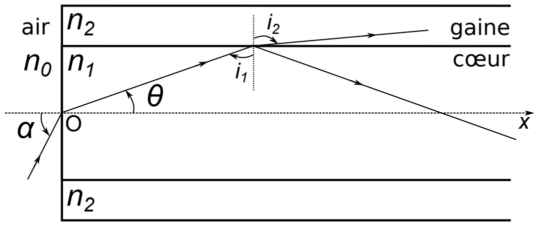
Révisions de PCSI : optique - Correction

1 Problème : Propagation dans une fibre optique



*[⋆ **ERREUR LA PLUS FRÉQUENTE** : ne pas remarquer que θ n'est PAS l'angle d'incidence au niveau du dioptre cœur/gaine !*

⋆ TOUS les angles impliqués dans l'application de la loi de Snell-Descartes DOIVENT ABSOLUMENT être définis, le plus simple étant par un schéma.]

[Il faut toujours citer le nom d'une loi avant de l'appliquer. De plus, il faut ici aussi citer le dioptre où on l'applique car il y en a plusieurs !]

1. ⋆ Expression de l'angle limite i_L au dioptre gaine/cœur : Au dioptre gaine/cœur, la loi de Snell-Descartes donne : $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$. On prendra dans la suite des angles non-orientés i_1 et i_2 positifs. Comme $n_2 < n_1$, il y a réflexion totale si $i_1 \geq i_L = \arcsin(n_2/n_1)$. *[Pour s'en souvenir, penser que ça correspond à $i_2 \to \pi/2$.]*

   ⋆ Relier i_L à θ_0 : Or, $\theta_0 + i_L = \pi/2$ d'après le triangle formé par la normale, le rayon, et l'axe.

   ⋆ Résolution si on connaît des formules sur les fonctions trigo réciproques :

   Donc $\boxed{\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \arccos\left(\frac{n_2}{n_1}\right)}$.

   ⋆ Résolution si on est astucieux : La condition de réflexion totale donne : $n_2/n_1 = \sin(i_L)$. Or, $\theta_0 + i_L = \pi/2$. Donc $n_2/n_1 = \sin(\pi/2 - \theta_0) = \cos(\theta_0)$, qui donne directement $\boxed{\theta_0 = \arccos(n_2/n_1)}$. *[C'est plus simple si on introduit la fonction trigo réciproque au dernier moment !]*

2. D'après la loi de Snell Descartes à l'interface air/cœur :

$$\begin{aligned} n_0 \sin(\alpha_0) &= n_1 \sin(\theta_0) = n_1 \sin\left(\tfrac{\pi}{2} - i_L\right) \\ &= n_1 \cos i_L = n_1\sqrt{1 - \sin^2 i_L} = n_1\sqrt{1 - n_2^2/n_1^2} \end{aligned}$$

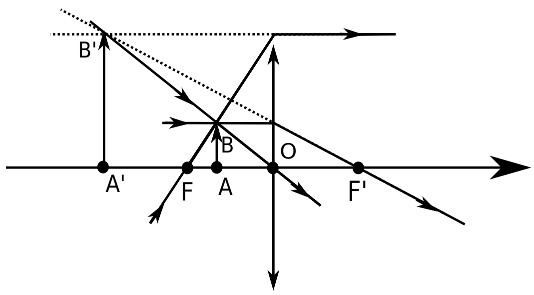
   Donc $\boxed{\alpha_0 = \arcsin\left(\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}\right)}$. *[Ceux qui introduisent tôt les fonctions trigo réciproques restent parfois bloqués ici sur des formules immondes difficiles à simplifier.]*

3. *[La valeur d'un angle peut se donner en radian, unité la plus pratique en trigo. Pas besoin de perdre du temps à la convertir en degrés.]* $\boxed{\alpha_0 = 0,21 \text{ rad}}$ $(= 12°)$. $\boxed{\theta_0 = 0,14 \text{ rad}}$ $(= 8°)$. Remarquons que le propagation dans la fibre n'a lieu que pour de faibles incidences, on récolte peu de lumière.

4. $\boxed{\alpha_0 = 0,372 \text{ rad}}$ $(= 21,3°)$. α_0 est plus grand pour cette fibre, elle récolte donc beaucoup plus de lumière que la précédente.

