TDPO1c : Propagation non dispersive : Ondes électromagnétiques dans le vide

Savoirs

• Équations de propagation de $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans une région sans charge ni courant.
• Structure d'une onde plane progressive harmonique.
• Aspects énergétiques.
• Polarisation des ondes électromagnétiques planes progressives harmoniques : polarisation elliptique, circulaire et rectiligne. Loi de Malus.
• Expérimental : Utiliser une lame quart d'onde ou demi-onde pour modifier ou analyser un état de polarisation, avec de la lumière totalement polarisée.

Savoir-faire

• Établir et citer les équations de propagation dans le vide.
→ *Démo de cours et exo 1.*

• Établir et décrire la structure d'une OPPH. Utiliser le principe de superposition d'OPPH.
→ *Démo de cours et exo 1, 6.*

• Relier la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Relier le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck.
→ *Exo 2 et 8.*

• Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium-néon, flux solaire, téléphonie, etc) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.
→ *Cf cours et exo 2.*

• Relier l'expression du champ électrique à l'état de polarisation d'une onde.
→ *Exo 3, 4 et 7.*

Interro de cours

1. Donner l'équation de propagation de $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$ dans le vide. Donner l'expression de la célérité.
2. Pour une OPPH du type $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{E_m}e^{j(\omega t-\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r})}$, exprimer l'équivalent de div $\left(\overrightarrow{E}\right)$ en notation complexe en fonction de $\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{E}$.
3. Pour une OPPH du type $\overrightarrow{E}(\overrightarrow{r},t) = \overrightarrow{E_m}e^{j(\omega t-\overrightarrow{k}.\overrightarrow{r})}$, exprimer l'équivalent de $\overrightarrow{\text{rot}}\left(\overrightarrow{E}\right)$ en notation complexe en fonction de $\overrightarrow{k}$ et $\overrightarrow{E}$.
4. Pour une OPPH électromagnétique de vecteur d'onde $\overrightarrow{k}$ dans le vide, démontrer que le champ magnétique est transverse. Même question pour le champ électrique.
5. Donner l'expression de $\overrightarrow{B}$ en fonction de $\overrightarrow{E}$ pour une OPPH dans le vide.
6. Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens.
7. Donner l'expression du champ $\overrightarrow{E}$ d'une OPPH polarisée rectilignement. Même question pour une polarisation circulaire.

1 Exo de cours : Propagation d'une OPPH dans le vide

1. À partir des équations de Maxwell, établir les équations de propagation du champ électrique et du champ magnétique dans le vide. En déduire la relation entre c, ε_0 et μ_0.
2. Considérons une onde électromagnétique plane progressive harmonique se propageant selon le vecteur d'onde $\overrightarrow{k} = k\overrightarrow{u_x}$. Que deviennent les opérateurs différentiels div et $\overrightarrow{\text{rot}}$ dans ce cadre en notation complexe ? En déduire la reformulation des équations de Maxwell dans ce cadre.

3. Déterminer que les champs électriques et magnétiques sont orthogonaux à la direction de propagation.
4. Démontrer l'expression exprimant $\overrightarrow{B}$ à partir de $\overrightarrow{E}$.

2 Puissance d'un laser

Un laser de puissance moyenne d'émission $\mathcal{P} = 2$ mW émet un faisceau lumineux supposé cylindrique selon l'axe Ox, de rayon $r = 0,75$ mm. L'onde lumineuse est monochromatique ($\lambda = 632,5$ nm) et on l'assimile à une onde plane progressive harmonique polarisée rectilignement. On note $c = 3.10^8$ m.s^{-1} la célérité de l'onde.

1. Exprimer et calculer la pulsation ω pour l'onde.
2. Proposer une écriture du champ $\overrightarrow{E}$ associé à cette onde, en notant E_0 son amplitude.
3. En déduire l'expression du champ $\overrightarrow{B}$, en fonction de E_0 et c.
4. Exprimer le flux du vecteur de Poynting associé au faisceau. Donner sa valeur moyenne $\mathcal{P}_{\text{moy}}$.
5. Dans la dualité onde-corpuscule de l'approche quantique, on associe des photons à l'onde lumineuse. Déterminer le flux Φ de photons associé à ce faisceau LASER.

3 États de polarisation

Décrire la direction de propagation et l'état de polarisation des ondes suivantes et représenter l'évolution de la direction de $\overrightarrow{E}$ dans le plan de polarisation.

