TDO2 : Interférences lumineuses

Savoirs

• Critères de cohérence (même source d'origine et $\delta < L_c$). Additivité des intensités dans le cas d'ondes incohérentes.
• Différence de marche, retard de phase, ordre d'interférence.
• Formule de Fresnel (savoir qu'elle ne s'applique que pour deux ondes cohérentes). Conditions d'interférences constructives et destructives sur $\Delta\phi$, δ et p.
• Définition du contraste. Associer un bon contraste à des intensités I_1 et I_2 voisines.
• Interférences entre N ondes cohérentes : condition d'interférences constructives (formule des réseaux en transmission), demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes.

Interro de cours

1. Pour deux rayons incidents en M d'intensités I_1 et I_2. Que vaut l'intensité totale si les deux sources sont incohérentes ?
2. Citer les critères de cohérence permettant l'observation d'interférences lumineuses.
3. Quelles expressions relient déphasage $\Delta\phi$, différence de marche et ordre d'interférence p ?
4. Donner la formule de Fresnel exprimant l'intensité résultante de deux ondes cohérentes d'intensités I_1 et I_2, en fonction du déphasage $\Delta\phi$ ou en fonction de δ ou p.
5. De combien varient p, δ et $\Delta\phi$ entre deux franges successives de même nature ?
6. Donner la définition du contraste en fonction de $I_{\max}$ et $I_{\min}$.
7. Pour quels rapports I_1/I_2 a-t-on un contraste maximal ? Et minimal ?
8. On dispose de l'amplitude complexe d'une onde sinusoïdale. Quelle opération mathématique donne le signal réel ? L'amplitude ? La phase à l'origine ?
9. Pour des interférences à N ondes. Comment varie la finesse des franges avec N ? Et l'intensité ?
10. Donner la formule des réseaux pour un réseau en transmission.
11. Donner le déphasage entre ondes successives correspondant à la première annulation après une frange brillante.

Savoir-faire

• Justifier si deux ondes satisfont les critères de cohérence. *Exo 1.*
• Démontrer l'additivité des intensités pour deux ondes ne satisfaisant pas les critères de cohérence. *Exo 2.*
• Démo de la formule de Fresnel dans le cas de deux ondes cohérentes. *Exo 2.*
• **Calculer des différences de marche ou ordre d'interférence.**
Exos 3, 4, 5.
• **Utiliser δ, p ou $\Delta\phi$ pour discuter la nature des interférences, repérer des franges sombres ou brillantes.**
Exos 1, 3, 5.
• Utiliser la formule de définition du contraste. *Exos 1, 6.*
• Établir et utiliser la formule indiquant la direction des maxima d'intensité derrière un réseau de fentes rectilignes parallèles. *Exos 7, 8, 9, variante avec 11.*
• Établir par le calcul la demi-largeur $2\pi/N$ des franges brillantes. *Cf cours.*

1 Critères de cohérence

1. Les faisceaux de lumière issus de deux lampes de poche sont-ils cohérents ? Que peut-on dire de l'intensité lumineuse résultante ?
2. On observe parfois des irisations colorées sur un sol couvert d'une fine couche d'essence. Quelle condition sur l'épaisseur de cette couche permet d'observer ces irisations ?

2 Formule de Fresnel

Soient deux ondes lumineuses cohérentes issues de la même source S arrivant au point M :

$$\left\{\begin{array}{ll} s_1(t) & = S_1.\cos\left(\omega t - 2\pi (SM)_1/\lambda_0 + \phi_0\right) \\ s_2(t) & = S_2.\cos\left(\omega t - 2\pi (SM)_2/\lambda_0 + \phi_0\right) \end{array}\right.$$

On donne $2\cos a \cos b = \cos(a+b) + \cos(a-b)$.

