2 : Interférences lumineuses

Regardez autour de vous, voyez-vous des interférences ? Dans la vie courante, **on n'observe quasiment jamais des phénomènes d'interférences malgré les multitudes de sources lumineuses de notre entourage ! !** Cela signifie que des conditions contraignantes sont nécessaires pour observer des interférences.

1 Conditions d'obtention d'interférences lumineuses

1.1 Superposition de deux ondes

schéma : *Soient deux sources S_1 et S_2 qui émettent des ondes arrivant au point M. Les expressions des deux ondes en M sont $s_1(t) = s_{01}\cos(\omega_1 t - k_{01}(S_1M) + \phi_{01})$ et $s_2(t) = s_{02}\cos(\omega_2 t - k_{02}(S_2M) + \phi_{02})$. On note l'intensité lumineuse $I = K < s^2(t) >$, calculer l'intensité I_1 en M de l'onde 1 si elle était seule. Idem pour I_2.*

→ Quelle est l'intensité résultante en M ?

prop : **Linéarité de l'amplitude de l'onde lumineuse.** L'onde résultante est $s(M) = s_1(M) + s_2(M)$.

justification : Les équations de Maxwell sont linéaires en champs électriques $\overrightarrow{E}$ et magnétiques $\overrightarrow{B}$ (cf chapitre E4), donc aussi en $s(M)$ qui est proportionnelle à une composante de $\overrightarrow{E}$.

attention : Linéarité de l'amplitude de l'onde mais pas de son intensité ! En général, $I(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$.

prop : L'intensité résultante en M s'exprime de manière générale :

$$\begin{aligned} I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1.I_2}. \quad (< \quad & \cos((\omega_1+\omega_2)t - k_{01}(S_1M) + \phi_{01} - k_{02}(S_2M) + \phi_{02}) \\ + \quad & \cos((\omega_1-\omega_2)t - k_{01}(S_1M) + \phi_{01} + k_{02}(S_2M) - \phi_{02})) >) \end{aligned}$$

démo : *Utiliser la définition de l'intensité et* $\cos(a).\cos(b) = (1/2).(\cos(a+b) + \cos(a-b))$.

interprétation : ⋆ terme I_1 : intensité de source 1 seule,
⋆ terme I_2 : intensité de source 2 seule,
⋆ terme $< \cos ... >$: sans ce terme, l'intensité résultante serait simplement la somme des intensité.
→ **Ce terme représente les interférences.**

1.2 Critères de cohérence

Critères d'interférences lumineuses : Deux ondes peuvent interférer en un point si :
⋆ elles proviennent de la **même source** (et sont donc synchrones),
⋆ la **différence de chemin optique est inférieure à la longueur de cohérence**.

def : Deux ondes qui vérifient ces critères sont dites « **cohérentes** » [1].

démo :
• Pulsation : *Que devient le terme d'interférences si les sources sont asynchrones ($\omega_1 \neq \omega_2$) ?*
→ les interférences sont absentes pour deux sources de pulsations différentes.

• Source d'origine : *Considérons deux sources différentes mais synchrones ($\omega_1 = \omega_2$ notée ω). Que devient le terme d'interférences ?*
→ les interférences sont absentes pour deux sources différentes.

• Différence de chemin optique : *Considérons deux trajets différents depuis une seule source. Que devient le terme d'interférences ?*
→ les interférences sont absentes pour deux trajets de chemins optiques trop différents.

1.3 Réalisation pratique de deux ondes cohérentes

1.3.1 Interféromètres par division du front d'onde

def : Un interféromètre « **à division du front d'onde** » recombine des ondes issues de parties différentes du front d'onde, par exemple à l'aide de trous ou de miroirs.

1.3.2 Interféromètres par division d'amplitude

def : Un interféromètre « **à division d'amplitude** » recombine des ondes issues du même faisceau mais séparés par des réflexions partielles sur des dioptres.

