TDO1 : Modèle scalaire des ondes lumineuses - Correction

1 Traversée d'un défaut

1. Plan infini pour $x < e$, l'onde est plane. Mais pour $x > e$, les plans d'onde sont décalés, ce n'est plus une onde plane.
2. $\star$ $x < 0$: $\Delta\phi = 0$.
   $\star$ $x \in [0, e]$: $\Delta\phi = 0$.
   $\star$ $x \in [e, e + \Delta e]$: $\Delta\phi = 2\pi(n-1)(x-e)/\lambda_0$.
   $\star$ $x > e$: $\Delta\phi = 2\pi(n-1)\Delta e/\lambda_0$.
3. On supposera $n = 1,5$ (typique pour du verre) et $\lambda_0 = 500$ nm.
   $\Delta\phi = 2\pi(n-1)\Delta e/\lambda_0 = 2\pi.(1,5-1).5.10^{-6}/5.10^{-7} = 10\pi$, soit un déphasage de 5 oscillations.

2 Effet d'une lentille sur les surfaces d'onde

1. Les surfaces d'onde émises par une source ponctuelle sont sphériques.
2. D'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde restent orthogonales aux rayons, donc ce sont des plans verticaux.
3. D'après la question précédente, M_1 et M_2 sont sur la même surface d'onde donc en phase. Ainsi, $(FM_1) = (FM_2)$.
4. Le schéma néglige l'épaisseur de la lentille. La distance FM_1 est en effet plus longue que FM_2, mais le trajet traverse une épaisseur moindre de la lentille convergente, donc est moins ralenti. Ainsi, on peut avoir $(FM_1) = (FM_2)$.

3 Réfraction

1. Les rayons proviennent de la même source. Donc, d'après le théorème de Malus, les surfaces d'onde sont orthogonales aux rayons, soit des plans. Ainsi, l'onde en A est en phase avec l'onde en H, projeté orthogonal de A sur l'autre rayon. Donc $(SA) = (SH)$.
2. Donc $(SB) - (SA) = (SH) + (HB) - (SA) = (HB) = n_1 HB$. De plus, $\sin\theta_1 = HB/L$. Donc :
   $\boxed{(SB) - (SA) = n_1 L \sin\theta_1}$.
3. D'après le théorème de Malus (applicable car autant de réfraction par rayon), l'onde en B est en phase avec l'onde en H', projeté de B sur l'autre rayon. On obtient de même $(SB) = (SH')$, soit $(SB) = (SA) + (AH')$. Puis $\boxed{(SB) - (SA) = (AH') = n_2 AH' = n_2 L \sin\theta_2}$.

   Combiner les deux formules de $(SB) - (SA)$ donne alors $\boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2}$. On retrouve la loi de la réfraction par un raisonnement ondulatoire !

4 Chemins optiques à travers une lentille (*→**)

1. (a) S' est à l'infini.
   (b) Les rayons sont horizontaux après la lentille.
   (c) $\boxed{(SM) = (f' + x - e)n_a + ne}$. D'après le théorème de Malus : $(SM') = (SM) + n_a(x' - x)$ qu'on peut écrire $\boxed{(SM') = (f' + x' - e)n_a + ne}$.
2. (a) $\boxed{OS' = 3f'}$.
   (b) Celui qui passe par M est confondu avec l'axe optique. Prolonger MS' jusque la lentille pour trouver l'autre rayon.
   (c) On prend la norme du vecteur $\overrightarrow{M'S'}$ en fonction des coordonnées des points : $\boxed{M'S' = \sqrt{(3f' - x')^2 + (0 - y')^2}}$.

(d) Les surfaces d'ondes après la lentille sont des sphères centrées en S'. Soit H le point de l'axe Ox appartenant à la même surface d'onde que M' : $M'S' = HS'$. Alors :

$$\begin{aligned}(SM') &= (SH) = (SS') - (HS') \\ &= \boxed{(3f'/2 + 3f' - e)n_a + ne - n_a\sqrt{(3f' - x')^2 + (y')^2}}\end{aligned}$$

5 Fibre optique à saut d'indice (***)

La condition de propagation modale s'écrit $(AH) = m\lambda_0$ car onde en phase en A et H.
[On note qu'il n'y a pas de déphasage supplémentaire à prendre en compte à la réflexion puisque $n_2 < n_1$.]
On a $(AH) = n_1(AJ + JH)$ où $AJ = d/\cos\theta$ et $JH = AJ\cos(2\theta) = d\cos(2\theta)/\cos\theta$. Ainsi, $(AH) = 2n_1 d\cos\theta$. La condition de propagation modale est donc $\cos\theta = m\frac{\lambda_0}{2n_1 d}$ avec $m \in \mathbb{N}$.

