PO1c : Propagation non dispersive :
Ondes électromagnétiques dans le vide

1 Équations de propagation dans le vide, cf chapitre E4

1.1 Mise en équation

démo[1] : *À partir des équations de Maxwell, établir les équations de propagation de $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le vide. On rappelle la relation* $\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{\mathrm{rot}}\left(\overrightarrow{A}\right)\right) = \overrightarrow{\mathrm{grad}}\left(\mathrm{div}(\overrightarrow{A})\right) - \Delta\overrightarrow{A}$.

prop : L'équation de propagation du champ électrique dans le vide est : $\boxed{\dfrac{\partial^2\overrightarrow{E}}{\partial t^2} - \dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\Delta\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}}$.

prop : L'équation de propagation du champ magnétique dans le vide est : $\boxed{\dfrac{\partial^2\overrightarrow{B}}{\partial t^2} - \dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}\Delta\overrightarrow{B} = \overrightarrow{0}}$ Ce sont des équations de d'Alembert.

1.2 Célérité des ondes électromagnétiques dans le vide

prop : La célérité c des ondes électromagnétiques dans le vide est donnée par : $\boxed{c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}}$.

rq : Cette propriété s'écrit souvent sous la forme $\boxed{c^2\varepsilon_0\mu_0 = 1}$ plus facile à retenir.
rq : La valeur de c est exactement définie : $c = 299792458$ m/s. La définition de la seconde par la durée d'un phénomène atomique permet alors d'en déduire une définition du mètre.

2 Structure des ondes planes progressives harmoniques électromagnétiques

2.1 Les opérateurs vectoriels pour OPPH en notation complexe

Considérons une OPPH scalaire en notation complexe $f(\overrightarrow{r}, t) = f_0 \exp(j(\omega t - \overrightarrow{k}.\overrightarrow{r} + \varphi))$. Le vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ est porté par un vecteur unitaire de la direction de propagation $\overrightarrow{u}$: $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u}$.

⋆ On a déjà montré que $\frac{\partial}{\partial t}$ est équivalent à $j\omega$.
⋆ On a déjà montré que $\frac{\partial}{\partial x}$ est équivalent à $-jk$ si $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u_x}$ (peu importe le signe de k).
⋆ Dans le cas général où $\overrightarrow{k} = k_x\overrightarrow{e_x} + k_y\overrightarrow{e_y} + k_z\overrightarrow{e_z}$, on trouve de même :

$$\left\{\begin{array}{ccc} \dfrac{\partial}{\partial x} & \leftrightarrow & -jk_x \\ \dfrac{\partial}{\partial y} & \leftrightarrow & -jk_y \\ \dfrac{\partial}{\partial z} & \leftrightarrow & -jk_z \end{array}\right. \quad \text{soit : } \boxed{\overrightarrow{\nabla} \quad \leftrightarrow \quad -j\overrightarrow{k}} \qquad (1)$$

⋆ On en déduit :

prop : Pour une onde plane progressive harmonique en notation complexe en base cartésienne :

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{grad}}(f) = -j\overrightarrow{k}f \quad ; \quad \mathrm{div}(\overrightarrow{a}) = -j\overrightarrow{k}\cdot\overrightarrow{a} \quad ; \quad \overrightarrow{\mathrm{rot}}(\overrightarrow{a}) = -j\overrightarrow{k}\wedge\overrightarrow{a} \quad ; \quad \Delta f = -k^2 f} \qquad (2)$$

rq : Le vecteur « nabla » $\overrightarrow{\nabla}$ introduit chapitre E4 est donc équivalent au vecteur $(-j\overrightarrow{k})$ pour une OPPH de vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$.

2.2 Onde transverse

prop : Dans le vide, une OPPH électromagnétique est **transverse**. Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ sont orthogonaux à la direction de propagation $\overrightarrow{u}$ (et à $\overrightarrow{k}$).

1. CE : Établir et citer les équations de propagation d'un champ électromagnétique dans le vide.

démo de cours : *À partir des équation de Maxwell, démontrer que pour une OPPH électromagnétique, les champs* $\overrightarrow{E}$ *et* $\overrightarrow{B}$ *sont transverses.*

2.3 Relation de dispersion

prop : Comme les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le vide vérifient l'équation de d'Alembert, on aura encore $k^2 = \omega^2/c^2$.

démo 1 : *Plus rapide, à partir de l'équation de propagation.*
démo 2 : *À partir des équation de Maxwell-Faraday, et Maxwell-Ampère, démontrer que* $k^2 = \omega^2/c^2$*. On donne la propriété* $\overrightarrow{u} \wedge \left(\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{E}\right) = \left(\overrightarrow{u}.\overrightarrow{E}\right)\overrightarrow{u} - (\overrightarrow{u}.\overrightarrow{u})\,\overrightarrow{E}$.