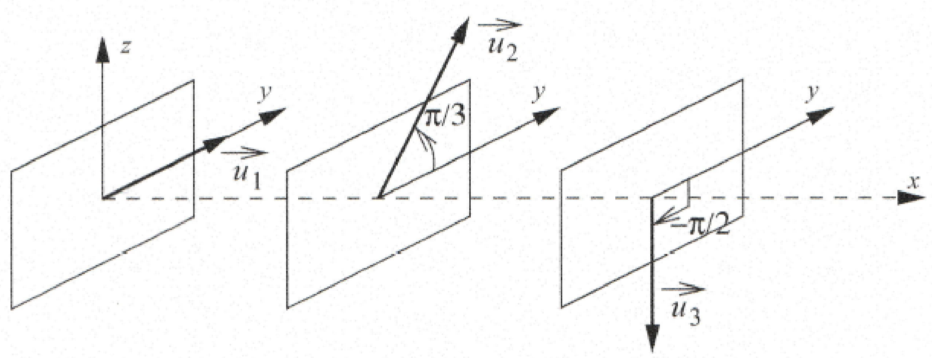
$$\overrightarrow{E} = E_0.\cos(\omega t - kx).\overrightarrow{e_y} + \frac{E_0}{2}.\cos(\omega t - kx).\overrightarrow{e_z} \qquad (1)$$

$$\overrightarrow{E} = E_0.\cos(\omega t + kx).\overrightarrow{e_y} + E_0.\cos\left(\omega t + kx + \frac{\pi}{2}\right).\overrightarrow{e_z} \qquad (2)$$

$$\overrightarrow{E} = E_0.\cos(\omega t - kx).\overrightarrow{e_y} + \frac{E_0}{2}.\cos\left(\omega t - kx - \frac{\pi}{2}\right).\overrightarrow{e_z} \qquad (3)$$

4 Polariseurs successifs

Devant un faisceau de lumière naturelle se propageant selon $\vec{u}_x$, d'intensité I_0, on place successivement un polariseur d'axe $\vec{u}_1 = \vec{u}_y$ à la sortie duquel l'intensité vaut $I_1 = \frac{I_0}{2}$, un polariseur d'axe $\vec{u}_2$ défini par $(\vec{u}_y, \vec{u}_2) = \frac{\pi}{3}$ à la sortie duquel l'intensité vaut I_2, un polariseur d'axe $\vec{u}_3$ défini par $(\vec{u}_y, \vec{u}_3) = -\frac{\pi}{2}$ à la sortie duquel l'intensité vaut I_3.



Donner en fonction de I_0 les expressions des intensités I_1, I_2 et I_3. Que se passe-t-il si on intervertit les positions du polariseur 2 et du polariseur 3 ?

5 Questions expérimentales

1. Considérons une onde polarisée rectilignement. Proposer un protocole simple avec polariseur pour faire tourner la polarisation d'un angle inférieur à $\pi/2$, préciser les défauts de cette méthode. Proposer un protocole pour faire tourner la polarisation d'un angle quelconque à l'aide d'une lame demi-onde, même de $\pi/2$.
2. Proposer un protocole pour produire une polarisation circulaire à partir d'une source non polarisée.
3. Considérons une onde polarisée rectilignement selon $\overrightarrow{e_x}$ de direction de propagation $\overrightarrow{e_z}$ incidente sur une lame demi-onde. On rappelle qu'une telle lame produit un déphasage de π sur la composante de l'onde incidente polarisée selon son axe lent. Que se passe-t-il si la polarisation incidente fait un angle de $\pi/4$ par rapport aux axes de la lame ? On considère maintenant que la lame demi-onde ne couvre que la moitié du faisceau, et on place après un polariseur d'axes à $\pi/4$ de la lame d'onde. Qu'observe-t-on si on envoie une onde polarisée rectilignement sur ce dispositif, et qu'on fait tourner en bloc l'ensemble des lames ?

6 Superposition d'ondes planes progressives harmoniques

Deux ondes planes progressives harmoniques, de même pulsation ω, même amplitude E_0, polarisées suivant $\overrightarrow{u_y}$, se propagent dans le plan (xOz) en faisant avec $\overrightarrow{u_z}$ des angles $\pm\alpha$. On note $\overrightarrow{k_1}$ le vecteur d'onde de l'onde se propageant selon α, on note l'autre $\overrightarrow{k_2}$. Le champ résultant est alors :

$$\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{u_y}\cos\left(\omega t - \overrightarrow{k_1}.\overrightarrow{r}\right) + E_0\overrightarrow{u_y}\cos\left(\omega t - \overrightarrow{k_2}.\overrightarrow{r}\right) \tag{4}$$

