

Révisions de PCSI : électricité

Table des matières

1 Circuits en régime continu	1
1.1 Détermination d'une intensité (*)	1
1.2 Mesure d'une résistance de sortie (*)	1
1.3 Caractéristique et point de fonctionnement (**)	2
1.4 Résistance équivalente d'une chaîne infinie (***)	2
2 Régimes transitoires du premier ordre	2
2.1 Mesure d'inductance (**)	2
2.2 Charge par étape (**)	3
3 Régimes transitoires du deuxième ordre	3
3.1 Circuit RLC parallèle (**)	3
3.2 Mesure d'inductance en régime libre (problème *)	3
4 Régime sinusoïdal forcé	4
4.1 Applications des impédances (* - **)	4
4.2 Mesure d'inductance en régime sinusoïdal (problème *)	5
5 Filtrage linéaire	6
5.1 Étude asymptotique de filtres (*)	6
5.2 Mesure d'inductance par filtrage linéaire (problème *)	6
5.3 Filtre de Wien (**)	7
5.4 Action d'un filtre sur un signal (**)	7
6 Montages à ALI idéal en régime linéaire	8
6.1 Montages de cours (*)	8
6.2 Amélioration du montage intégrateur (*)	9
6.3 Un nouveau montage simple (*)	9
6.4 Deux nouveaux montages (*)	9
6.5 Un montage moins simple (**)	9
6.6 Un montage moins simple (**)	10
6.7 Oscillateur de Wien (**)	10

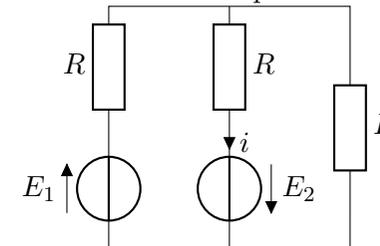
exercices à travailler en priorité :

- ★ 2.2 Charge par étape (**)
- ★ 3.1 Circuit RLC parallèle(**) ou 3.2 Mesure d'inductance en régime libre (problème *)
- ★ 4.1 Applications des impédances (*)
- ★ 4.2 Mesure d'inductance en régime sinusoïdal (problème *)
- ★ 5.1 Étude asymptotique de filtres (*)
- ★ 5.3 Filtre de Wien (**)
- ★ Plusieurs montages de : 6 Montages à ALI idéal en régime linéaire

1 Circuits en régime continu

1.1 Détermination d'une intensité (*)

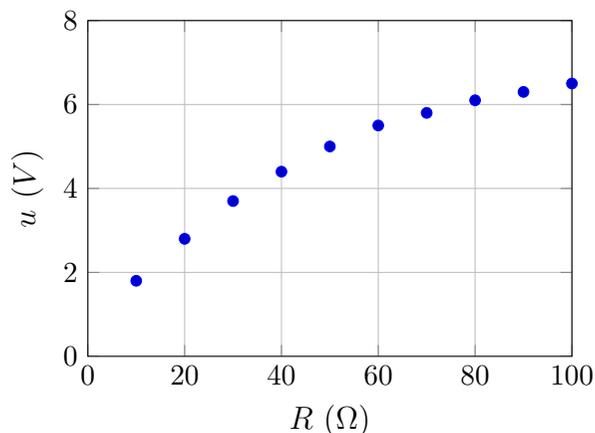
Déterminer i en fonction des données du problème.



1.2 Mesure d'une résistance de sortie (*)

Considérons un générateur réel modélisé par l'association série d'une source de tension idéale E et d'une résistance r_s . Le but du protocole est de mesurer r_s .

Quand le générateur n'est branché à aucun circuit, on mesure la tension $u_0 = 10$ V à ses bornes. Puis, on branche ce générateur sur une résistance R variable dont on mesure la tension u à ses bornes. Le figure suivante présente les mesures de u pour différentes valeurs de R :



1. Exprimer u en fonction de R , r_s et E .
2. Déterminer alors la valeur de r_s à partir de cette expression et des données du graphe.
3. Proposer un protocole similaire pour mesurer la résistance d'entrée r_e d'un oscilloscope. Donner un ordre de grandeur attendu pour r_e .

1.3 Caractéristique et point de fonctionnement (**)

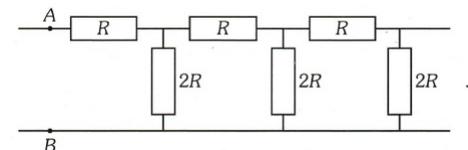
Une varistance est parcourue, en convention récepteur, par un courant i sous une tension u . L'étude expérimentale fournit le tableau suivant :

u (V)	0	2	4	6	8	10	12	14
i (mA)	0	2	8	23	50	100	150	200

1. Tracer la caractéristique de ce dipôle.
2. Est-ce un dipôle linéaire ? Passif ou actif ?
3. La varistance est mise en série avec un résistor $R_1 = 100 \Omega$. L'ensemble est alimenté en série par une source idéale de tension $E = 13 \text{ V}$. Déterminer graphiquement l'intensité du courant dans la varistance.
4. La varistance est mise en parallèle avec un résistor $R_2 = 120 \Omega$. L'ensemble est alimenté en parallèle par une source idéale de courant $i = 200 \text{ mA}$. Quelle est la tension aux bornes du dipôle et le courant le parcourant ?