Cette condition ne suffit pas ! En effet, il faut aussi qu'il y ait réflexion totale sur chaque dioptre entre le cœur et la gaine (pour ne pas perdre d'énergie dans cette dernière), ce qui impose $\sin\theta > n_2/n_1$ soit $\cos\theta < \sqrt{1 - n_2^2/n_1^2}$. La combinaison des deux conditions précédentes donne $0 \leq m \leq 2d\sqrt{n_1^2 - n_2^2} = 107,7$. Le dénombrement des valeurs entières correspondant à chaque mode fournit $\boxed{m = 108}$ modes.

6 Raie spectrale

1. Cf cours.
2. Rouge.
3. $\boxed{L_c = \lambda_m^2/\Delta\lambda = 32 \text{ cm}}$, et $\boxed{\tau_c = L_c/c = 1,1 \text{ ns}}$.
4. Le nombre moyen d'oscillations par train d'ondes est $\boxed{\tau_c/T = L_c/\lambda_m = 5,0.10^5 \gg 1}$.

7 Temps de cohérence et largeur spectrale

1. On a $\Delta\lambda \simeq 400$ nm et $\Delta\nu.\tau_c \simeq 1$. Cf cours pour obtenir $\Delta\nu = c\Delta\lambda/\lambda_m^2$. Alors, en prenant $\lambda_m = 600$ nm, $\boxed{\tau_c = 3.10^{-15} \text{ s}}$, soit environ une seule période !
2. $\boxed{\Delta\lambda = 1,3.10^{-13} \text{ m}}$. Le rayonnement laser est quasi monochromatique.

8 Effet Doppler et élargissement spectral (***)

1. Considérons un top émit à t_1, le top suivant est donc émis à $t_2 = t_1 + T_0$. On note $x_S(t)$ l'abscisse de S à t. Alors la durée de propagation du premier top jusque O est $\tau_1 = x_S(t_1)/c$. Lors de l'émission du deuxième top, S est en $x_S(t_2) = x_S(t_1) + vT_0$. Alors la durée de propagation du deuxième top jusque O est $\tau_2 = x_S(t_2)/c$.

   La période observée en O est donc $T = \tau_2 - \tau_1 = T_0(1 + v/c)$. *[rq : $T > T_0$ car S s'éloigne, comme un son plus grave de l'ambulance qui s'éloigne.]*

   Finalement, $\boxed{f = f_0/(1 + v/c)}$ si S s'éloigne et $\boxed{f = f_0/(1 - v/c)}$ si S se rapproche.
2. L'ordre de grandeur de la vitesse d'un atome à l'équilibre thermique est la vitesse quadratique moyenne v_q. En supposant pour simplifier que les vitesses par rapport à un observateur sont comprise entre $\pm v_q$, alors la largeur spectrale est $\Delta f = f_0(1/(1 - v/c) - 1/(1 + v/c))$. Donc $\Delta f = \frac{2v/c}{1 - v^2/c^2} \simeq 2v/c$ si $v \ll c$ (cf ODG).

   Comme $\Delta f\tau_c \simeq 1$, $\boxed{L_c = c\tau_c = \frac{2v}{f_0}\frac{1}{1 - v^2/c^2}}$.
3. On doit savoir qu'à T ambiante, v_q est de 500 à 2000 m/s selon le gaz (v_q plus grand si atome léger). Comme c'est un gaz dit « chaud », probablement T de l'ordre de quelques milliers de Kelvin et $v_q \propto \sqrt{T}$. Donc v_q de quelques milliers de m/s. Ensuite, prendre un λ dans le visible. On obtient un élargissement très faible devant f_0 et une longueur de cohérence qui peut se rapprocher du centimètre selon les valeurs choisies.