

## TDM1 : Changement de référentiel

### Savoirs

Dans les deux cas suivants seulement : référentiels en translation, référentiels en rotation uniforme autour d'un axe fixe, connaître :

- Vitesse et accélération d'entraînement. Accélération de Coriolis.
- Composition des vitesses et accélérations.

### Savoir-faire

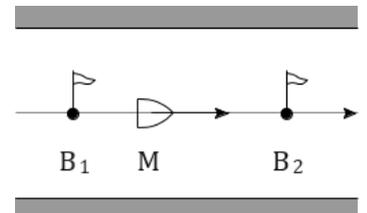
- Exprimer  $\vec{v}_e$ ,  $\vec{a}_e$  et appliquer la loi de composition des vitesses pour deux référentiels en translation. *Exos 1, 2, 3.*
- Exprimer  $\vec{v}_e$ ,  $\vec{a}_e$ ,  $\vec{a}_c$  et appliquer la loi de composition des vitesses pour deux référentiels en rotation uniforme autour d'un axe fixe. *Exos 4, 5.*

### Interro de cours

1. Donner l'expression générale de la vitesse et de l'accélération en coordonnées cylindriques. Simplifier dans le cas particulier d'un mouvement circulaire autour de l'axe  $\vec{u}_z$ .
2. Regardons l'aiguille des secondes d'une montre à aiguille. Placer sur un schéma le sens du vecteur rotation de l'aiguille dans le référentiel de la montre. Donner la valeur (éventuellement approchée ou sous forme de fraction) et l'unité de sa norme.
3. Le référentiel terrestre est-il en translation ou rotation par rapport au référentiel géocentrique ? Le référentiel géocentrique est-il en translation ou rotation par rapport au référentiel héliocentrique ?
4. Donner la loi de composition des vitesses et celle des accélérations.
5. Dans le cas d'une rotation uniforme autour d'un axe fixe, donner la vitesse d'entraînement et l'accélération d'entraînement.

## 1 Aviron

Deux bouées  $B_1$  et  $B_2$  distantes de  $L$ , sont situées sur un canal dont le courant a pour vitesse uniforme  $\vec{u}$  par rapport aux berges et s'écoule de  $B_1$  vers  $B_2$ . Ces bouées sont fixes par rapport aux berges. Un rameur, assimilé à un point matériel  $M$ , effectue un aller-retour entre ces deux bouées, sa vitesse par rapport au courant gardant toujours la même norme égale à  $v$  telle que  $v > u$ .

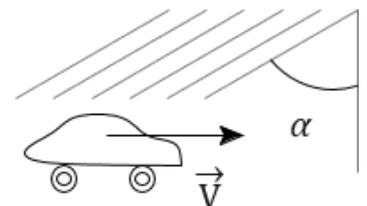


1. Exprimer les vitesses  $\vec{v}^+$  et  $\vec{v}^-$  du rameur par rapport aux berges, respectivement au cours des trajets  $B_1 \Rightarrow B_2$  et  $B_2 \Rightarrow B_1$ .
2. En déduire la durée  $T$  de l'aller-retour du rameur entre les bouées.
3. Quelle est la durée  $T'$  mise par une personne marchant sur les berges avec la même vitesse  $v$  que celle du rameur par rapport au courant, et qui effectue le même aller-retour entre les bouées ? Comparer les durées  $T$  et  $T'$ .

## 2 Vitesse de la pluie

Un automobiliste roule à la vitesse constante  $V = 50 \text{ km.h}^{-1}$  sur une route rectiligne horizontale. Il remarque que les gouttes d'eau de pluie, vues de son véhicule, ont des trajectoires inclinées de  $\alpha = 60^\circ$  par rapport à la verticale.

Sachant que la pluie tombe en fait verticalement pour un observateur immobile, exprimer en fonction des données puis calculer la vitesse de chute  $v$  des gouttes d'eau de pluie par rapport à la Terre.



### 3 Tapis roulant

Lors d'un jeu télévisé, un joueur A doit traverser un tapis roulant de largeur  $a$ , pour donner un paquet à un second joueur B. Le tapis se déplace à une vitesse  $\vec{V}_t$  par rapport au sol. Lorsque le joueur court sur le tapis, sa vitesse par rapport au tapis a pour norme  $V$  constante.