1.4 Résistance équivalente d'une chaîne infinie (***)

Déterminer la résistance équivalente entre A et B de la chaîne infinie suivante de résistances :



2 Régimes transitoires du premier ordre

2.1 Mesure d'inductance (**)

La résistance interne d'une bobine réelle est mesurée avec un ohmmètre qui indique $R_L = 1,23 \Omega$. Cette bobine est montée en série avec un générateur basse fréquence de résistance interne $R_g = 50 \Omega$ et une résistance additionnelle $R_0 = 100 \Omega$. Le signal délivré par le générateur est une tension périodique en créneaux de valeur minimale nulle. Le signal enregistré et représenté sur la figure A est la tension aux bornes de R_0 .

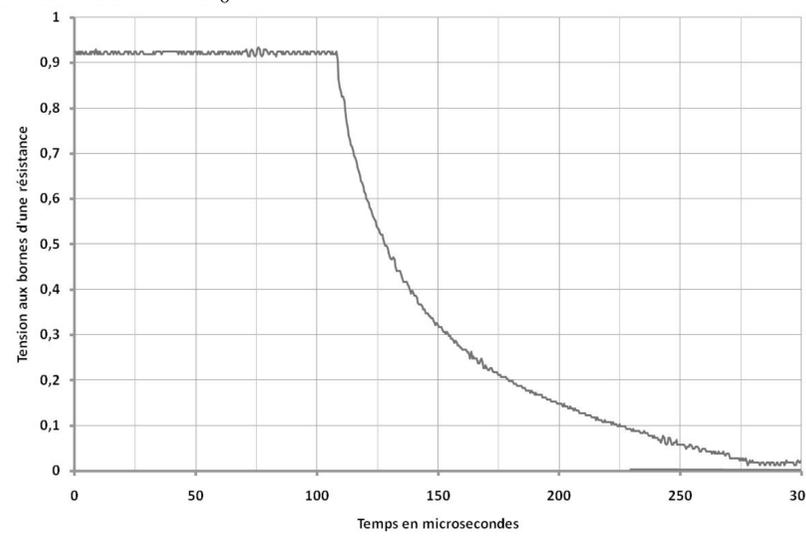


Figure A Expérience 1 : régime transitoire dans le circuit primaire

1. Dédire de la figure A la valeur de L_1 . [Question peu guidée, réponse : 4,5 mH.]

2.2 Charge par étape (**)

Soit un circuit RC série alimenté par une source idéale de tension $e(t)$, on note $u(t)$ la tension aux bornes du condensateur. Avant $t = 0$, la source est nulle ($e(t < 0) = 0$) et le condensateur est déchargé ($u(t < 0) = 0$). On peut montrer que pour un échelon de tension de $e(t < 0) = 0$ à $e(t > 0) = E$, la moitié de l'énergie fournie par l'alimentation était dissipée par effet Joule. Le but de l'exercice est de déterminer s'il est possible de diminuer ces pertes en effectuant l'échelon en plusieurs étapes.

Considérons une charge en n étapes (cf figure 1) : à $t = 0$, $e(t)$ passe de $E_0 = 0$ à $E_1 = E/n$. Puis, au bout d'une durée T , $e(t)$ bascule de $E_1 = E/n$ à $E_2 = 2E/n$. On continue jusqu'à atteindre $E_n = E$. La durée T est choisie telle qu'elle est grande devant le temps caractéristique τ du système. Ainsi, on considère le régime permanent atteint à la fin de chaque étape.

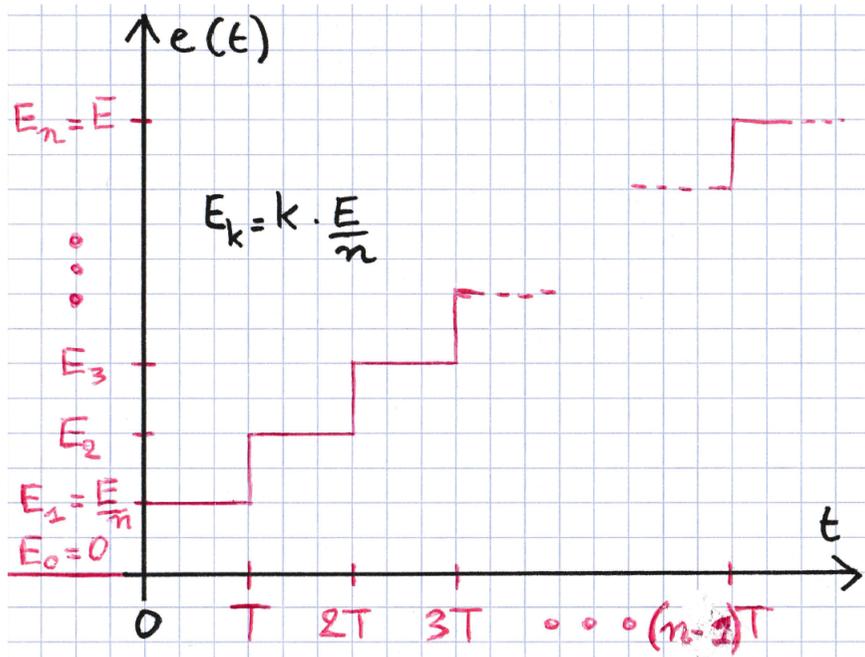


FIGURE 1 – Échelon E en n étapes.