2.4 Relation entre $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$

prop : Les champs[2] $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ d'une OPPH électromagnétique dans le vide sont reliés par : $\boxed{\overrightarrow{B} = \dfrac{\overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}}{\omega} = \dfrac{\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{E}}{c}}$.

prop : Les champs $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ sont donc en phase. C'est pourquoi en général on décrit une OPPH électromagnétique en ne s'intéressant qu'à $\overrightarrow{E}$.
prop : Le trièdre $\left(\overrightarrow{k}, \overrightarrow{E}, \overrightarrow{B}\right)$ est direct.

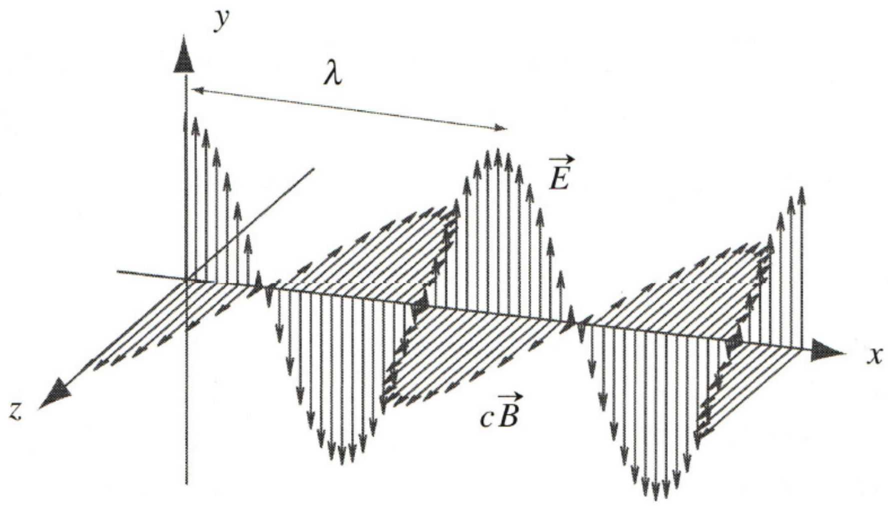


FIGURE 1 – Structure d'une OPPH électromagnétique polarisée rectilignement selon Oy.

3 Aspects énergétiques des OPPH électromagnétiques

On va utiliser le fait que pour une OPPH électromagnétique, $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}/\omega$, et en particulier $\left\|\overrightarrow{B}\right\| = \left\|\overrightarrow{E}\right\|/c$. On va considérer une OPPH se propageant selon $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{u_z}$.

3.1 Densité volumique d'énergie d'une OPPH

rappel : la densité volumique d'énergie du champ électromagnétique s'écrit : $u_{em}(z,t) = \frac{\varepsilon_0 E^2(z,t)}{2} + \frac{B^2(z,t)}{2\mu_0}$.
prop : En utilisant $B^2 = E^2/c^2$ pour une OPPH :

$$u_{em}(z,t) = \frac{\varepsilon_0 E^2(z,t)}{2} + \frac{E^2(z,t)}{2\mu_0 c^2} = \varepsilon_0 E^2(z,t) \tag{3}$$

rq : L'énergie d'une OPPH électromagnétique se répartit équitablement entre les deux formes d'énergie (électrique et magnétique).

2. CE : Établir et décrire la structure d'une OPPH.

3.2 Vecteur de Poynting

rappel : le vecteur de Poynting, vecteur densité de courant d'énergie du champ électromagnétique, s'écrit :

$$\overrightarrow{R}(z,t) = \frac{\overrightarrow{E}(z,t) \wedge \overrightarrow{B}(z,t)}{\mu_0} \tag{4}$$

prop : Pour une OPPH, $\overrightarrow{R}(z,t) = \varepsilon_0 c E^2(z,t)\overrightarrow{u} = c.u_{em}(z,t)\overrightarrow{u}$. **Le vecteur de Poynting est dirigé selon la direction de l'OPPH.**[3]

démo de cours : *En utilisant* $\overrightarrow{E} \wedge \left(\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{E}\right) = E^2\overrightarrow{u} - (\overrightarrow{u}.\overrightarrow{E})\overrightarrow{E}$, *démontrer la propriété précédente.*

def : **L'intensité lumineuse** I (en W.m^{-2}) est la norme de la moyenne du vecteur de Poynting. Dans le cas d'une OPPH d'amplitude E_0 :

$$\boxed{I = \left\| < \overrightarrow{R} > \right\| = \varepsilon_0 c < E^2 > = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}} \tag{5}$$

3.3 Ordres de grandeur

exo de cours[4] : *On donne* $\varepsilon_0 \simeq 8,85.10^{-12}$ F/m.