1. On définit ici les intensités venant de chaque source comme $I_1 = K < s_1^2(t) >$ et $I_2 = K < s_2^2(t) >$. Déterminer leurs expressions en fonction de K, S_1 et S_2.
2. Déterminer l'intensité I résultant de la superposition de ces deux ondes en M. L'exprimer en fonction de la différence de marche δ et de I_1 et I_2, c'est la formule de Fresnel. Cette formule dépend-elle du choix du sens de la différence $\delta = (SM)_2 - (SM)_1$ ou l'opposé ?
3. Refaire le raisonnement précédent pour montrer que deux ondes de pulsations différentes n'interfèrent pas.

3 Mesure de l'épaisseur d'une feuille d'aluminium

Pour mesurer l'épaisseur e d'une feuille d'aluminium, on perce un petit trou dans cette feuille et on coince celle-ci entre deux plaques de verre. On l'éclaire sous incidence normale par une onde plane monochromatique, et on observe les rayons après le trou. La lumière est partiellement réfléchie aux interfaces air/verre.

1. Expliquer quels sont les rayons qui interfèrent. On admettra que les rayons ayant subi plus de deux réflexions ont une contribution négligeable. Que vaut la différence de marche entre les deux trajets principaux ?
2. On fait varier la longueur d'onde de la source afin que le faisceau transmis soit d'intensité la plus faible possible. Que vérifie alors λ ?
3. Une fois trouvée une longueur d'onde correspondant au cas précédent, peut-on en déduire e de manière certaine ? Proposer alors comment déterminer e.

4 Différence de marche introduite par une lame à faces parallèles (**)

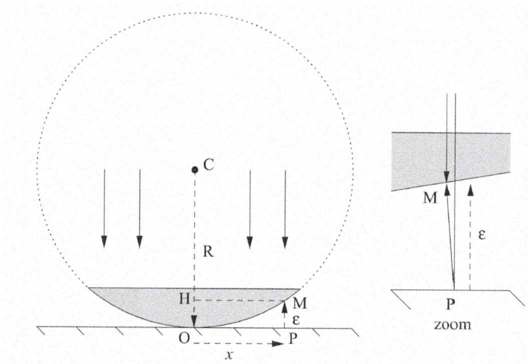
Une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice n est interposée entre une source S située à l'infini dans l'air d'indice n_a, et un point A situé aussi dans l'air.

1. Dans le cas où la rayons issus de S sont orthogonaux aux faces de la lame, faire un schéma puis exprimer $\delta = (SA)_{\text{avec}} - (SA)_{sans}$ la différence entre les chemins optiques de S à A en présence et en absence de lame.
2. Dans le cas où la rayons issus de S forment un angle d'incidence i sur la lame, en notant r l'angle de réfraction, faire un schéma puis montrer que cette fois, $\delta = e(n\cos(r) - n_a\cos(i)$. Dans la limite où l'angle d'incidence i est faible, déterminer une expression approchée de δ au deuxième ordre en i.

5 Anneaux de Newton (**)

Un fragment d'une bille de verre d'indice n, de rayon R et de centre C est posée sur un miroir plan, avec contact en O. Elle est éclairée sous incidence normale par une lumière quasi-monochromatique de longueur d'onde λ_0 dans le vide.

On observe les interférences sur la partie sphérique. En un point M de cette surface, repéré par x, se rencontrent le rayon ayant traversé la lentille et celui qui, en plus de la traversée, s'est réfléchi sur le miroir en P. On précise le fait que lors de la réflexion sur un miroir métallique, l'onde subit un déphasage supplémentaire de π (soit un chemin optique supplémentaire de $\lambda_0/2$).



1. Exprimer ϵ en fonction de R et x. Dans la limite où $x \ll R$, montrer que $\epsilon \simeq x^2/(2R)$.
2. Au voisinage de O, observe-t-on des interférences constructives ou destructives ?
3. Déterminer la position x_k de la $k$ième frange sombre et x'_k pour la $k$ième frange brillante.
4. Décrire qualitativement ce qu'on obtient en éclairant en lumière blanche.