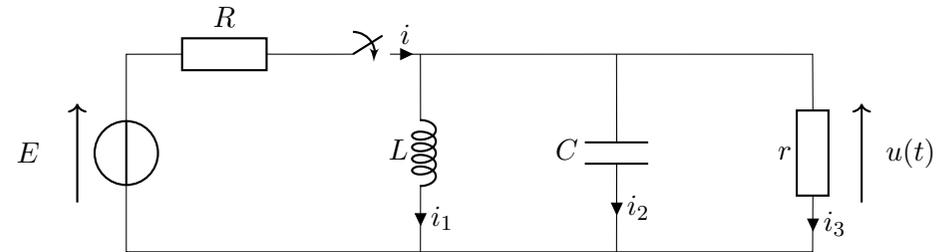
1. Que vaut $u(t)$ une fois atteint le régime permanent de la dernière étape ? En déduire la variation totale d'énergie $\Delta\epsilon_c = \epsilon_c(t \rightarrow +\infty) - \epsilon_c(0)$ stockée dans le condensateur lors de la charge. Dépend-elle du nombre n d'étapes ?

2. Considérons l'étape k où l'alimentation passe de E_{k-1} à E_k à $t = (k-1)T$. Démontrer que l'énergie ϵ_k fournie par l'alimentation entre $t = (k-1)T$ et $t = kT$ s'exprime selon $\epsilon_k = C \cdot E_k \cdot (E_k - E_{k-1})$.
3. Exprimer alors l'énergie totale ϵ_{alim} fournie par l'alimentation lors de la charge complète en fonction de E , C et n .
4. Que vaut cette expression quand le nombre d'étape n tend vers $+\infty$? Conclure sur les avantages et les inconvénients d'effectuer une charge en plusieurs étapes.

3 Régimes transitoires du deuxième ordre

3.1 Circuit RLC parallèle (**)

On considère le circuit suivant. Le condensateur est initialement déchargé et à $t = 0$, on ferme l'interrupteur. On pose $\gamma = \frac{R+r}{2RrC}$ et $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.



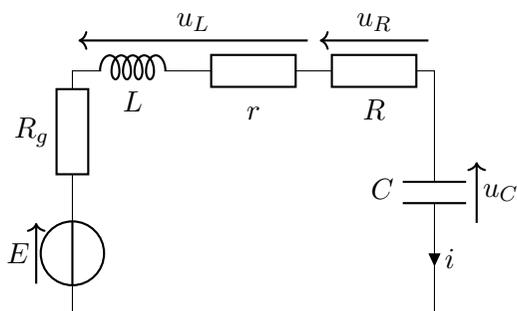
1. Donner l'unité de γ .
2. Montrer que l'intensité i_3 vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 i_3}{dt^2} + 2\gamma \frac{di_3}{dt} + \omega_0^2 i_3 = 0$$
3. En supposant le régime pseudo-périodique, déterminer la pseudo-période T en fonction de ω_0 et γ .

3.2 Mesure d'inductance en régime libre (problème *)

Une alimentation modélisée par un générateur idéal de tension continue E et de résistance interne R_g alimente un circuit série constitué d'un condensateur de capacité $C = 0,10 \mu\text{F}$, d'une bobine réelle inconnue d'inductance L et résistance r , et d'une résistance $R = 480 \Omega$. L'objectif de l'exercice est de déterminer l'inductance d'une bobine à partir de mesures de tensions en régime libre.

3.2.1 Modélisation



1. On attend que le régime permanent continu soit établi. Préciser alors les valeurs de i , u_L , u_R , u_C .
2. Une fois le régime permanent atteint, on remplace l'alimentation (E , R_g) par un fil à $t = 0$. On étudie ainsi la décharge du condensateur dans la bobine et la résistance pour $t > 0$. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$ et la mettre sous la forme canonique :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = 0 \quad (1)$$

On exprimera ω_0 et Q en fonction des données du problème.

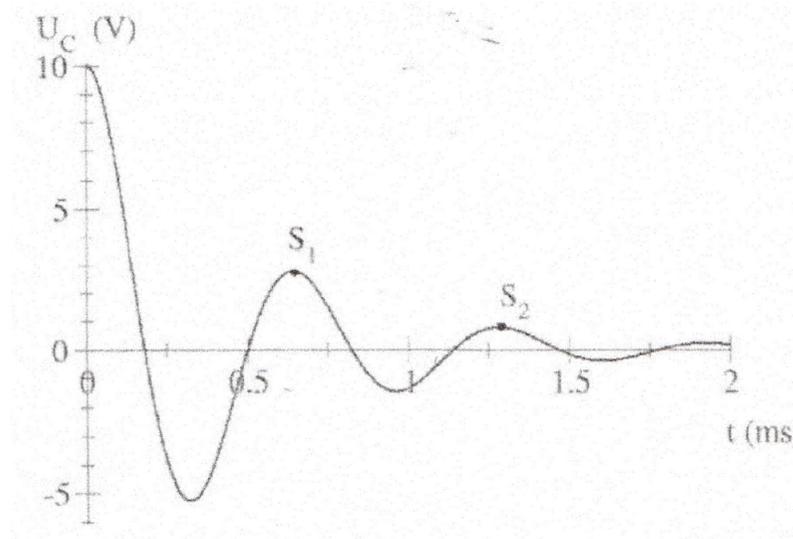
3. Rappeler les conditions de continuité concernant la bobine et le condensateur et en déduire les valeurs de $u_C(t = 0)$ et $du_C/dt(t = 0)$.
4. Comme le montre la figure ci-dessous, le régime est pseudo-périodique. En exprimant le discriminant de l'équation caractéristique, établir que ceci n'est possible que pour une valeur de résistance R inférieure à une valeur R_{\max} qu'on exprimera en fonction de L , r et C .
5. Montrer que la solution s'écrit sous la forme :

$$u_C(t) = e^{-\lambda t} \cdot (A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)) \quad (2)$$

Préciser les expressions de λ et ω en fonction de ω_0 et Q . Puis préciser les valeurs des constantes A et B en fonction de E , λ et ω .