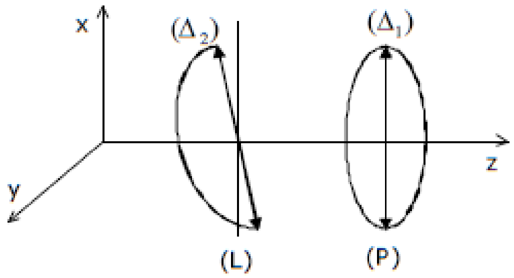
1. Montrer que le champ électrique peut s'écrire sous la forme d'un produit d'une onde progressive suivant $\overrightarrow{u_z}$ et d'une modulation spatiale transverse. On donne $\cos p + \cos q = 2\cos((p+q)/2)\cos((p-q)/2)$. L'onde est-elle plane ? progressive ? Si oui, donner la vitesse de propagation de la phase (cf chapitre suivant pour définition de la vitesse de phase).
2. On donne :
$$\overrightarrow{B} = \frac{2E_0}{c}\begin{pmatrix} -\cos\alpha\cos(kx\sin\alpha)\cos(\omega t - kz\cos\alpha) \\ 0 \\ \sin\alpha\sin(kx\sin\alpha)\sin(\omega t - kz\cos\alpha) \end{pmatrix} \tag{5}$$
En déduire que la moyenne sur le temps et sur la direction transverse x du vecteur de Poynting s'écrit :
$$< \overrightarrow{R} >= \frac{E_0^2\cos\alpha}{\mu_0 c}\overrightarrow{u_z} \tag{6}$$
3. De même, montrer que moyenne sur le temps et sur la direction transverse x de la densité d'énergie électromagnétique vaut :
$$< u_{em} >= \frac{E_0^2}{\mu_0 c^2} \tag{7}$$
4. À partir d'un bilan d'énergie pendant dt à travers une surface S, déterminer que la vitesse de propagation de l'énergie vaut $v_g = c\cos\alpha$.

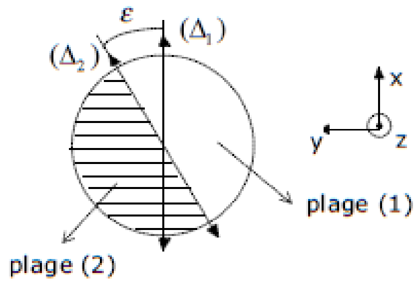
7 Analyseur à pénombre

1) Rappeler l'action d'une lame demi-onde sur une lumière polarisée rectilignement ; faire un schéma où figurent les champs électriques incident $\vec{E}_i$ et transmis $\vec{E}_t$, et exprimer les composantes de ces champs. Quels sont les cas particuliers ?

2) Un simple polariseur (utilisé en «analyseur ») ne permet pas de distinguer une lumière « naturelle » d'une lumière polarisée circulairement ; expliquer pourquoi, et proposer un montage permettant de le faire, en utilisant une lame quart-d'onde et un polariseur.

3) De manière générale, un simple analyseur ne permet pas d'apprécier très précisément les passages de l'éclairement par un extremum, ceci étant lié à des observations *successives*, et donc à la *mémoire* de l'expérimentateur.
On peut améliorer la précision de la détermination d'une polarisation en utilisant un « **analyseur à pénombre** », dont voici le principe :





- (L) représente une **lame demi-onde** en forme de demi-disque, alors que (P) est un polariseur en forme de disque de même rayon : la lame et le polariseur sont accolés.
- L'axe optique (Δ_2) de la lame fait un angle ε **fixé** avec la direction de polarisation (Δ_1) de (P) : par construction, ε est **petit** mais non nul (en pratique, ε peut être ajustable).
- L'absorption de (L) et de (P) est négligée.
- L'ensemble est éclairé par un faisceau lumineux parallèle à l'axe Oz : une moitié du faisceau (celle qui éclaire la plage (1)) ne traverse donc que le polariseur, l'autre moitié (celle qui éclaire la plage (2)) traversant la lame **et** le polariseur.
- L'onde incidente est polarisée **rectilignement**, la direction du champ électrique (d'amplitude E_0) faisant un angle α avec l'axe Ox (α peut varier, par rotation de l'axe Ox autour de l'axe Oz).

3.1) Donner les expressions des amplitudes E_1 et E_2 des champs respectivement transmis par les plages (1) et (2).

3.2) Pour un angle non orienté $\alpha \in [0, \pi/2]$, montrer que l'égalité de l'éclairement des deux plages correspond à deux relations entre α et ε .

8 Voile solaire (**)

Quelle est la surface minimale de la voile d'un vaisseau spatial pour qu'il quitte l'attraction solaire ?

Données : constante de gravitation $\mathcal{G} = 6,674.10^{-11}$ m^3.kg^{-1}.s^{-2}, masse du Soleil $M_S = 2.10^{30}$ kg, masse du vaisseau $m = 1$ tonne, puissance lumineuse du Soleil $\mathcal{P} = 4.10^{26}$ W, distance vaisseau-soleil $d = 1,5.10^8$ km, quantité de mouvement d'un photon $p = \hbar k = h\nu/c$.