1. CE : Justifier et utiliser l'additivité des intensités pour deux ondes incohérentes.

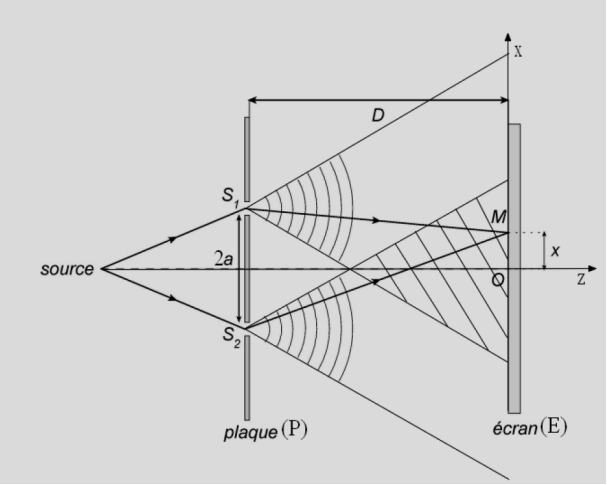


FIGURE 1 – Trous d'Young : le front d'onde incident est séparé par deux trous S_1 et S_2 qui le diffracte. Cf chapitre O3.

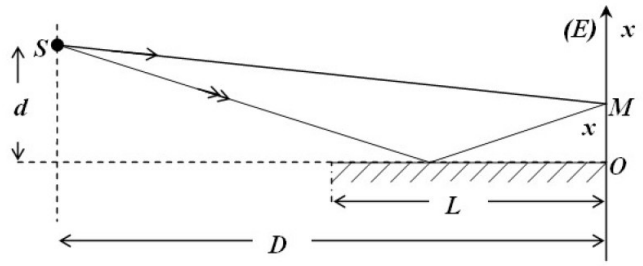


FIGURE 2 – Miroir de Lloyd : une partie du front d'onde incident illumine directement l'écran, une partie subit une réflexion.

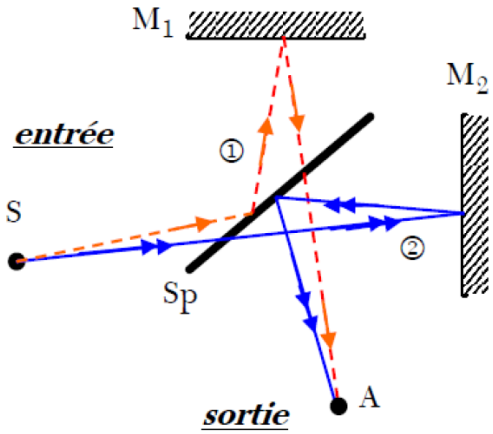


FIGURE 3 – Interféromètre de Michelson, constitué de deux miroirs et une lame séparatrice qui réfléchit la moitié de l'onde incidente. Cf chapitre O4.

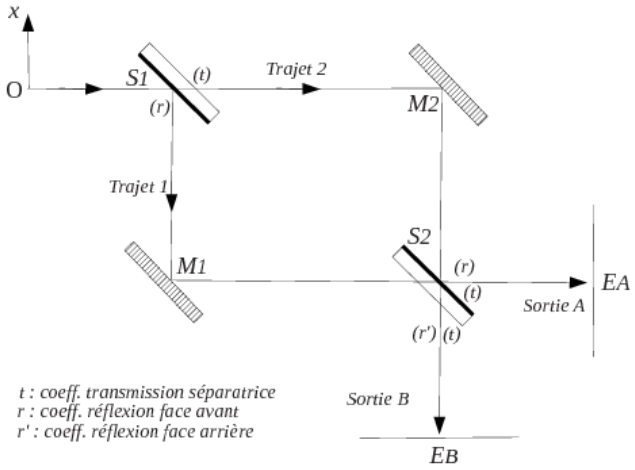


FIGURE 4 – Interféromètre de Mach-Zehnder, constitué de deux miroirs et deux lames séparatrices.

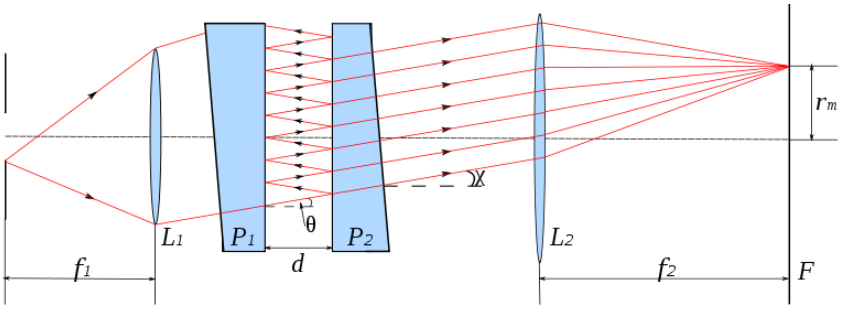


FIGURE 5 – Interféromètre de Fabry-Perot, interférences entre de multiples ondes.