3.2.2 Étude expérimentale

On mesure l'évolution suivante dont on précise les valeurs des deux premiers maxima secondaires :



	S ₁	S ₂
tension	$u_1 = 2,73 \text{ V}$	$u_2 = 0,73 \text{ V}$
date	$t_1 = 0,65 \text{ ms}$	$t_2 = 1,29 \text{ ms}$

6. En déduire les valeurs expérimentales de la pseudo-période T et de la pseudo-pulsation ω .
7. On pose $\delta = \ln(u_1/u_2)$. Montrer que $\delta = \frac{\omega_0 T}{2Q}$.
8. Exprimer δ en fonction de Q seulement (et de nombres).
9. On mesure $\delta = 1,28$. Évaluer Q , puis ω_0 .
10. Déterminer la valeur de L .

4 Régime sinusoïdal forcé

4.1 Applications des impédances (* - **)

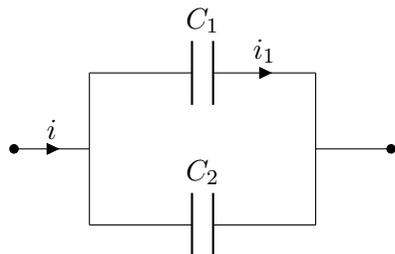
1. On considère un circuit RLC série. Représenter dans le plan complexe l'impédance de cette association pour une pulsation quelconque. Pour quelle pulsation cette impédance est-elle réelle? Que dire alors de son module?
2. On considère une bobine réelle d'inductance $L = 10 \text{ mH}$ et de résistance interne $r = 3,0 \Omega$. Elle est soumise à une tension d'amplitude $6,0 \text{ V}$ et de fréquence 100 Hz . Déterminer l'amplitude de l'intensité qui traverse la bobine ainsi que le déphasage entre l'intensité et la tension.

3. On considère l'association série d'une bobine idéale d'inductance $L = 20$ mH et d'une résistance $R = 100 \Omega$. L'ensemble est soumis à une tension sinusoïdale $u(t)$ d'amplitude 10,0 V et de fréquence $f = 1,0$ kHz.

Déterminer l'amplitude de la tension aux bornes de la résistance.

Indication : on souhaite savoir comment la tension se partage dans une association série, un théorème est particulièrement adapté.

4. Quelle doit-être en fonction de C_2 la valeur de la capacité du condensateur de la branche supérieure pour que l'intensité $i_1(t)$ ait une amplitude égale à $1/3$ de l'amplitude de $i(t)$?



Indication : on souhaite savoir comment l'intensité se partage dans une association parallèle, un théorème est particulièrement adapté.

4.2 Mesure d'inductance en régime sinusoïdal (problème *)

L'objectif de l'exercice est de déterminer l'inductance d'une bobine à partir de mesures de tensions en régime sinusoïdal forcé à la pulsation ω .

4.2.1 Impédance d'une bobine idéale ou réelle

1. Pour une bobine idéale d'inductance L , rappeler l'équation différentielle liant l'intensité $i(t)$ la traversant et la tension $u(t)$ à ses bornes en convention récepteur.
2. En déduire une relation de proportionnalité entre les amplitudes complexes \underline{i} et \underline{u} permettant de définir l'impédance complexe \underline{Z}_L de la bobine idéale.
3. Faire de même avec une bobine réelle modélisée par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L et d'une résistance r . On notera $\underline{Z}_{L,r}$ son impédance.

4.2.2 Amplitude et déphasage dans un circuit RL idéal

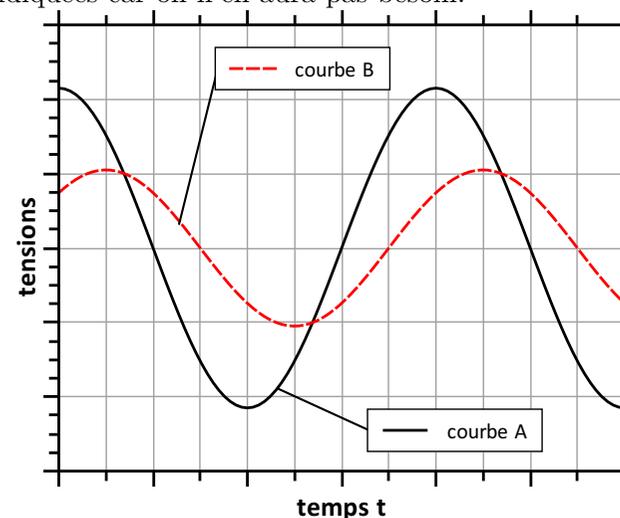
Une bobine idéale d'inductance L est associée en série à une résistance R connue et à un générateur idéal de tension $e(t) = e_0 \cos(\omega t)$. En régime si-

nusoïdal permanent, la tension aux bornes de la résistance est de la forme $u(t) = u_0(\omega) \cdot \cos(\omega t + \varphi(\omega))$. On relève simultanément sur un oscilloscope les signaux $e(t)$ et la tension $u(t)$.

4. En supposant la bobine idéale, établir une équation différentielle liant $e(t)$ et $u(t)$.
5. En déduire une relation entre les amplitudes complexes \underline{e} et \underline{u} faisant intervenir L , R et ω .
6. Retrouver directement cette relation en considérant un pont diviseur de tension.
7. À partir de l'expression de \underline{u} , déterminer celle de $u_0(\omega)$.
8. Déterminer que $\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$.