5. Cette fois, $\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 2,5 > 1$, donc l'équation n'a pas de solution pour α_0. On en conclut qu'il n'existe pas d'angle d'incidence α tel qu'on atteint la limite de propagation. Ainsi, cette fibre collecte et propage toute la lumière incidente ! *[Mais ces matériaux sont beaucoup plus chers, et aussi plus difficile à traiter et conserver.]*

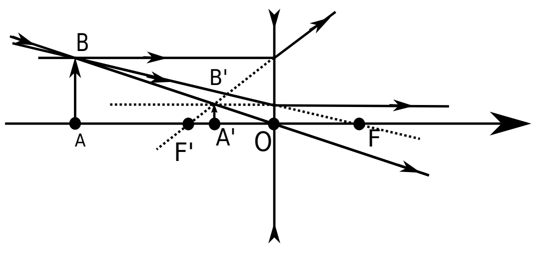
2 Construction d'images



Cas 1 : image de même sens donc $\gamma > 0$. Image agrandie donc $|\gamma| > 1$.

Cas 2 : image de même sens donc $\gamma > 0$. Image rétrécie donc $|\gamma| < 1$.

[Deux indices permettent de remarquer que le cas 2 concerne une lentille divergente : flèches inversées dans schéma de la lentille, et F' avant la lentille.]



3 Condition de projection sur un écran

1. L'énoncé propose d'introduire la « distance »(donc suggère une grandeur positive) x, donc plutôt choisir $x = -\overline{\mathrm{OA}}$.

   Donc $D = -\overline{\mathrm{OA}} + \overline{\mathrm{OA'}} = x + \overline{\mathrm{OA'}}$.

   Puis $1/f' = 1/\overline{\mathrm{OA'}} - 1/\overline{\mathrm{OA}} = 1/\overline{\mathrm{OA'}} + 1/x = 1/(D-x) + 1/x$.

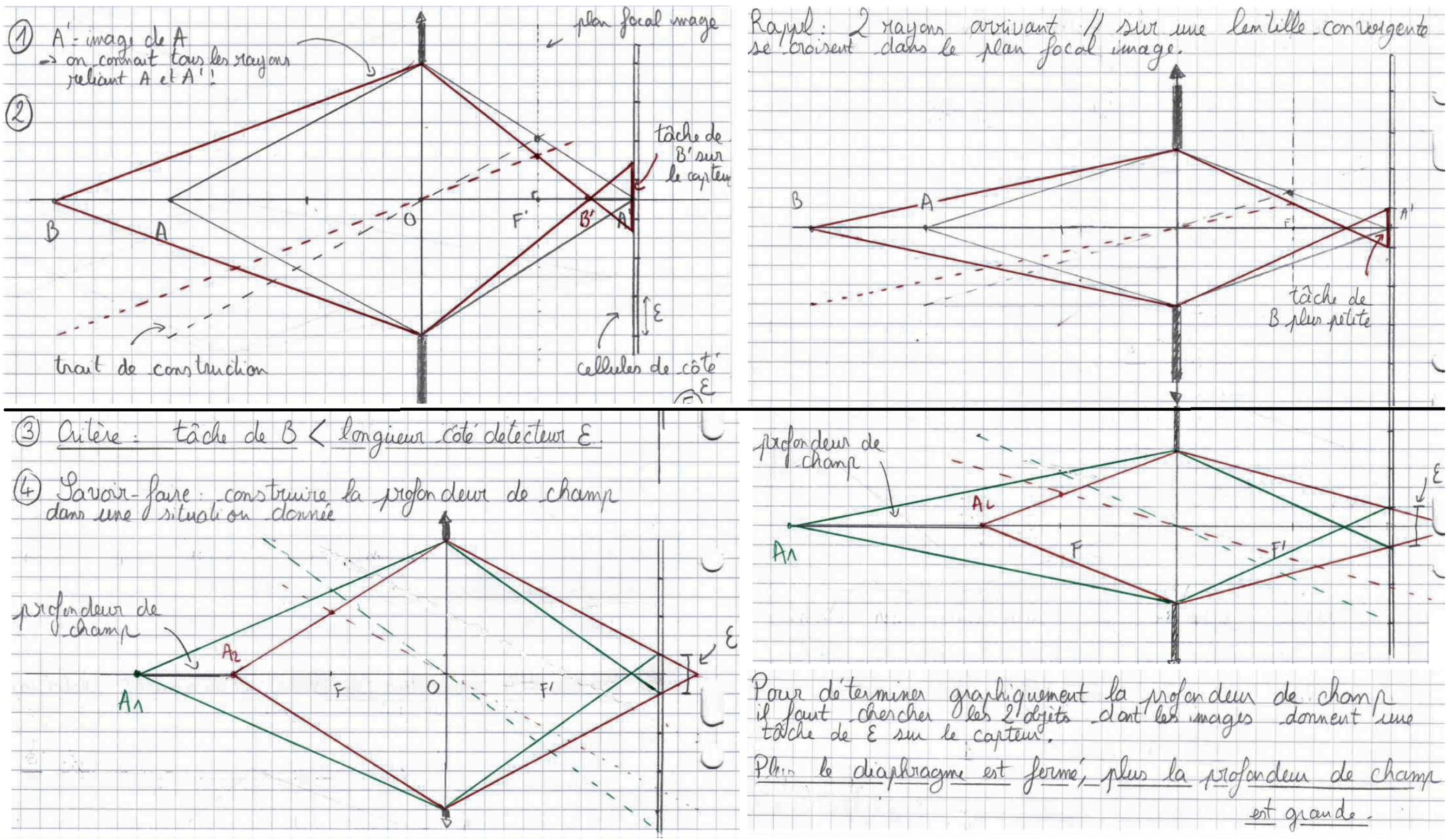
   Qui se réarrange en l'équation du second degré : $x^2 - Dx + Df' = 0$. Elle n'accepte de solution réelle que si $\Delta = D(D - 4f') \geq 0$, qui donne $\boxed{f' \leq D/4}$.
2. Pour $\Delta > 0$, les solutions sont $\boxed{x_\pm = (D/2) \pm \sqrt{D(D-4f')}/2}$.
3. L'image est agrandie si $|\gamma| = |\overline{\mathrm{OA'}}/\overline{\mathrm{OA}}| > 1$, soit $(D-x)/x > 1$, donc $D/2 > x$. Ce qui correspond à la solution $\boxed{x_- = (D/2) - \sqrt{D(D-4f')}/2}$.