2 Interférences entre deux ondes cohérentes monochromatiques

Considérons deux ondes cohérentes. On a vu dans la partie précédente que le terme d'interférences est proportionnel à $\cos\left[k_0.\left((SM)_2 - (SM)_1\right)\right]$.

2.1 Différence de marche et ordre d'interférence

<u>def</u> : La **différence de marche** en un point M entre deux ondes issues de S est la différences entre les chemins optiques des deux trajets notés 1 et 2 : $\boxed{\delta = (SM)_2 - (SM)_1}$.

attention : Le signe de δ dépend du choix arbitraire du sens de la soustraction, il faut donc toujours explicitement définir δ.

prop : La différence de marche est directement reliée au déphasage entre les ondes : $\boxed{\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k_0\delta = 2\pi\dfrac{\delta}{\lambda_0}}$

→ Intérêt de la dernière expression : comparer δ et λ_0, donc :

def : **ordre d'interférence** $\boxed{p = \dfrac{\delta}{\lambda_0}}$. Grandeur sans dimension.

interprétation de p : combien d'oscillations de plus de l'onde sur trajet 2 par rapport à 1.

2.2 Formule de Fresnel et franges d'égales intensité

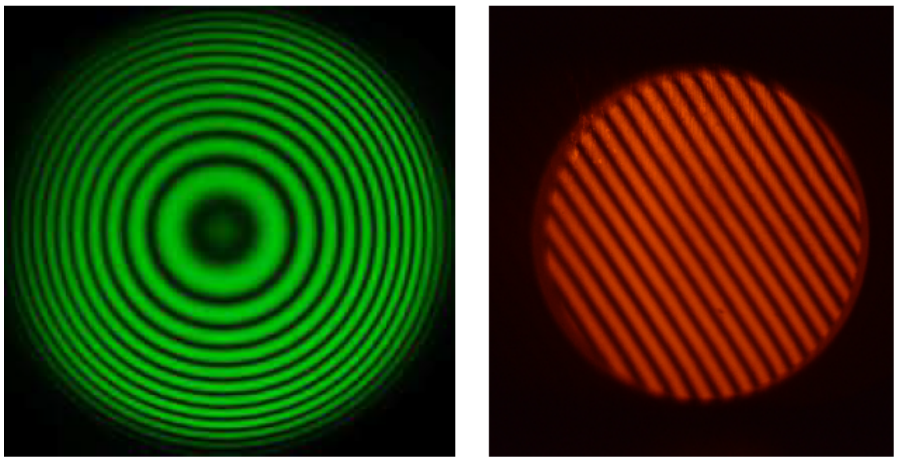
Calculons l'intensité en M éclairé par deux ondes cohérentes [2].

Formule de Fresnel :

$$\begin{aligned} I(M) &= I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}.\cos\left(\Delta\varphi(M)\right) \\ &= I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}.\cos\left(2\pi\frac{\delta(M)}{\lambda_0}\right) \end{aligned}$$

| démo : *Reprendre la démo de la partie 1 et d'utiliser les définitions de la partie 2.1.*

rq : Pour $I_2 = 0$, on trouve bien que $I = I_1$, il n'y a pas d'interférences s'il n'y a qu'un trajet possible.



- Condition d'interférences constructives : on parle de **franges brillantes** quand le terme d'interférence est maximal.
  prop : p **est un entier relatif**, δ **est multiple de la longueur d'onde dans le vide** λ_0.