1. *Un laser HeNe de TP a une puissance de l'ordre de 1 mW, sa section est de l'ordre de 1 mm. En déduire que l'intensité lumineuse est de l'ordre de* 10^3 W.m^{-2} *et que l'amplitude du champ est de l'ordre de* 10^3 V.m^{-1}.
2. *Le flux solaire moyen sur Terre est de* 340 W.m^{-2}. *En déduire l'amplitude des champs électriques et magnétiques.*
3. *Pour une antenne GSM 900 de téléphonie mobile, les valeurs limites à ne pas dépasser sont : 41 V/m. En déduire l'intensité* I.

source	$\left\|\overrightarrow{R}\right\|$ (W.m^{-2})	$\left\|\overrightarrow{E}\right\|$ (V.m^{-1})
laser HeNe de lycée (2 mW, ∅ 2 mm)	600	700
laser HeNe de lycée (2 mW, ∅ 1 mm)	2500	1400
flux solaire sur Terre	1000	870
téléphonie mobile (max. antenne)	4,9	61

3.4 Interprétation corpusculaire

relation de Planck-Einstein : L'énergie d'un photon associé à une OPPH de pulsation $\omega = 2\pi\nu$ vaut :

$$\mathcal{E}_{\text{photon}} = h\nu = \hbar\omega = \frac{hc}{\lambda} = \hbar k c \tag{6}$$

prop[5] : Le débit de photons $\delta N/dt$ (en s^{-1}) à travers une surface S est relié au flux du vecteur de Poynting $\mathcal{P} = \iint_S < \overrightarrow{R} > \cdot \overrightarrow{dS}$ par :

$$\frac{\delta N}{dt} = \frac{\mathcal{P}}{\hbar\omega} \tag{7}$$

exo de cours : *On donne* $h \simeq 6,626.10^{-34}$ J.s. *Donner l'ordre de grandeur du flux de photon pour le faisceau d'un laser HeNe de* $\lambda = 632$ nm. *Donner aussi l'ODG de la moyenne du vecteur de Poyinting et l'ODG des champs électriques et magnétiques.*

4 Polarisation des OPPH électromagnétiques

Comment[6] décrire le caractère vectoriel[7] de l'onde électromagnétique ?

3. CE : Relier la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde électromagnétique.
4. CE : Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.
5. CE : Interpréter le flux du vecteur de Poynting en termes particulaires.
6. CE : Relier l'expression du champ électrique à l'état de polarisation de l'onde.
7. Le site permet de visualiser des animations de l'état de polarisation : `https://emanim.szialab.org/index_fr.html`.

4.1 Importance de la polarisation des OPPH électromagnétiques

• La lumière diffusée par le ciel, ou réfléchie par l'eau ou le verre, est en partie polarisée.

⋆ Certains insectes peuvent détecter l'état de polarisations de la lumière, notamment pour communiquer [8] ou pour repérer un plan d'eau.

⋆ En photographie, utiliser des filtres polarisants permet d'atténuer la luminosité du ciel ou de réflexions sur des parois.

• Certains matériaux, dits biréfringents, peuvent modifier l'état de polarisation de la lumière qui les traversent.

⋆ Méthode d'analyse de roche utilisée en géologie.

⋆ Permet de contrôler la polarisation de la lumière, par exemple pour les lunettes 3D de cinéma, ou pour les affichages LCD.

• Les ondes produites par les antennes ou par certains corps célestes sont polarisées.

4.2 Expression générale d'une OPPH et état de polarisation

Considérons une onde plane progressive harmonique se propageant selon z croissant. Alors $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u_z} = \dfrac{\omega}{c}\overrightarrow{u_z}$.

rq : Comme le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ se déduit du champ électrique $\overrightarrow{E}$ par $\overrightarrow{B} = \overrightarrow{k} \wedge \overrightarrow{E}/\omega$, il suffit de décrire complètement $\overrightarrow{E}$ pour décrire complètement l'OPPH.

expression générale : On a montré que $\overrightarrow{E}$ est orthogonal à $\overrightarrow{k}$ pour une OPPH, donc peut présenter une composante selon $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$. Il s'écrit alors sous la forme :

$$\boxed{\text{cas général :} \qquad \overrightarrow{E}(z,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x} + E_{0y}\cos(\omega t - kz + \varphi)\overrightarrow{u_y}} \tag{8}$$

où on note φ le déphasage entre les composantes selon $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_y}$.

def : On appelle **polarisation** d'une OPPH, la manière dont la direction de $\overrightarrow{E}(z,t)$ évolue. Plus précisément, **la polarisation est la courbe décrite par l'extrémité de $\overrightarrow{E}$ vue depuis un observateur qui regarde l'onde arriver vers lui**.