6 Contraste d'une figure d'interférence

1. Démos de cours.
   (a) Rappeler la définition du contraste.
   (b) Dans le cas de l'interférence de deux ondes cohérentes d'intensités respectives I_1 et I_2, démontrer que $C = \dfrac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$.
   (c) À quel rapport I_1/I_2 correspondrait un contraste maximal ? À quels rapports I_1/I_2 correspondrait un contraste nul ?
2. Une figure d'interférence est acquise à l'aide d'un capteur CCD. Dans une unité non précisée, l'intensité de la figure varie entre 3 et 7.
   (a) Que vaut le contraste ?
   (b) La figure est obtenue par interférences de deux ondes cohérentes d'intensités respectives I_1 et I_2. En déduire le rapport de ces deux intensités (soit par lecture graphique sur votre calculatrice, soit par calcul analytique après résolution d'une équation du second degré, soit par dichotomie).

7 Mesure du pas du réseau

On éclaire en incidence normale un réseau constitué de n traits par unité de longueur, avec une source monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 630$ nm. On place en sortie parallèlement au réseau une lentille $f' = 25$ cm. On observe l'ordre 1 à une distance $d = 2,4$ cm du foyer image. Déterminer la valeur de n.

8 Distinction du doublet du sodium (**)

On considère un réseau de N fentes, espacées d'une distance d. Ce réseau est éclairé par une onde plane faisant un angle θ_0 avec l'axe optique. On admet (démo de cours) que la différence de marche entre deux rayons successifs émergeant du réseau avec un angle θ par rapport à l'axe optique est donnée par $\delta = d(\sin\theta_0 - \sin\theta)$. Soit $\underline{s_0}(t) = s_0 \cdot e^{j\omega t+\varphi}$ la notation complexe associée à l'onde réémise par le premier trou (qu'on prend comme origine des phases).

1. Justifier qualitativement pourquoi la notation complexe de l'onde résultant de la superposition des N ondes transmises s'écrit :
$$\underline{s} = \underline{s_0} + \underline{s_0} \cdot e^{-j2\pi\delta/\lambda} + \underline{s_0} \cdot e^{-j2\pi 2\delta/\lambda} + \cdots + \underline{s_0} \cdot e^{-j2\pi(N-1)\delta/\lambda}. \tag{1}$$
2. Montrer que $\underline{s}$ peut se réécrire comme :
$$\underline{s}(t) = \underline{s_0} \cdot e^{-j\pi(N-1)\delta/\lambda} \left[\frac{\sin(N\pi\delta/\lambda)}{\sin(\pi\delta/\lambda)}\right]. \tag{2}$$
3. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse résultante $I = K\langle s^2(t)\rangle$.
4. À quelle condition sur δ observe-t-on des maxima d'intensité ? En déduire la formule des réseaux $\sin\theta_- \sin\theta = n\lambda/d$ (n entier) donnant l'angle pour lequel on observe le n-ième pic d'interférence pour la longueur d'onde λ.
5. Comment évolue la largeur des pics d'interférences avec le nombre de fentes total N ?
6. On éclaire un réseau de 500 traits par mm en incidence normale avec le doublet du sodium ($\lambda_1 = 589,0$ nm et $\lambda_2 = 589,6$ nm).
   (a) Que vaut d ?
   (b) Donner les angles θ_1 et θ_2 où on observe les pics d'ordre $n = 1$ de ces deux longueurs d'onde. (AN)
   (c) Exprimer l'angle θ_2' donnant la demi-largeur du pic associé à λ_2, en fonction du nombre de fente N, λ_2 et d. Peut-on distinguer les raies pour $N = 100$?

9 Irisation des disques (**)

Quand on observe la face gravée d'un CD éclairé en lumière blanche, de nombreux reflets colorés sont présents. Ces reflets semblent plus rares dans le cas de l'observation d'un DVD, et sont quasiment absents dans le cas d'un disque Blu-Ray !