- Condition d'interférences destructives : on parle de **franges sombres** quand le terme d'interférence est minimal.
  prop : p **est demi-entier** (entier+1/2), δ **est multiple demi-entier de la longueur d'onde dans le vide** λ_0.

| démo : *Justifier ces propriétés.*

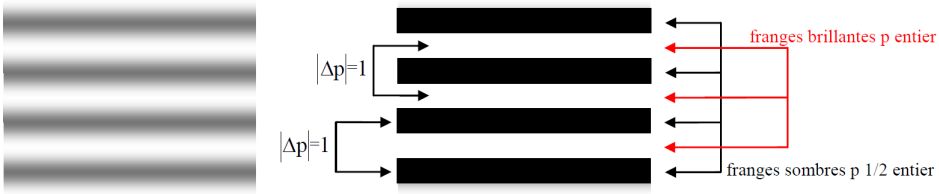


FIGURE 6 – Gauche : observation d'interférences. Droite : repérage des franges sombres et brillantes.

prop : **Deux franges successives de même nature sont séparées de** $\Delta p = \pm 1 \Leftrightarrow \Delta\delta = \pm\lambda_0 \Leftrightarrow \Delta\varphi = \pm 2\pi$**.**

- Cas particulier de la formule de Fresnel pour des intensités identiques :

Formule de Fresnel pour $I_1 = I_2$:

$$I = 2I_1\left(1 + \cos\left(2\pi\frac{\delta(M)}{\lambda_0}\right)\right)$$

2. CE : Établir la formule de Fresnel. Identifier une situation de cohérence entre deux ondes et utiliser la formule de Fresnel.

2.3 Contraste

À quel point distingue-t-on les franges brillantes des franges sombres sur un écran ?

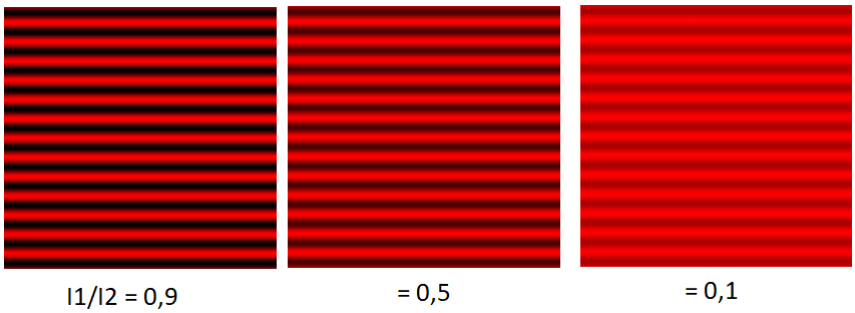


FIGURE 7 – Influence des intensités relatives des deux sources sur le contraste des franges vues par un capteur linéaire.

def : **Contraste** $\boxed{C = \dfrac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}}$.

interprétation : Contraste nul ($C = 0$) si intensité identique pour franges sombres et brillantes $\rightarrow$ franges non distinctes. Contraste total ($C = 1$) si intensité des franges sombres nulle.

prop : $C \in [0, 1]$ (car $I_{\max} \geq I_{\min} \geq 0$).

prop : Expression de C pour deux sources d'intensité I_1 et I_2 en un point :

$$\boxed{C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}}$$

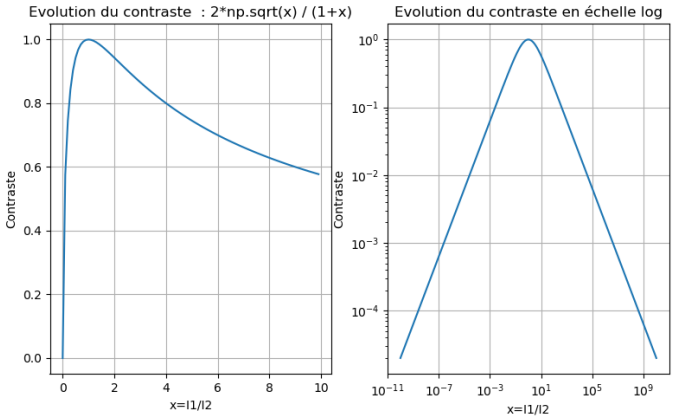
| démo : *Commencer par exprimer I_{max} et I_{min} en fonction de I_1 et I_2.*

• Étude numérique du contraste : Voici un extrait du script `Python` utilisé :

```
# Definition de la fonction a tracer
def C(x):
    return(2*np.sqrt(x) / (1+x))

# Liste des abscisses
L_x = [k/10 for k in range(100)] # echelle de 0 a 9,9 par 0,1
# Liste des ordonnees
L_C = [C(x) for x in L_x]

# Liste des abscisses pour echelle log
L_x_log = [10**(k/10) for k in range(-100,101)] # de 10**-10 a 10**10
L_C_log = [C(x) for x in L_x_log]
```