4.3 Cas d'une polarisation rectiligne

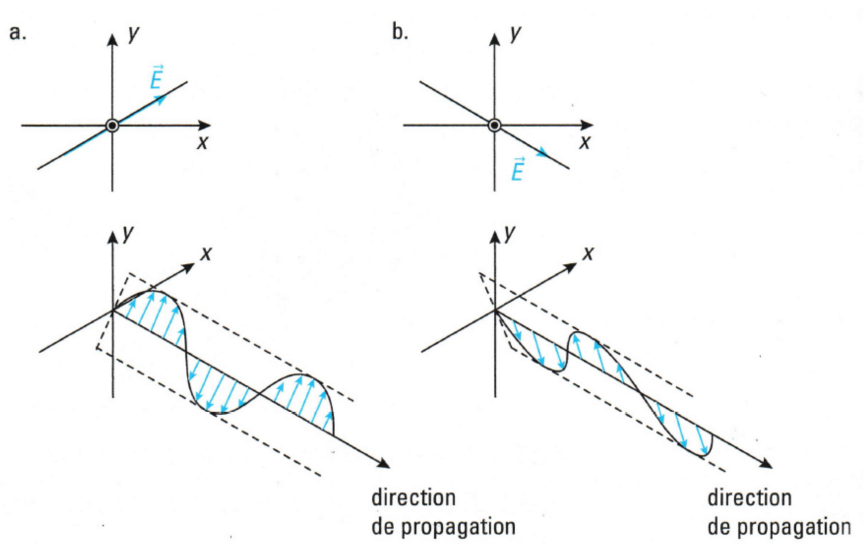
def : On dit qu'une OPPH est **polarisée rectilignement** si $\overrightarrow{E}(z,t)$ garde une direction fixe au cours de la propagation.

Si on note $\overrightarrow{u} = \cos\alpha\overrightarrow{u_x} + \sin\alpha\overrightarrow{u_y}$ la direction de polarisation, l'onde s'écrit :

$$\boxed{\text{polarisation rectiligne :} \qquad \overrightarrow{E}(z,t) = E_0\overrightarrow{u}\cos(\omega t - kz) = E_0\left(\cos\alpha\overrightarrow{u_x} + \sin\alpha\overrightarrow{u_y}\right)\cos(\omega t - kz)} \tag{9}$$

$$\text{notation complexe :} \qquad \overrightarrow{\underline{E}}(z,t) = E_0\overrightarrow{u}\exp(j(\omega t - kz)) \tag{10}$$

schéma : *Polarisation rectiligne d'une OPPH. Haut : vue depuis un observateur qui regarde l'onde arriver vers lui.*



8. Par exemple `https://fr.wikipedia.org/wiki/Danse_des_abeilles`.

rq : Le cas particulier d'une polarisation rectiligne est important car on peut montrer que tout état de polarisation peut se décomposer en somme de deux polarisations rectilignes orthogonales.

4.4 Cas d'une polarisation circulaire

def : On dit qu'une OPPH est **polarisée circulairement** si au cours du temps, la direction de $\overrightarrow{E}(z,t)$ décrit un cercle. Cela correspond à un déphasage de $\varphi = \pm\pi/2$ entre les composantes selon $\overrightarrow{u_x}$ et $\overrightarrow{u_z}$ **qui doivent être de même amplitude**. Il existe alors deux cas :

def : La **polarisation circulaire gauche** correspond à $\varphi = -\pi/2$ (composante selon y en retard de phase par rapport à celle selon x) et mêmes amplitudes $E_{0x} = E_{0y} = E_0 > 0$. L'observateur voit la direction de $\overrightarrow{E}$ décrire un cercle dans le sens trigo : rotation à gauche d'un volant.

$$\boxed{\text{circulaire gauche :} \quad \overrightarrow{E}(z,t) = E_0\left(\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x} + \cos(\omega t - kz - \frac{\pi}{2})\overrightarrow{u_y}\right) = E_0\left(\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x} + \sin(\omega t - kz)\overrightarrow{u_y}\right)}$$

$$\text{notation complexe :} \quad \overrightarrow{E}(z,t) = E_0\left(\overrightarrow{u_x} - j\overrightarrow{u_y}\right)\exp(j(\omega t - kz))$$

def : La **polarisation circulaire droite** correspond à $\varphi = +\pi/2$ et mêmes amplitudes $E_{0x} = E_{0y} = E_0 > 0$.. L'observateur voit la direction de $\overrightarrow{E}$ décrire un cercle dans le sens horaire : rotation à droite d'un volant.

$$\boxed{\text{circulaire droite :} \quad \overrightarrow{E}(z,t) = E_0\left(\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x} + \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{2})\overrightarrow{u_y}\right) = E_0\left(\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x} - \sin(\omega t - kz)\overrightarrow{u_y}\right)}$$

$$\text{notation complexe :} \quad \overrightarrow{E}(z,t) = E_0\left(\overrightarrow{u_x} + j\overrightarrow{u_y}\right)\exp(j(\omega t - kz))$$

exo de cours : *Considérons une OPPH telle que $\varphi = -\pi/2$ et $E_{0x} = E_{0y} > 0$ noté E_0.*

1. *Simplifier les représentations réelles et complexes de l'OPPH.*
2. *Montrer que la norme de $\overrightarrow{E}(z,t)$ est constante.*
3. *Exprimer l'angle $\alpha(z,t)$ que fait le champ avec l'axe $\overrightarrow{u_x}$.*
4. *En déduire le tracé de la courbe décrite par l'extrémité de $\overrightarrow{E}$ vue depuis un observateur qui regarde l'onde arriver vers lui. Est-ce une polarisation circulaire droite ou gauche ?*
5. *Mêmes questions pour $\varphi = +\pi/2$.*

rq : Le cas particulier d'une polarisation circulaire est important car on peut montrer que tout état de polarisation peut se décomposer en somme de deux polarisations circulaires gauche et droite.