1. Le joueur A se déplace avec une vitesse  $\vec{V}$  perpendiculaire au bord de tapis. Où doit se placer B pour réceptionner le paquet ? Quel est le temps  $t_1$  de travers du tapis ?
2. Pour le deuxième essai, le joueur B est posté en face du joueur A. Dans quelle direction A doit-il courir ? Quel est le temps de traversée  $t_2$  ?
3. On suppose maintenant que la vitesse  $\vec{V}$  fait un angle  $\theta$  quelconque avec  $\vec{V}_t$ . Déterminer le temps de traversée  $t_3$  en fonction de  $a$ ,  $V$  et  $\theta$ . Pour quelle valeur de  $\theta$  le temps de traversée est-il le plus court ?

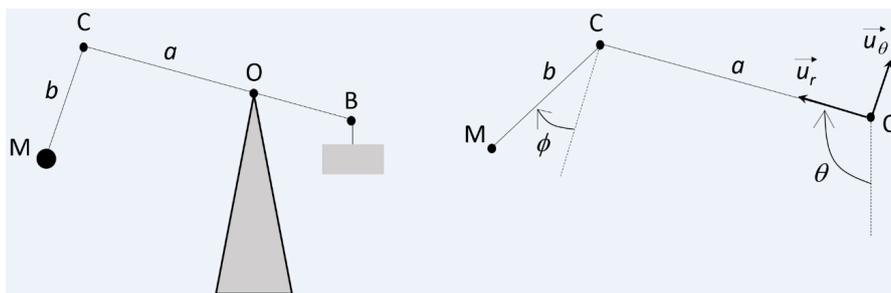
### 4 Manège

Un manège pour enfants tourne à une vitesse angulaire constante  $\omega$  autour de son axe de rotation ( $Oz$ ). Un enfant se déplace radialement à la vitesse  $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_r$  constante dans le référentiel tournant du manège. À l'instant  $t = 0$ , il est au centre du manège.

1. Déterminer la vitesse et l'accélération de l'enfant dans le référentiel tournant puis dans le référentiel lié au sol à un instant  $t$  quelconque.
2. L'enfant s'arrête de marcher à une distance  $r_0$  du centre. Quelles sont alors la vitesse et l'accélération du directeur dans le référentiel tournant puis dans le référentiel lié au sol ?
3. Cette fois, l'enfant part du centre à accélération constante par rapport au manège  $\vec{a}_0 = a_0 \vec{u}_r$ . Utiliser la composition des accélérations pour déterminer son accélération dans le référentiel terrestre.

### 5 Trébuchet (\*\*)

Le trébuchet était une arme du Moyen-Âge qui permettait d'envoyer des charges lourdes contre les murailles. Il est composé d'un poutre  $BC$  (appelée verge) à laquelle est fixée un contrepoids en  $B$  (la huche). En  $C$  est attachée une corde au bout de laquelle une poche contient le projectile  $M$  (boulet de pierre taillée).



La direction de  $OC$  est repérée par l'angle  $\theta$  par rapport à la verticale, et la direction de  $CM$  par  $\phi$  par rapport à la direction perpendiculaire à  $OC$ . On note  $R_S$  le référentiel lié au sol et  $R_C$  celui lié au point  $C$  et à la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ .

1. Quel est le mouvement de  $R_C$  par rapport à  $R_S$  ?
2. On suppose que la corde  $CM$  reste tendue. En déduire la vitesse de  $M$  dans  $R_C$  dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$  en fonction de  $b$ ,  $\phi$  et  $\frac{d\phi}{dt}$ .
3. Déterminer le vecteur  $\overrightarrow{OM}$  dans la base  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ . En déduire la vitesse d'entraînement en  $M$  pour le mouvement de  $R_C$  par rapport à  $R_S$ .
4. Le projectile est lâché lorsque  $\theta = \pi$  et  $\phi = \pi/2$  ( $BOCM$  est alors vertical). Déterminer alors la vitesse de  $M$  dans  $R_S$  en fonction de  $a$ ,  $b$ ,  $\phi$  et  $\frac{d\theta}{dt}$ . Montrer que la vitesse obtenue est plus grande que s'il n'y avait qu'un seul bras rigide de longueur  $a + b$ .