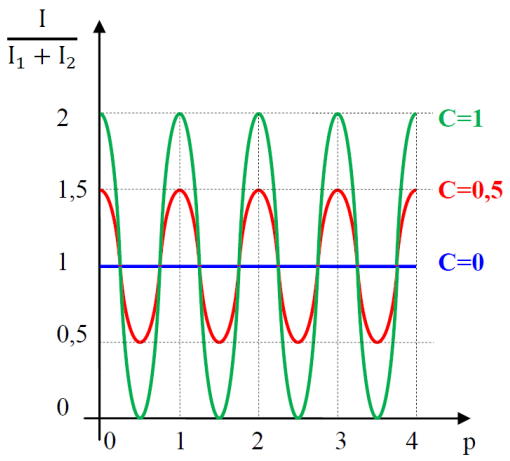
Observations :

⋆ Cas $I_1 = I_2$, alors $C = 1$: Contraste maximal quand intensités identiques [3].
⋆ Cas $I_1 \ll I_2$, alors $C \to 0$.
⋆ Cas $I_1 \gg I_2$, alors $C \to 0$.

prop : Pour un phénomène d'interférences entre plusieurs ondes :
⋆ **Le contraste est d'autant plus fort que les intensités incidentes sont proches.**
⋆ **Le contraste est d'autant plus faible que les intensités incidentes sont différentes.**

• Retour à la formule de Fresnel : On peut l'exprimer avec le paramètre contraste :

$$I = I_1 + I_2 + C(I_1 + I_2)\cos 2\pi p = (I_1 + I_2)(1 + C\cos(2\pi p)) \tag{1}$$



2.4 Figure d'interférences issue de deux sources secondaires

La plupart des interféromètres étudiés en PC peuvent se ramener à l'étude de deux sources dites « secondaires », cf figure.

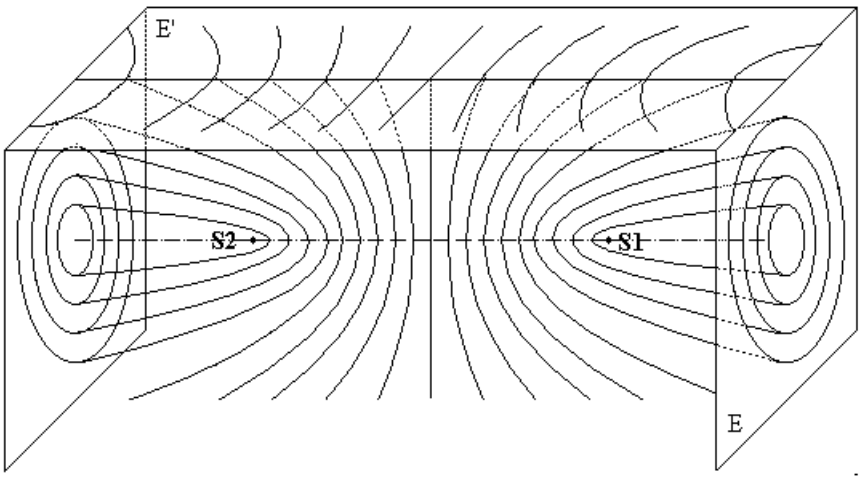


FIGURE 8 – Surfaces de même ordre d'interférence pour deux sources secondaires.

prop : Les surfaces correspondant à un ordre d'interférence donné sont des hyperboloïdes de révolution.

prop : Dans le cas de deux sources S_1 et S_2 :
⋆ Dans un plan orthogonal à S_1S_2 : les courbes $p =$ cte sont des **cercles** de centre aligné avec S_1S_2.
⋆ Dans un plan parallèle à S_1S_2 : les courbes $p =$ cte sont des hyperboles. Dans la plupart des cas réalistes, on n'observe que les hyperboles proches du centre qui sont assimilables à des **droites**.