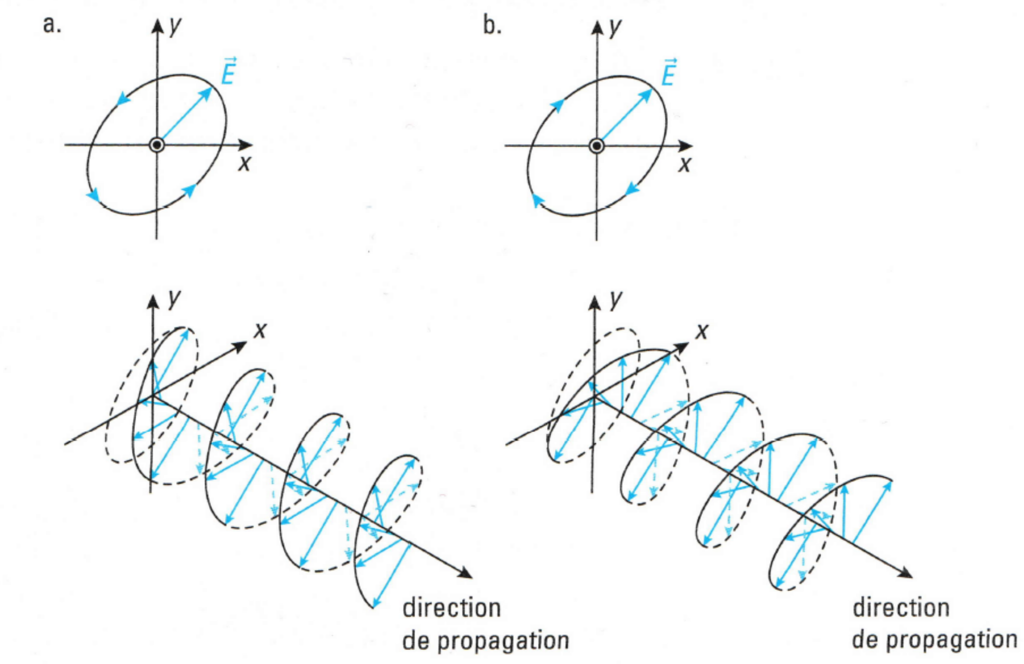
4.5 Polarisation elliptique

def : On dit qu'une OPPH est **polarisée elliptiquement** si au cours du temps, la direction de $\overrightarrow{E}(z,t)$ décrit une ellipse. Il s'agit du cas le plus général d'une onde polarisée.

$$\overrightarrow{E}(z,t) = E_{0x}\cos(\omega t - kz)\overrightarrow{u_x} + E_{0y}\cos(\omega t - kz + \varphi)\overrightarrow{u_y} \tag{11}$$

prop : Les cas particuliers $\varphi = 0$ et π correspondent à une polarisation rectiligne, les cas particuliers $\varphi = \pm\pi/2$ correspondent à une polarisation circulaire si $E_{0x} = E_{0y}$.