   [Une justification graphique élégante serait aussi acceptée.]

4 Savoir-faire en labo d'optique

3. Une lentille convergente de distance focale faible focalise beaucoup le faisceau. Si le faisceau incident est parallèle, l'image sera sur le plan focal image où il faudra placer l'écran.
4. On est quasiment dans la situation contraire. En plaçant une lentille convergente à une distance légèrement supérieure à sa distance focale, l'image sera éloignée (et même à l'infini dans la limite où l'objet est dans le plan focal objet), agrandie et renversée.
5. Placer la lentille contre votre livre préféré (fonctionne aussi avec vos magnifique polys de TP) et l'éloigner légèrement. On est en mode loupe car $|\overline{OA}| < f'$, donc image non renversée et virtuelle. Puis on éloigne la lentille de l'objet observé jusqu'à observer un retournement de l'image. Ce phénomène arrive quand $|\overline{OA}|$ devient plus grand que f'. Ainsi, vous avez une estimation rapide de la distance focale.

5 Profondeur de champ d'un appareil photographique



6 Problème : Focométrie d'un objectif d'appareil photo

1. (a) *[Question pas très judicieuse car quasi-évidente. Cependant, paraphraser le texte ne rapportera aucun point. Donc soit répondre par un calcul, soit par l'absurde, cf par exemple la réponse qui suit.]*

   Si f' était supérieure à AO, alors l'image serait virtuelle.

   (b) Cf cours pour schéma d'une image réelle d'un objet réel.

   (c) On a $1/\overline{OA'} - 1/\overline{OA} = 1/f'$. Qui se reformule en

$$\boxed{f' = \frac{\overline{\mathrm{OA}}\,\overline{\mathrm{OA'}}}{\overline{\mathrm{OA}} - \overline{\mathrm{OA'}}}} \quad (1)$$

   [L'énoncé demande l'expression de f', donc il faut aussi encadrer l'expression, pas seulement l'application numérique.]

   Application numérique :

$$\boxed{f' = \frac{(-35).46,5}{-35-46,5} = 20 \text{ cm}} \quad (2)$$

2. (a) Démo de cours pour aboutir à l'équation du second degré $p^2 + Dp + Df' = 0$ qui possède des solutions réelles si son discriminant est positif. Ce qui implique $\boxed{D_{\min} = 4f'}$.

   (b) Les deux solutions sont :

$$\boxed{p_1 = -\frac{D}{2} - \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}} \quad (3)$$

$$\boxed{p_2 = -\frac{D}{2} + \frac{\sqrt{D(D-4f')}}{2}} \quad (4)$$

   (c) $d = p_2 - p_1 = \sqrt{D(D-4f')}$ donne $d^2 = D^2 - 4Df'$. Puis $\boxed{f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}}$.

   (d) On obtient $\boxed{f' = 20 \text{ cm}}$. *[Il faut remarquer sur la copie qu'on tombe bien sur la même valeur de f' que précédemment !]*

3. Pour un objet donné, une plus grande distance focale implique une image plus grande, cf figure 1. Ainsi, augmenter f' permet de zoomer, au détriment d'un plus grand encombrement de l'objectif. Ainsi, l'image a correspond à $f' = 200$ mm, l'image b à $f' = 70$ mm.