4.2.3 Relevés expérimentaux

La fréquence du générateur est $f = 10$ kHz et la résistance $R = 470 \Omega$. Les signaux obtenus sur l'écran de l'oscilloscope sont représentés figure suivante. On précise que les calibres verticaux sont identiques sur les deux voies. Les échelles ne sont pas indiquées car on n'en aura pas besoin.



9. En examinant quel signal est en retard sur l'autre, attribuer les courbes A et B au signal $e(t)$ ou $u(t)$ qui lui correspond. Justifier à l'aide de l'expression de $\varphi(\omega)$ donnée question 8.
10. En utilisant les graduations sur l'axe des temps, déterminer la valeur du déphasage φ en radian. La connaissance de l'échelle n'est pas nécessaire.

11. En supposant valide la modélisation par une bobine idéale, utiliser la formule donnée question 8 ainsi que la mesure de déphasage de la question précédente pour en déduire une relation entre R , L et ω .
12. En supposant valide la modélisation par une bobine idéale, utiliser la formule démontrée question 7 pour déterminer quel devrait être le rapport des amplitudes $\frac{u_0(\omega)}{e_0}$ pour cette relation entre R , L et ω .
13. L'examen des amplitudes mesurées est-il conforme à cette modélisation ?

4.2.4 Affinement du modèle

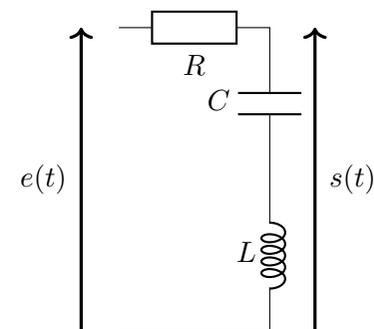
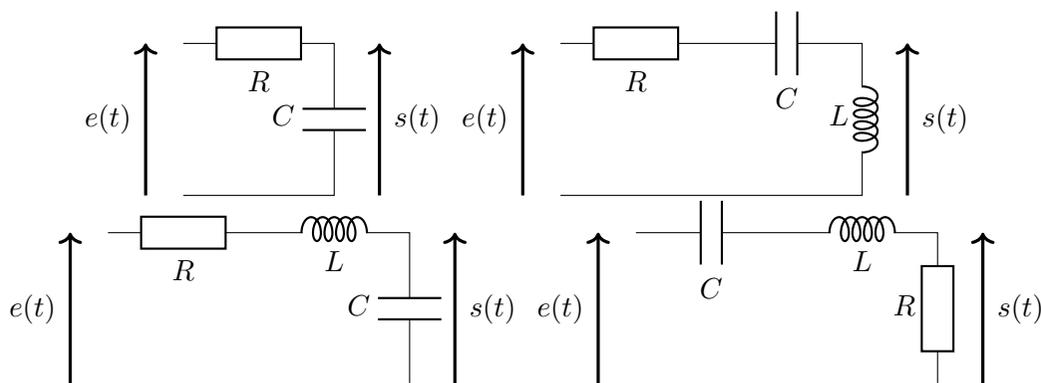
D'après la partie précédente, la modélisation par une bobine idéale est en désaccord avec les observations expérimentales. On reprend alors l'étude précédente mais en modélisant la bobine réelle par l'association série d'une bobine idéale d'inductance L et d'une résistance r .

14. Déterminer dans ce cas l'expression du rapport $\frac{u}{e}$.
15. À partir de cette expression et de valeurs extraites du graphique, déterminer les valeurs de r et L .

5 Filtrage linéaire

5.1 Étude asymptotique de filtres (*)

Pour chacun des montages suivants, déterminer sans calculs la nature du filtre.



5.2 Mesure d'inductance par filtrage linéaire (problème *)

On dispose d'une bobine assimilée à l'association série d'une inductance L et d'une résistance r . On place cette bobine en série avec un résistor de résistance $R = 40 \Omega$, un condensateur de capacité $C = 10 \mu\text{F}$, et un GBF délivrant une tension sinusoïdale à pulsation ω . On considère le filtre tel que la tension d'entrée $e(t)$ est la tension du GBF, et la tension de sortie $s(t)$ est la tension aux bornes du résistor.

5.2.1 Modélisation

14. Proposer un schéma équivalent du circuit en basses puis hautes fréquences et en déduire la nature probable du filtre.
15. Exprimer la fonction de transfert \underline{H} en fonction de r , R , L , C et ω .
16. La mettre sous forme :

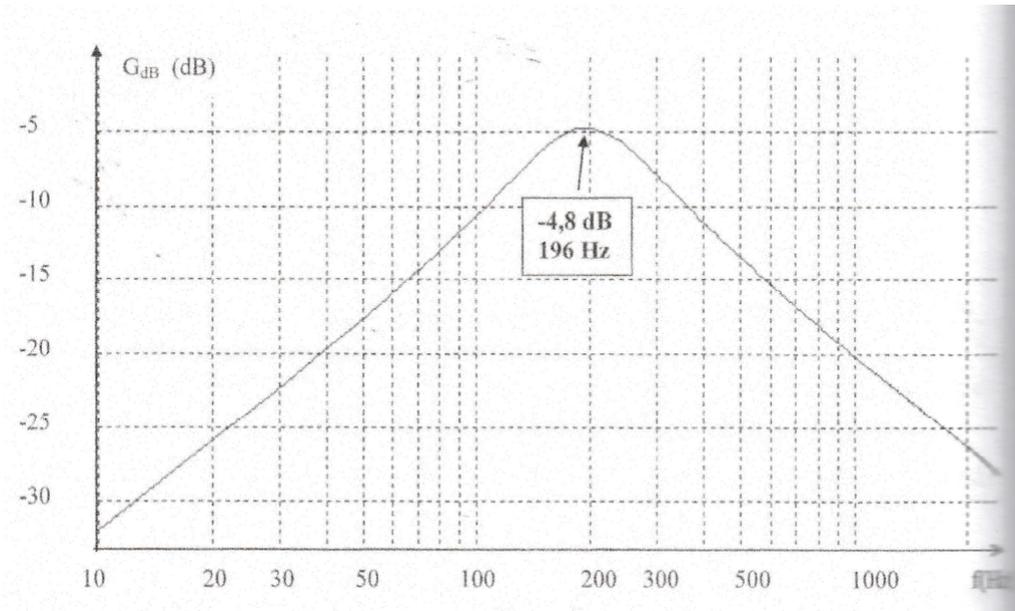
$$\underline{H} = \frac{H_m}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (3)$$