schéma : *Polarisation elliptique gauche et droite d'une OPPH.*



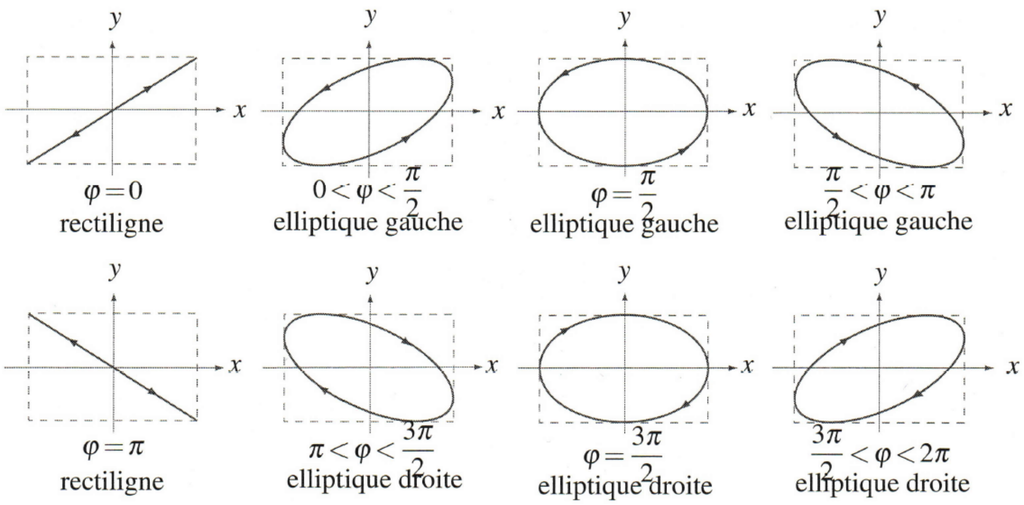


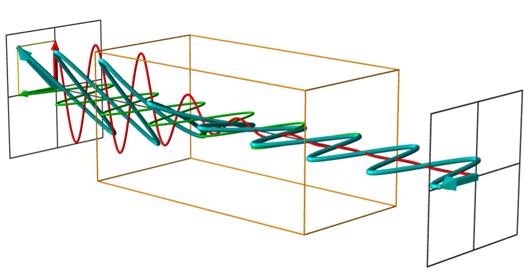
FIGURE 2 – Bilans des états de polarisation d'une onde polarisée.

4.6 Onde non polarisée

def : Dans le cas général, le déphasage φ entre les composantes de $\vec{E}$ fluctue au cours du temps selon une durée typique de l'ordre de la durée des trains d'onde. On dit que l'onde n'est **pas polarisée**. C'est le cas de la lumière générée par les lampes thermiques ou spectrales.

5 Produire et analyser un état de polarisation

5.1 Polariseur



def : Un **polariseur** est une lame fine non isotrope. Elle présente deux directions transverses orthogonales $\vec{v}$ et $\vec{w}$ telles que la projection de l'onde selon $\vec{v}$ est transmise (horizontale sur le schéma) alors que la projection selon l'autre axe $\vec{w}$ est absorbée (verticale). Quand un polariseur est utilisé pour analyser une onde, on l'appelle un **analyseur**, même si c'est le même type d'objet.

prop : Un polariseur projette le champ incident sur sa direction privilégiée $\overrightarrow{v}$. En notant $\overrightarrow{E_i}$ le champ incident et $\overrightarrow{E_f}$ le champ en sortie :

$$\boxed{\text{polariseur :} \quad \overrightarrow{E_f} = \left(\overrightarrow{E_i}.\overrightarrow{v}\right)\overrightarrow{v}} \tag{12}$$

Considérons un polariseur parfait d'axe de transmission $\overrightarrow{v}$.
prop : **En sortie d'un polariseur, l'onde est polarisée rectilignement suivant $\overrightarrow{v}$.**
→ En particulier :
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement suivant $\overrightarrow{v}$, l'onde est complètement transmise.
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement suivant $\overrightarrow{w}$, l'onde est complètement absorbée, intensité transmise nulle.

prop : **Loi de Malus** : considérons une onde polarisée rectilignement incidente sur un polariseur d'axe de transmission formant un angle α avec la polarisation incidente. Alors l'intensité lumineuse en sortie est donnée par $\boxed{I = I_{\max}\cos^2\alpha}$.

démo : *En utilisant le fait que l'intensité lumineuse est proportionnelle à la moyenne du carré de $\overrightarrow{E}$.*

rq : En pratique un polariseur réel n'est pas parfait : l'onde selon $\overrightarrow{v}$ n'est pas forcément parfaitement transmise, l'onde selon $\overrightarrow{w}$ n'est pas parfaitement absorbée. Ce comportement dépend notamment de la longueur d'onde.
prop : **Un polariseur n'est pas assimilable à un filtre** qui atténue l'onde d'un facteur donné, il agit aussi sur la direction !

exo : *On éclaire deux polariseurs en position « croisée » (directions de transmission orthogonales). Que dire du faisceau lumineux en sortie ? Que se passe-t-il si ajoute un polariseur après les deux premiers ? Et si on l'intercale entre les deux autres ?*

5.2 Production et analyse d'une lumière polarisée rectilignement

• production par un polariseur : **Associer une source quelconque puis un polariseur génère une onde polarisée rectilignement.**
• production par réflexion vitreuse :

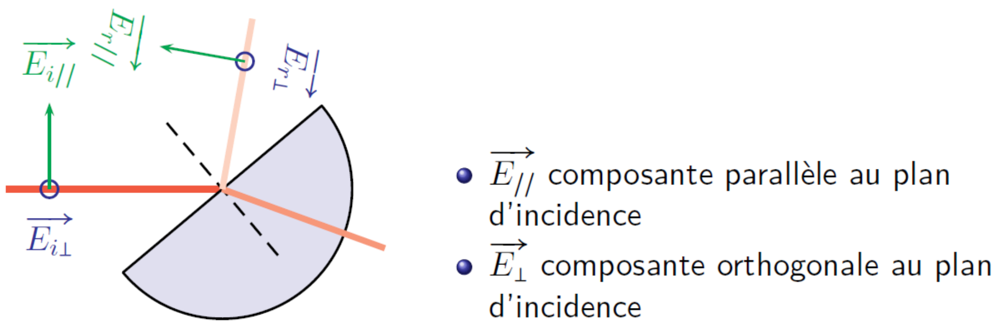
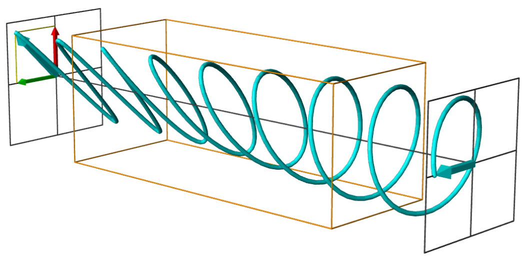