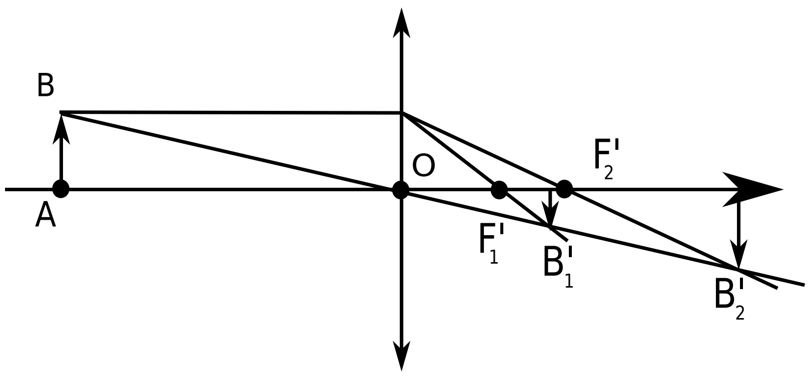
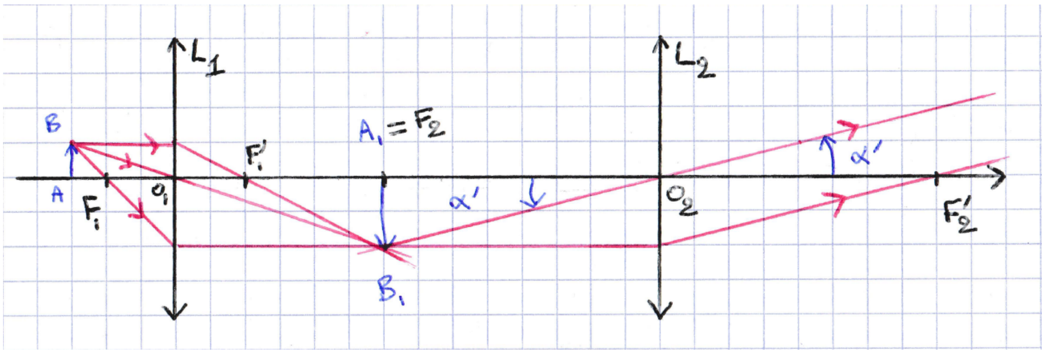


FIGURE 1 – Explication de l'influence de la distance focale sur le zoom.

[Remarquer que les distances focales extrêmes 70 mm et 200 mm sont indiquées dans le nom de l'objectif « 70-200f » !]

7 Problème : Étude d'un microscope

7.1 L'objectif



1. L'image est donc agrandie, réelle, renversée.
2. $1/f_1' = 1/\overline{\mathrm{O_1A_1}} - 1/\overline{\mathrm{O_1A}}$ donne :

$$\boxed{\overline{\mathrm{O_1A_1}} = \frac{f_1'.\overline{\mathrm{O_1A}}}{f_1' + \overline{\mathrm{O_1A}}} = \frac{1 \times (-1,5)}{1 - 1,5} = 3 \text{ cm}} \tag{5}$$

3. $\gamma_1 = \overline{\mathrm{A_1B_1}}/\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{O_1A_1}}/\overline{\mathrm{O_1A}} \boxed{= \frac{f_1'}{f_1' + \overline{\mathrm{O_1A}}} = -2}$

   $|\gamma_1| > 1$ donc l'image est agrandie. $\gamma_1 < 0$ donc renversée.
   $\gamma_1 < 0$, donc $\overline{\mathrm{O_1A_1}}$ et $\overline{\mathrm{O_1A}}$ de signes opposés. Or l'objet est réel, donc l'image est réelle.

7.2 L'oculaire

4. Pour une observation sans accommoder, $\mathrm{L_2}$ doit produire une image à l'infini. Pour cela, l'objet doit être dans son plan focal objet. Donc il faut placer $\mathrm{F_2}$ en $\mathrm{A_1}$.
5. Voir schéma.
6. *[Remarquer que $\alpha' > 0$. On utilise le triangle $O_2A_1B_1$.]*

   $\tan\alpha' \simeq \alpha' = \frac{\mathrm{A_1B_1}}{f_2'} \boxed{= a|\gamma_1|/f_2' = 0,25}$.

7.3 Efficacité du microscope

7. $\boxed{\alpha = a/d_{PP} = 0,02}$.
8. $G = \alpha'/\alpha = (a|\gamma_1|/f_2')/(a/d_{PP}) \boxed{= |\gamma_1|.d_{PP}/f_2' = 12,5}$.

   On trouve $G > 1$, ce qui veut dire que l'objet observé est grossi par rapport à une observation directe à l'œil.