Question : **Expliquer cette observation en vous appuyant sur des valeurs numériques calculées.**

Données : *Distance entre sillons de gravure pour différents disques :*

CD	DVD	Blu-Ray
$1,6\ \mu$m	$0,74\ \mu$m	$0,30\ \mu$m

10 Détermination des ordres observables

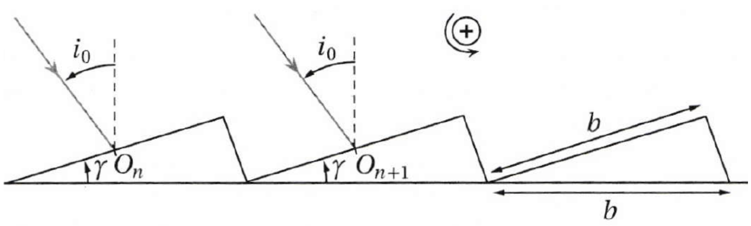
Considérons un réseau de diffraction de pas a éclairé sous incidence θ_0 par une raie de longueur d'onde λ. On souhaite écrire un code [1] pour déterminer l'ensemble des raies diffractés en récupérant leur ordre p et angle θ. Compléter les boucles du code [2] suivant pour obtenir dans la liste `ordres` les listes des $[p, \theta]$ observables.

```
from math import sin, asin #sinus et arcsinus, angles en radian

def sintheta(p,lambda_raie,a, theta0):
    """ formule du reseau de diffraction, renvoie sin(theta) pour
    ordre p, pas a, longueur d'onde lambda_raie, angle d'incidence theta0"""
    return p*lambda_raie/a + sin(theta0)

# valeurs des parametres
a = 2e-06 # pas du reseau
theta0 = 1 # angle d'incidence
lambda_raie = 532e-9 # longueur d'onde


# initialisations
ordres = [] # liste des [ordre,angle]
# l'ordre 0 existe toujours
p = 0
out = sintheta(p,lambda_raie,a, theta0) # sin(theta) pour ordre 0

# balayer les p >= 0
while out ### a completer

# balayer les p < 0
### a completer
```

1. En `Python`, on n'a pas le droit de nommer une variable `lambda` qui est réservé aux *fonctions anonymes*.
2. Vous pouvez le télécharger sur le Cahier de Prépa, nom *script_TDO2_reseau_incomplet*.

11 Réseau en échelettes (**)

Les réseaux des spectromètres sont en général constitués de motifs en « échelettes » où les rayons sont réfléchis par une surface métallique. Les triangles de la figure sont isocèles de grand côté b, le plus petit angle est γ. On note O_n le milieu du grand côté de la n^e échelette. Le réseau éest éclairé par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ sous un angle $i_0 > 0$ par rapport à la normale du support.



1. Donner une première raison pratique qui explique pourquoi les spectromètres contiennent plutôt un réseau en réflexion qu'en transmission ?
2. On considère deux rayons parallèles réfléchis par deux échelettes voisines en faisant un angle $i < 0$ par rapport à la normale du support. Ils peuvent ensuite interférer par focalisation par une lentille convergente. Calculer la différence de marche entre ces deux rayons.
3. En déduire la formule des réseaux en réflexion correspondant à la condition d'interférence constructive.
4. On admet que l'intensité est maximum dans la direction donnée par la loi de Snell-Descartes de la réflexion. Donner son angle $i_{\max}$ en fonction de i_0 et γ.
5. On considère un réseau de 100 traits/mm éclairé sous $i_0 = 2\gamma$. Déterminer γ pour que le maximum de réflexion corresponde à l'ordre 5 pour $\lambda = 550$ nm.
6. Pour un réseau en transmission, quel ordre correspond nécessairement au maximum d'intensité ? En quoi un réseau en réflexion peut être plus intéressant dans ce cadre ?