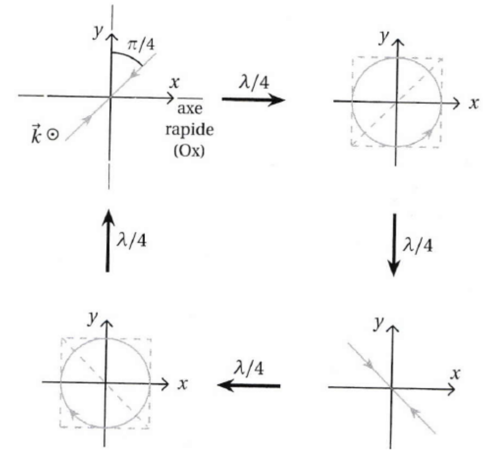
FIGURE 3 – Décomposition de la polarisation incidente en composantes orthogonale et parallèle au plan d'incidence.

prop : Pour une onde incidente rectiligne polarisée parallèlement au plan d'incidence, le rayon réfléchi est totalement éteint pour une incidence i_B nommée incidence de Brewster.
ODG : Pour une réflexion air sur verre, $i_B \simeq 56\,^\circ$, pour une réflexion air sur eau, $i_B \simeq 53\,^\circ$.

5.3 Lame quart-onde



Lorsque le matériau est anisotrope, son indice de réfraction peut différer pour la lumière polarisée horizontalement et verticalement. Ici, l'entrée est une onde polarisée rectilignement à 45 degrés du plan horizontal. Elle est superposition d'une onde polarisée horizontalement et d'une autre verticalement. Comme le matériau ne fait que réfracter (ralentir) la composante verticale, la différence de phase entre les deux ondes se modifie lorsque la lumière traverse le matériau. Par conséquent, l'onde d'entrée polarisée à l'origine rectilignement devient en sortie elliptiquement polarisée dans le cas quelconque.



Effet d'une lame $\lambda/4$ dont l'axe lent correspond à l'axe (Oy) et l'axe rapide à l'axe (Ox) sur une polarisation incidente.

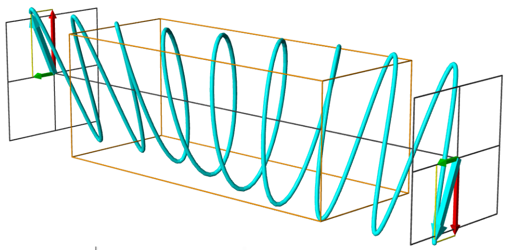
def : Une **lame quart-onde** (notée lame $\lambda/4$) est une lame fine non isotrope. Elle présente deux directions transverses orthogonales, appelées lignes neutres : une ligne neutre rapide $\overrightarrow{v}$ et une ligne neutre lente $\overrightarrow{w}$ telles qu'une onde polarisée selon $\overrightarrow{w}$ est retardée d'un déphasage de $\pi/2$ (soit retard temporel $T/4$) par rapport à une polarisée selon $\overrightarrow{u}$.

prop : En notant $\overrightarrow{u_x}$ l'axe rapide et $\overrightarrow{u_y}$ l'axe lent, et en ne prenant pas en compte la durée de propagation :

$$\boxed{\text{lame } \lambda/4 \ : \quad \overrightarrow{E_{fx}} = \overrightarrow{E_{ix}}, \quad \overrightarrow{E_{fy}}(t) = \overrightarrow{E_{iy}}(t - T/4)} \qquad (13)$$

prop : Considérons une **lame quart-onde** parfaite. En sortie de la lame :
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement suivant un axe neutre, elle reste polarisée de la même manière en sortie.
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement à $\pi/4$ des axes neutres, elle est polarisée circulairement en sortie.
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement selon un axe quelconque, elle est polarisée elliptiquement en sortie.
⋆ Si l'onde incidente est polarisée circulairement (déphasage de $\pi/2$ entre composantes), l'onde sera polarisée recilignement en sortie (déphasage de 0 ou π).

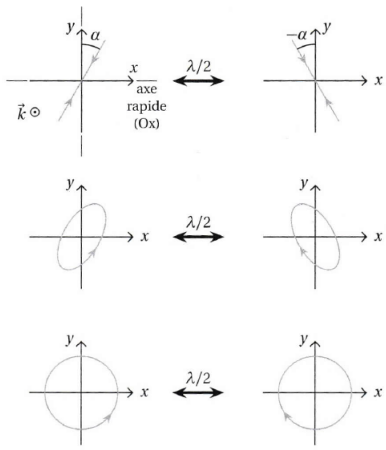
rq : En pratique une lame quart-onde réelle n'est pas parfaite. Son comportement dépend notamment de la longueur d'onde.



| démo de cours : *Démontrer les propriétés précédentes.*

5.4 Lame demi-onde

Que se passe-t-il si la matériau est deux fois plus long ou deux fois plus biréfringent ?