en précisant les expressions de H_m , ω_0 et Q en fonction de r , R , L et C .

17. Exprimer le gain du filtre $G = |\underline{H}|$. Donner sa valeur pour $\omega \rightarrow 0$, $\omega = \omega_0$ et $\omega \rightarrow +\infty$. Déterminer pour quelle fréquence il est maximum.
18. Exprimer le déphasage du filtre $\phi = \arg(\underline{H})$. Donner sa valeur pour $\omega \rightarrow 0$, $\omega = \omega_0$ et $\omega \rightarrow +\infty$.

5.2.2 Exploitation des mesures

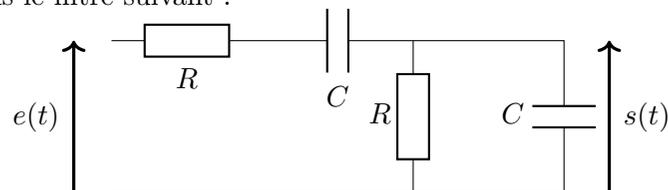
On donne le tracé du diagramme de Bode en gain en fonction de la fréquence f en Hz. On rappelle que $G_{dB} = 20 \log(G)$.

FIGURE 2 – Gain en dB du filtre en fonction de la fréquence f (Hz).

19. Mesurer la valeur de la pente dans le domaine $f \in [10, 100]$. Justifier cette valeur en la calculant à partir de la fonction de transfert.
20. À partir des données et des coordonnées du maximum sur le diagramme, déterminer les valeurs de L et r .
21. On rappelle qu'une fréquence de coupure f_c correspond à une valeur de $G(f_c) = G_{\max}/\sqrt{2}$. Démontrer que cela donne pour le gain en décibel une relation du type $G_{dB}(f_c) = G_{dB,\max} - X$ dB où on précisera la valeur de X .
22. En déduire une mesure de Δf , la bande passante en fréquence du filtre. Puis en déduire une mesure de son facteur de qualité.

5.3 Filtre de Wien (**)

Considérons le filtre suivant :



1. Sans calcul, déterminer la nature du filtre à l'aide d'équivalents à basse et haute fréquence.
2. Montrer que la fonction de transfert vaut $\underline{H} = \frac{jRC\omega}{1 - (RC\omega)^2 + 3jRC\omega}$.
3. On pose $\omega_0 = \frac{1}{RC}$. Calculer le gain et le déphasage à cette pulsation.
4. Déterminer les asymptotes du diagramme de Bode en $\omega \ll \omega_0$ et $\omega \gg \omega_0$.
5. Une autre écriture de la fonction de transfert est : $\underline{H} = \frac{1/3}{1 + \frac{j}{3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$.
Déterminer la bande passante.

5.4 Action d'un filtre sur un signal (**)

Considérons un filtre de fonction de transfert $\underline{H} = \frac{-1}{1 + j\omega/\omega_0}$ où $\omega_0 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ rad.s}^{-1}$.

Pour chacun des signaux d'entrée suivants, où v_0 et v_1 sont des constantes, exprimer complètement le signal de sortie $v_s(t)$ en fonction de v_1 , v_0 , ω_0 .

1. $v_e(t) = v_1$.
2. $v_e(t) = v_0 \cos(\omega_0 t)$.
3. $v_e(t) = v_1 + v_0 \cos(\omega_0 t)$.
4. $v_e(t) = v_0 \cos(\omega_0 t) + v_1 \cos(2\omega_0 t)$.
5. Proposer un circuit simple réalisant ce filtrage, en précisant des valeurs possibles pour les composants.

6 Montages à ALI idéal en régime linéaire

méthode : Comment établir la relation entrée-sortie ?

★ Représenter le circuit. Utiliser le fait que les courants d'entrée (dits « de polarisation ») i_+ et i_- sont nuls pour un **ALI idéal**. Écrire que pour un ALI idéal **en régime linéaire** : $V_+ = V_-$.

★ On cherche à exprimer un lien entre V_s et V_e . Pour cela :

- Voir si l'on peut directement remplacer V_+ et V_- par V_e , par V_s ou par 0 V (connecté à la masse).
- OU Écrire un diviseur de tension sur les entrées + ou - (possible car les courants de polarisations sont nuls).
- OU Écrire la loi des noeuds et les relations courant/tension des différents dipôles.

★ Manipuler les relations pour obtenir l'expression de V_s en fonction de V_e ou le contraire.

méthode : Comment déterminer l'impédance d'entrée d'un montage ?

★ Exprimer la relation entre la tension V_e en entrée du montage, et le courant d'intensité i_e entrant dans le montage.