3. CE : Associer un bon contraste à des intensités voisines.

3 Rappel : Représentations d'un signal sinusoïdal

3.1 Représentation complexe d'une onde sinusoïdale

Soit un signal sinusoïdal $s(t) = s_0 \cos(\omega t + \phi)$ où $s_0 > 0$ est l'amplitude. On peut lui associer le nombre complexe $\underline{s}(t)$ tel que $s(t)$ est sa partie réelle :

Correspondance :
- **signal réel** : $s(t) = s_0 . \cos(\omega t + \phi)$,
- **représentation complexe** : $\underline{s}(t) = s_0 . \exp(j(\omega t + \phi))$.

rq : $\underline{s}(t) = s_0 e^{j(\omega t + \phi)} = s_0 e^{j\phi} \times e^{j\omega t}$.

def : $\boxed{\underline{s}_0 = s_0 e^{j\phi}}$ est appelée **amplitude complexe** de $\underline{s}(t)$. Ne dépend pas du temps. Grandeur essentielle car le $\exp(j\omega t)$ n'apporte pas d'information pour des signaux linéaires.
prop : Conversion retour : $s(t) = \mathrm{Re}(\underline{s}(t))$

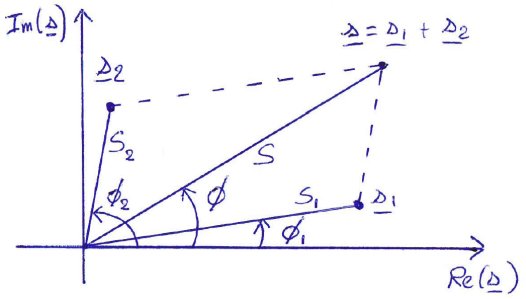
prop : **Correspondance** : $s(t) \Leftrightarrow \underline{s}_0$

	signal $s(t)$	amplitude complexe $\underline{s}_0$
s_0	amplitude	module
ϕ	phase à $t = 0$	argument

notation : ⋆ En physique, on utilise i ou j pour la notation complexe : i est systématiquement utilisé en mécanique quantique, mais évité en électricité pour éviter les confusions avec l'intensité.
⋆ Le conjugué d'un nombre complexe z est noté $\overline{z}$ ou z^*.

3.2 Représentation dans le plan complexe d'interférences entre deux ondes cohérentes

Considérons l'onde résultante de la superposition de deux ondes :
$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = S_1 \cos(\omega t + \phi_1) + S_2 \cos(\omega t + \phi_2)$.
Par linéarité, l'amplitude complexe résultante est la somme des amplitudes complexes :
$\underline{s}(t) = \underline{s}_1(t) + \underline{s}_2(t) = S_1 e^{j\phi_1} + S_2 e^{j\phi_2}$.
prop : Le déphasage entre les deux ondes est donné par $\Delta\phi = \arg(\underline{s}_2) - \arg(\underline{s}_1) = \phi_2 - \phi_1$.



prop : Par observation graphique :
- Cas signaux en phase ($\Delta\phi = 0$) : amplitude résultante maximale.
- Cas opposition de phase ($\Delta\phi = \pi$) : amplitude résultante minimale.
- Cas opposition de phase ($\Delta\phi = \pi$) et même amplitude ($S_1 = S_2$) : signal nul.

rq : cohérent avec des calculs de trigonométrie directement sur les signaux sinusoïdaux.

prop : L'amplitude au carré de l'onde résultante est :

$$\boxed{S^2 = S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2\cos(\phi_2 - \phi_1)} \tag{2}$$

C'est la formule de Fresnel, qu'on peut démontrer avec la représentation complexe :
démo : $S^2 = |\underline{s}|^2 = \underline{s} \cdot \overline{\underline{s}} = (\underline{s}_1 + \underline{s}_2) . (\overline{\underline{s}_1 + \underline{s}_2}) = S_1^2 + S_2^2 + \underline{s}_1\overline{\underline{s}_2} + \underline{s}_2\overline{\underline{s}_1} = S_1^2 + S_2^2 + S_1S_2\left(e^{j(\phi_1 - \phi_2)} + e^{j(\phi_2 - \phi_1)}\right)$

3.3 Intensité lumineuse à partir de l'amplitude complexe

prop : Comme l'intensité lumineuse est $I = K < s^2(t) >$, on peut la calculer simplement à partir du module de l'amplitude complexe : $\boxed{I = \frac{K}{2}|\underline{s}_0|^2 = \frac{K}{2}\underline{s}_0\underline{s}_0^*}$.
ex : voir chapitres suivants.