Effet d'une lame $\lambda/2$ dont l'axe rapide correspond à l'axe (Ox) et l'axe lent à l'axe (Oy) sur une polarisation incidente.

def : Une **lame demi-onde** (notée lame $\lambda/2$) est une lame fine non isotrope. Elle présente deux directions transverses orthogonales, appelées lignes neutres : une ligne neutre rapide $\overrightarrow{v}$ et une ligne neutre lente $\overrightarrow{w}$ telles qu'une onde polarisée selon $\overrightarrow{w}$ est retardée d'un déphasage de π (soit polarisée selon $\overrightarrow{u}$.

prop : En notant $\overrightarrow{u_x}$ l'axe rapide et $\overrightarrow{u_y}$ l'axe lent, et en négligeant la durée de propagation : :

$$\boxed{\text{lame } \lambda/2 \ : \quad \overrightarrow{E_{fx}} = \overrightarrow{E_{ix}}, \quad \overrightarrow{E_{fy}}(t) = \overrightarrow{E_{iy}}(t - T/2) = -\overrightarrow{E_{iy}}(t)} \qquad (14)$$

intérêt : Un polariseur permet de modifier la direction d'une polarisation rectiligne, au prix d'une atténuation d'autant plus forte que la rotation est proche de $\pi/2$. **La lame demi-onde permet justement de tourner une polarisation rectiligne, même de $\pm\pi/2$!**

prop : Considérons une **lame demi-onde** parfaite. En sortie de la lame :
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement suivant un axe neutre, elle reste polarisée de la même manière en sortie.
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement à $\pi/4$ des axes neutres, elle est polarisée rectilignement en sortie, orthogonalement à la polarisation incidente .
⋆ Si l'onde incidente est polarisée rectilignement selon un axe quelconque, elle est polarisée rectilignement différemment en sortie (symétrique de l'onde incidente par rapport à l'axe rapide).

rq : En pratique une lame demi-onde réelle n'est pas parfaite. Son comportement dépend notamment de la longueur d'onde.

| démo de cours : *Démontrer les propriétés précédentes.*

5.5 Recherche des lignes neutres d'une lame $\lambda/4$ ou $\lambda/2$

$\star$ Production d'une polarisation rectiligne : source puis polariseur P ;

$\star$ Placer ensuite un analyseur A et le faire tourner jusqu'à obtenir extinction de l'intensité transmise : on dit que polariseur et analyseur sont **croisés**.

$\star$ Entre P et A, placer la lame $\lambda/4$ ou $\lambda/2$ à utiliser. La faire tourner jusqu'à extinction de nouveau de l'intensité transmise. Les axes neutres sont alors dirigés suivant les axes de P et A. Mais on ne sait pas lequel est rapide et lequel est lent.

5.6 Production d'une lumière polarisée elliptiquement ou circulairement

On utilise une onde incidente polarisée rectilignement sur une lame quart-onde :

• Placer source S puis polariseur P puis lame quart-onde.

• Placer analyseur A en sortie et le faire tourner :

$\star$ si l'intensité lumineuse oscille entre deux extremas non nuls, la polarisation est elliptique (angle entre axes neutres et P différent de multiples de $\pi/4$) ;

$\star$ si l'intensité lumineuse oscille entre deux extremas dont le minimum est nul, la polarisation est rectiligne (un axe neutre de la lame est aligné sur celui de P). Si on veut alors une polarisation elliptique, on tourne la lame d'un angle inférieur à $\pi/4$. Si on veut alors une polarisation circulaire, on tourne la lame d'un angle égal à $\pi/4$.

$\star$ si l'intensité lumineuse est constante, la polarisation est circulaire (les axes neutres de la lame sont à $\pi/4$ de celui de P). Si on veut alors une polarisation elliptique, on tourne la lame d'un angle inférieur à $\pi/4$. Si on veut alors une polarisation rectiligne, on tourne la lame d'un angle égal à $\pi/4$.

• On retire alors A et on a la polarisation souhaitée.

5.7 Distinction entre polarisation circulaire et lumière non polarisée

prop : Pour une onde polarisée circulairement incidente sur un analyseur, l'intensité lumineuse en sortie est indépendante de l'orientation de l'analyseur. On trouve la même chose pour une onde incidente non polarisée ! Comment les distinguer ?

• Envoyer l'onde à étudier sur une lame $\lambda/4$ (qui transforme une polarisation incidente circulaire en polarisation de sortie rectiligne).

• Placer analyseur A en sortie et le faire tourner. Si l'intensité s'annule, alors l'onde était polarisée circulairement au départ.

5.8 Résumé