★ Conclure avec $Z_e = V_e/i_e$.

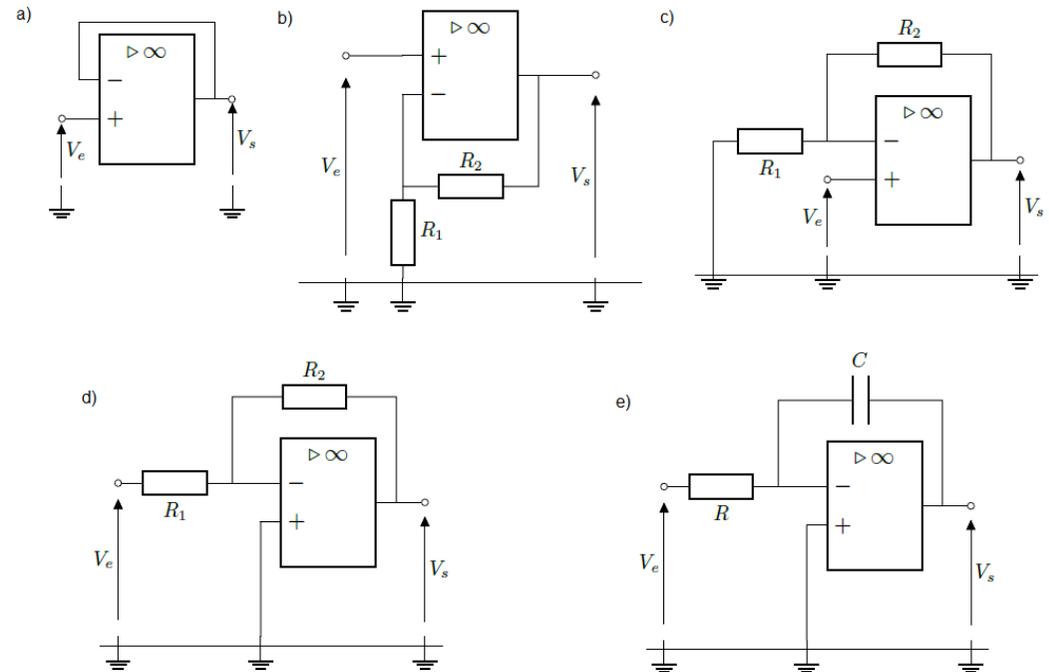
méthode : Comment déterminer si l'ALI fonctionne en régime linéaire ?

★ La présence d'une rétroaction sur la borne inverseuse - est un indice de fonctionnement en régime linéaire.

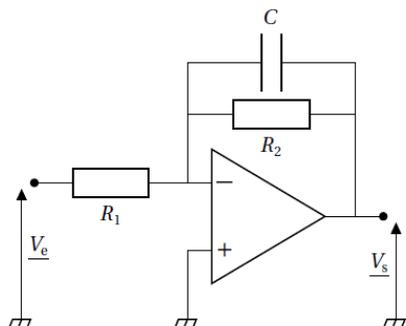
★ L'absence de rétroaction ou la présence d'une unique rétroaction sur la borne non inverseuse + est un indice d'un probable comportement non linéaire.

6.1 Montages de cours (*)

Pour les montages suivants, déterminer la fonction de transfert et l'impédance d'entrée. Donner le nom de ces montages. Proposez une application de chacun des montages.

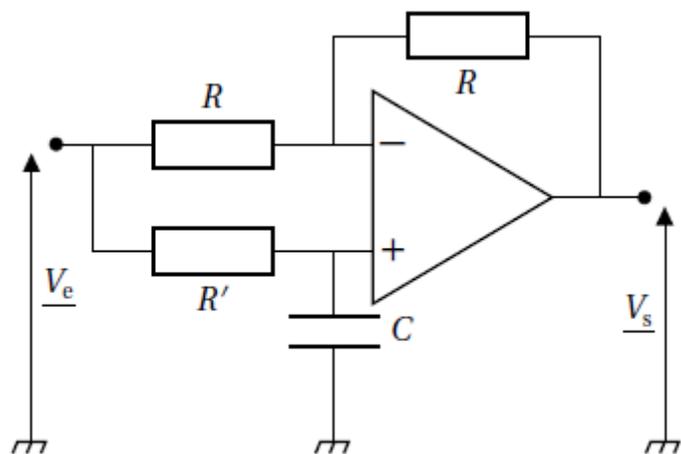


6.2 Amélioration du montage intégrateur (*)



1. Justifier que l'ALI fonctionne en régime linéaire.
2. Déterminer la fonction de transfert du montage sans la résistance R_2 et avec la résistance.
3. Quel est l'intérêt d'ajouter la résistance R_2 ?

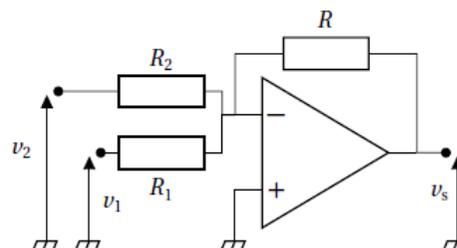
6.3 Un nouveau montage simple (*)



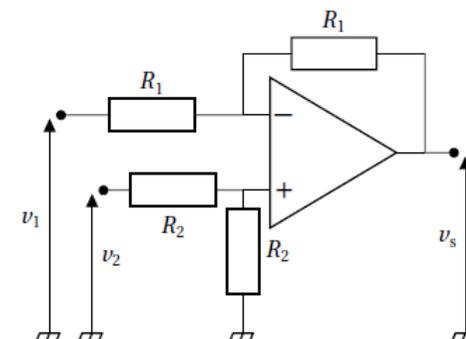
Déterminer la fonction de transfert du montage. Quel est l'intérêt de ce montage ?

6.4 Deux nouveaux montages (*)

1.



2.



Déterminer pour chaque montage l'expression de v_s en fonction de v_1 et v_2 . Dans le premier cas, qu'obtient-t-on si $R = R_1 = R_2$? Donner un nom à chacun de ces deux montages.

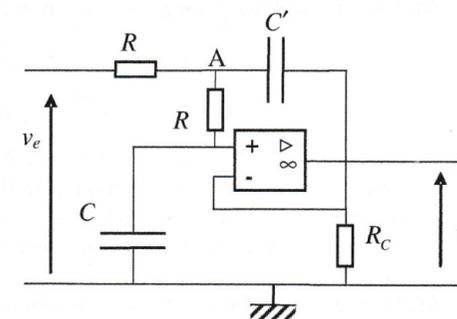
6.5 Un montage moins simple (**)

Un ALI idéal fonctionne en régime linéaire sinusoïdal avec le montage représenté sur la figure.

- a) Établir l'expression de la fonction de transfert \underline{H} du filtre en fonction des paramètres R , C , et C' . Pourquoi \underline{H} ne dépend-il pas de R_C ?
- b) Déterminer la relation entre les capacités C' et C pour que l'on puisse mettre le gain sous la forme :

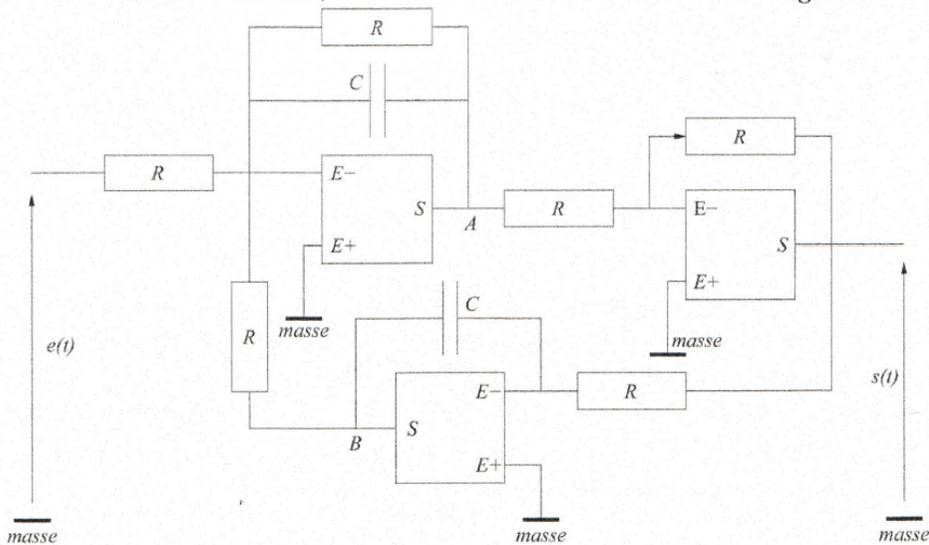
$$G = |\underline{H}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$$

Donner alors l'expression de ω_0 .



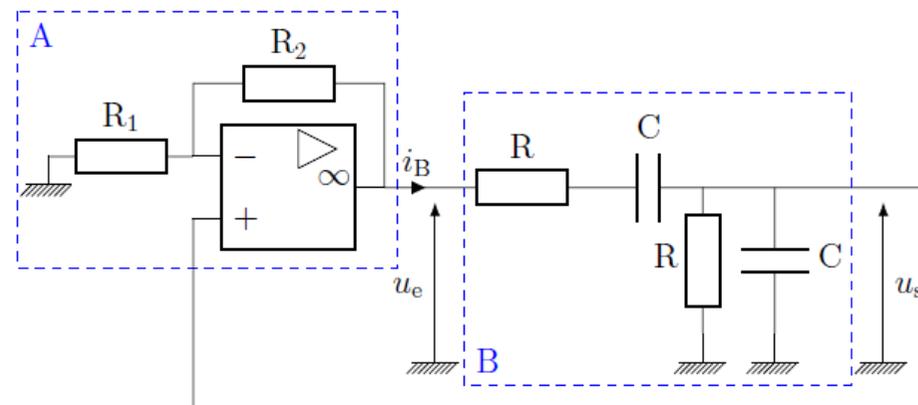
6.6 Un montage moins simple (**)

Dans le circuit suivant, les ALI fonctionnent en régime linéaire.



- Établir l'expression de la fonction de transfert $\underline{H} = \frac{s}{e} \frac{s}{e}$ du quadripôle.
- Dresser le diagramme de Bode en gain en fonction de la pulsation réduite $x = RC\omega$, qualifier le filtre.

6.7 Oscillateur de Wien (**)



- En interprétant le bloc A comme un filtre d'entrée u_s et sortie u_e , déterminer la fonction de transfert $H_A(\omega)$ de ce bloc.
- En interprétant le bloc B comme un filtre d'entrée u_e et sortie u_s , déterminer la fonction de transfert $H_B(\omega)$ de ce bloc, cf exo 5.3.
- On admet la condition de Barkhausen qui indique qu'il ne peut y avoir d'oscillation stable que s'il existe une pulsation ω_r telle que $H_A(\omega_r)H_B(\omega_r) = 1$. Déterminer l'expression de ω_r et la contrainte sur le rapport R_1/R_2 .